

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YÜKSEK HIZLI AKIŞLARDA ASİMETRİK ÜÇ BOYUTLU ŞOK TAHMİN
ALGORİTMASI GELİŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Berkay DEMİR

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Sıtkı USLU

ARALIK 2022

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Berkay DEMİR

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

YÜKSEK HIZLI AKIŞLARDA ASİMETRİK ÜÇ BOYUTLU ŞOK TAHMİN ALGORİTMASI GELİŞTİRİLMESİ

Berkay DEMİR

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Sıtkı USLU

Tarih: Aralık 2022

Şok dalgaları, ses üstü hızlarda hareket eden araçlar etrafında bozuntuların birleşimi sonucu oluşmaktadır. Bu dalgalar genelde ortamda ani ve süreksiz basınç, sıcaklık ve yoğunluk değişimleri ile karakterize edilmektedir. HAD uygulamaları şok fenomeni gibi yüksek gradyan barındıran karmaşık problemlerin çözümünde sıklıkla kullanılmaktadır. Günümüzde ise HAD temel odaklarından biri analiz doğruluklarını muhafaza ederek, minimum zamanda karmaşık çözümler yapabilmektir. Bu kapsamda ses üstü hızlar içeren problemlerde en etkili yöntemlerden biri şok fenomeni gibi yüksek gradyan barındıran bölgelerde uygun çözüm ağı boyutunun kullanılması ve çözüm ağının uygun şekilde hizalanmasıdır. Buna ek olarak şok şeklinin doğru tahmini, tasarım problemlerinde sıklıkla kullanılan hızlı akış tahmin metodlarının kullanılabilmesi için gereklidir. Bu doğrultuda literatürde şok şeklinin belirlenmesi amacıyla farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir. Yaklaşımlardan bazıları sadece basit geometriler için kullanılabilen analitik denklemler tabanlı yöntemler, basitleştirilmiş korunum denklemlerinin tersine çözümüne dayalı yöntemler ve önceden belirlenmiş çözümlere dayalı çözüm ağı adaptasyonu yöntemleri olarak örneklendirilebilir.

Bu tez çalışması, herhangi bir pahalı HAD simülasyonu ve inceleme maliyeti olmadan, yüksek hızlı hava araçları etrafında durağan şok dalgalarını doğru ve literatürde tanımlı yöntemlerden daha hızlı tahmin edebilecek bir model oluşturulmasını amaçlamaktadır.

Çalışmalar kapsamında öncelikle HAD uygulamalarında kullanılan açık kaynaklı SU2 v7.1.1 yazılımı doğrulama çalışmaları, küresel küt burunlu geometriler üzerinde farklı hücum açılarında (0, 5, 10.25) yapılmıştır. Spalart-Allmaras ve SST $k - \omega$ türbülans modelleri kullanılarak, çözüm ağından bağımsız sonuçlar elde edilmiştir. Hesaplamalar sonucunda analiz sonuçlarının deneysel veriler ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.

İki ve üç boyutlu şok şekli tahmin algoritmaları tez kapsamında detaylı olarak incelenmiştir. 2B şok şekli tahmin yöntemi temel olarak Billig deneysel hiperbol eğrileri ile ayrık şok tahmini, analitik şok-genişleme denklemleri ile bitişik şok tahmini ve HAD düzeltme faktörü kullanımı ile sonik çizgi ve Mach dalgaları düzeltme işlemlerinden oluşmaktadır. 3B şok tahmini yöntemi ise temelde 2B tahmin yönteminin yüzey akım çizgileri üzerinde uygulanması sonucu oluşturulmaktadır. Yüzey akım çizgilerinin hesaplanabilmesi için geometri yüzey çözüm ağı ile ifade edilmektedir. Ardından serbest akış hızı yüzey üzerine yansıtılarak, çözüm ağı üzerinden akışkan kinematik denklemleri çözümlenmektedir. Hesaplanan şok noktaları 3B bir yüzey haline getirilerek, şok şekli tahmin edilmektedir.

2B ve 3B şok şekli tahmin algoritmaları üzerinde doğrulama çalışmaları yapılmıştır. Çalışmalar kapsamında 2B ve 3B algoritmalar, ogive geometrisi ve küresel küt burunlu konik geometriler kullanımı ile HAD analiz sonuçları ve deneysel veriler ile karşılaştırılarak, incelenmiştir. Bu kapsamda kurgulanan HAD analizleri ogive için Mach 5; küt burunlu konik geometriler için ise Mach 3, 5, 8'de yapılmıştır. Serbest akış koşulları, 0, 5, 10 derece hücum açılarında incelenmiştir. HAD analizleri sonucunda elde edilen şok şekli ve algoritma sonucunda elde edilen şok geometrisinin, akışa maruz kalan geometri ile dik mesafeleri karşılaştırılmıştır. 2B ve 3B karşılaştırmalarda ogive geometrisinde neredeyse fark gözlemlenmezken, konik geometri karşılaştırmalarında yüzde farkların hücum açısı arttıkça arttığı gözlemlenmiştir. 2B geçişleme çalışmalarında maksimum fark yaklaşık %1 olarak hesaplanırken, 3B çalışmalarda fark %4 değerine kadar çıkabilmektedir.

HAD çözümleri ile karşılaştırmalara ek olarak, 3B şok şekli tahmin yöntemi deneysel şok şekliyle karşılaştırıldığında ise benzer şekilde hücum açısı ile birlikte hatalar artmaktadır. Deneysel veriler ile geliştirilen algoritma arasındaki maksimum hata değeri %3 'tür.

Anahtar Kelimeler: Süpersonik aerodinamik, Şok, Şok şekli tahmini, Hızlı tahmin yöntemi, Küt burunlu geometri.



ABSTRACT

Master of Science

DEVELOPMENT OF ASYMMETRIC 3D SHOCK PREDICTION ALGORITHM FOR HIGH SPEED FLOWS

Berkay DEMİR

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Asst. Prof. SİTKİ USLU

Date: December 2022

Shock waves are formed as a result of the combination of disturbances around vehicles moving at supersonic speeds. These waves are generally characterized by sudden and discontinuous changes in pressure, temperature, and density in the medium. CFD applications are frequently used in solving complex problems with strong gradients, such as shock phenomena. Nowadays, one of the main focuses of CFD is to solve complex problems in a minimum amount of time while maintaining the fidelity of the analyses. For supersonic and hypersonic flow problems, an effective way is to generate a suitable computational mesh that is refined and aligned along the strong gradient regions, like the shock waves. In addition, correct prediction of the shock shape is required to use the fast flow prediction methods, which are frequently used in design problems. Therefore, different approaches have been developed in the literature to determine the shock shapes. Some of the common approaches can be presented as analytical equation-based methods that can only be used for simple geometries, methods based on the inverse solution of simplified conservation equations, and mesh adaptation methods based on predetermined solutions.

In this study, a faster model than previously defined methods in the literature was developed to accurately predict stationary shock waves around high-speed aircraft without the use of expensive CFD simulation or simulation examination costs.

First of all, the validation studies of open-source SU2 v7.1.1 software, which is used in CFD applications, were performed on spherically blunt-nosed geometries at different angles of attack (0, 5, 10.25). Mesh-independent solutions were determined by using Spalart-Allmaras and SST $k - \omega$ turbulence models. As a result of the calculations, it was observed that the CFD results agree well with the experimental data.

Two and three-dimensional shock shape prediction algorithms were examined in detail within the scope of the thesis. The 2D shock shape prediction method mainly consists of three parts, which are: detached shock prediction with Billig experimental hyperbola curves; attached shock prediction with analytical shock-expansion equations; and a sonic line correction process using the CFD correction factor. The 3D shock prediction method is basically designed as an application of the 2D methodology on surface streamlines. In order to calculate the surface streamlines, the geometry is expressed with a surface mesh. After that, the free flow velocity is reflected on the surface, and the fluid kinematic equations are solved over the surface mesh. The calculated shock points are expressed as 3D shock geometry, and the shock shape prediction process is complete.

Validation studies were performed for 2D and 3D shock shape prediction algorithms. In validation studies, 2D and 3D algorithms were compared with HAD and experimental results using ogive and spherically blunt-nosed geometries. CFD analyses were performed at Mach 5 for ogive and Mach 3, 5, 8 for blunt-nosed geometries. Free stream conditions for analyses were examined at angles of attack of 0, 5, 10 degrees. The shock shape determined from the CFD analysis and the shock geometry obtained as a result of the algorithm were compared using their the vertical distance with respect to the geometry exposed to the flow. As a result of the 2D and 3D investigations, almost no difference was observed in the ogive geometry, while it was observed that the percentage differences increased as the angles of attack increased in the conical geometry comparisons. While the maximum difference was calculated as approximately %1 in 2D validation studies, the difference can increase up to %4 in 3D studies.

In addition to the comparison with the CFD calculations, when the 3D shock shape prediction method was compared with the experimental shock shape, it was observed that the errors increase with the angle of attack as determined from the CFD comparisons. The maximum error between the experimental data and the model was calculated as %3.

Keywords: Supersonic aerodynamic, Shock, Shock shape prediction, Fast prediction method, Blunt-nosed body.



TEŞEKKÜR

Lisans eğitimimden itibaren bütün eğitim, öğretim süreçlerim ve çalışma hayatım boyunca hiç bir zaman desteğini esirgemeyen, yönlendirme ve tavsiyeleri ile kariyerime ve çalışmalarıma doğru şekilde yön vermemi sağlayan, HAD alanı ile tanışmama ve ilgi duymama vesile olan saygıdeğer tez danışmanım ve değerli hocam Dr. Sıtkı USLU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Kariyerim boyunca destekleri, öğretileri ve yönlendirmeleri ile çalışma hayatını tanımamı ve öğrenmemi sağlayan, HAD alanı ve uygulamaları konusunda gelişimime büyük katkı sağlayan, tez çalışma ve aşamalarında her zaman yanımda olan ve her konuda fikir alışverişinde bulunabildiğim değerli Roketsan grup liderim, hocam, eş danışmanım Dr. Engin LEBLEBİCİ'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Değerli tez jüri üyelerine tez savunmamda yer aldıkları ve tezimi değerlendirdikleri için teşekkürlerimi sunarım.

Beraber bir çok şeyi araştırarak öğrendiğimiz, paylaştığımız ve gurur verici çalışmalar gerçekleştirdiğimiz Roketsan ailesine; başta birebir çalışma fırsatı bulduğum sistem tasarım ekibimiz ve ekip arkadaşlarım Salih Kağan DURMUŞ, Berkan YERLİKAYA, Sami KARABAY, Uğur Candaş EROL, Abdullah TAN ve Oğuzhan DEMİR olmak üzere,

Bilime ve bilimsel araştırmaya verdikleri destekler ile çalışmalarına kaynak sağlayarak, katkıda bulunan ve destekleyen TÜBİTAK ULAKBİM, Yüksek Başarım ve Grid Hesaplama Merkezi'ne,

Çalışanlarının lisansüstü eğitimlerine devam etmesine fırsat veren ve destekleyen şirketim Roketsan A.Ş.'ye iş hayatımda ve yüksek lisans sürecim boyunca sunduğu imkanlar ve destekler için,

Yüksek lisans eğitimim boyunca sunduğu olanaklar için TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne,

Çok değerli bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Makine Mühendisliği Öğretim Üyelerine,

Hayatımın her aşamasında hep yanımda olan, koşulsuz sevgilerini ve desteklerini esirgemeyen annem, babam ve biricik kardeşime,

Kendimi bildim bileli yönlendirme ve destekleriyle öğrenmeme, gelişimime büyük katkı sağlayan, mühendislik disiplini ve uygulama alanlarını tanımamı ve sevmemi sağlayan amcam Mehmet DEMİR başta olmak üzere tüm akrabalarıma gelişimime sağladıkları destekler için, çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	vii
TEŞEKKÜR	x
İÇİNDEKİLER	xi
ŞEKİL LİSTESİ	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ	xviii
KISALTMALAR	xix
SEMBOL LİSTESİ	xx
1. GİRİŞ	1
1.1 Genel Bilgiler	3
1.1.1 Akış rejimleri	3
1.1.1.1 Subsonik akış	4
1.1.1.2 Transonik akış	5
1.1.1.3 Süpersonik akış	6
1.1.1.4 Hipersonik akış	6
1.1.2 Şok fenomeni	7
1.1.2.1 Normal şok	7
1.1.2.2 Eğik şok ve genişleme dalgaları	8
1.1.2.3 Eğik şok denklemleri	10
1.1.2.4 Küt burunlu geometri etrafında ayırık şok dalgası	19
1.1.3 Konik akış	21
1.1.3.1 Konik akışın sayısal çözümü	26
1.1.3.2 Konik akışın fiziksel özellikleri	27
1.1.4 Yerel yüzey eğimi yöntemleri	29
1.1.4.1 Teğet-kama ve teğet-koni yöntemleri	29
1.1.4.2 Şok-genişleme yöntemi	31
1.2 Literatür Araştırması	32
1.3 Tezin Kapsamı ve Amacı	37
2. HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMIĞI ÇALIŞMALARI	41
2.1 Korunum Denklemleri	41
2.2 Türbülansın Modellenmesi	44
2.2.1 Reynolds-ortalamalı Navier-Stokes yaklaşımı	45
2.2.2 Spalart-Allmaras türbülans modeli	48
2.2.3 Menter Shear-Stress transport $k - \omega$ türbülans modeli	49
2.3 Sayısal Yöntemlerin SU2 Yazılımı Uygulamaları	51
3. SU2 DOĞRULAMA ÇALIŞMALARI	53
3.1 Yüzey Basınç Dağılımı (Küresel Küt Burunlu Silindir Geometri)	53
3.2 Şok Şekli (Küresel Küt Burunlu Bikonik Geometri)	58
4. ŞOK ŞEKLİ TAHMİN YÖNTEMİ	65
4.1 İki Boyutlu Şok Tahmini Yöntemi	65
4.1.1 Geometri oluşturulması	67
4.1.2 Bitişik şok şekli tahmini	68
4.1.3 Ayırık şok şekli tahmini	69

4.1.4 HAD düzeltme faktörü	70
4.1.5 Hücum açısı etkilerinin incelenmesi	75
4.1.6 Algoritma geçerleme çalışmaları	76
4.2 Üç Boyutlu Şok Tahmini Yöntemi	90
4.2.1 3B geometrinin oluşturulması	94
4.2.1.1 CGAL kütüphanesi Surface_mesh sınıfı	94
4.2.2 Yüzey akım çizgileri hesaplanması	95
4.2.3 Üç boyutlu şok tahmini hesaplamaları	100
4.2.3.1 Koordinat eksenini dönüştürme	100
4.2.3.2 Ayrık şok şekli tahmini	101
4.2.3.3 Bitişik şok şekli tahmini	101
4.2.3.4 HAD düzeltme faktörü	103
4.2.3.5 Maksimum sapma açısı değeri tespiti	104
4.2.3.6 Hücum açısı etkilerinin incelenmesi	105
4.2.3.7 Şok şekli tahmini işlemleri sonrası çalışmalar	106
4.2.4 Algoritmanın paralel hale getirilmesi	106
4.2.5 Algoritma geçerleme çalışmaları	107
5. SONUÇLAR VE GELECEKTE YAPILMASI PLANLANAN	
ÇALIŞMALAR	133
5.1 Sonuçlar	133
5.2 Gelecekte Yapılması Planlanan Çalışmalar	137
KAYNAKLAR	139
EKLER	143
ÖZGEÇMİŞ	151

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1: Kanat profili etrafında subsonik akış	5
Şekil 1.2: Kanat profili etrafında transonik akış	5
Şekil 1.3: Kama geometrisi etrafında supersonik akış	6
Şekil 1.4: Kama geometrisi etrafında hipersonik akış	7
Şekil 1.5: (a) Küt gövde üzerinde akış , (b) Lüle boyunca aşırı genişlemiş akış .	8
Şekil 1.6: (a) İçbükey köşe , (b) Dışbükey köşe	9
Şekil 1.7: (a) Subsonik , (b) Süpersonik akış için bozuntu dalgaları yayını görselleştirilmesi	10
Şekil 1.8: Eğik şok geometrisi	11
Şekil 1.9: $\theta - \beta - M$ eğrisi	17
Şekil 1.10: Bitişik ve ayrık şok dalgası örnekleri	18
Şekil 1.11: Küt burunlu geometri etrafında ayrık şok dalgası	20
Şekil 1.12: Şekil 1.11 için $\theta - \beta - M$ eğrisi gösterimi	21
Şekil 1.13: Koni geometrisi için küresel koordinat sistemi	23
Şekil 1.14: Koni geometrisi etrafında akışın sayısal çözümlenmesi şematik gösterimi	27
Şekil 1.15: Ses üstü konik akış için $\theta_c - \theta_s - M$ grafiği	28
Şekil 1.16: Konik geometri etrafında sonik çizgi oluşumu	29
Şekil 1.17: Teğet-Kama Yöntemi	30
Şekil 1.18: Teğet-Koni Yöntemi	30
Şekil 1.19: Şok-Genişleme Yöntemi	31
Şekil 1.20: Şok ve Mach dalgası ilişkisi şematik gösterimi	32
Şekil 1.21: Düz yüzeyli silindirik geometri	34
Şekil 3.1: Eksenel simetrik doğrulama çözüm alanı.	54
Şekil 3.2: Eksenel simetrik doğrulama Mach konturu.	55
Şekil 3.3: Çözüm ağı çalışmaları.	56
Şekil 3.4: Spalart-Allmaras türbülans modeli çalışmaları.	57
Şekil 3.5: SST $k - \omega$ türbülans modeli çalışmaları.	57
Şekil 3.6: Çözüm ağı 2 üzerinde Spalart-Allmaras ve SST $k - \omega$ türbülans modeli çalışmaları.	58
Şekil 3.7: Küresel küt burunlu bikonik geometri ölçüleri.	59
Şekil 3.8: 3B doğrulama çalışmaları çözüm alanı.	60
Şekil 3.9: Doğrulama çalışmaları 2B çözüm ağı.	60
Şekil 3.10: Doğrulama çalışmaları 3B çözüm ağı.	61
Şekil 3.11: Hücum açısı etkisi olmayan durumda Mach konturu ve deneysel şok noktaları.	62
Şekil 3.12: 5° hücum açısı etkisinde Mach konturu ve deneysel şok noktaları. .	63
Şekil 3.13: 10.25° hücum açısı etkisinde Mach konturu ve deneysel şok noktaları.	64
Şekil 4.1: 2B Şok Şekli Tahmin Algoritması Akış Diyagramı.	66

Şekil 4.2: Küresel küt burunlu geometri parametrik ifadesi.	67
Şekil 4.3: Bitişik şok şekli tahmini yöntemi şematik gösterimi	69
Şekil 4.4: Billig eğrisi parametrik gösterimi	70
Şekil 4.5: Düzeltme faktörü hesabı analizleri çözüm alanı.	71
Şekil 4.6: Düzeltme faktörü hesabı analizleri Mach=6 serbest akış koşulu.	72
Şekil 4.7: Düzeltme faktörü hesabı analizleri sonik bölge.	72
Şekil 4.8: Mach konturu üzerinde düzeltme faktörü hesabı.	73
Şekil 4.9: Daire geometrisi üzerinde düzeltme faktörü etkisi.	73
Şekil 4.10: Dairesel küt burunlu kama geometrisi üzerinde düzeltme faktörü etkisi.	74
Şekil 4.11: Mach sayısına bağlı 2B HAD düzeltme faktörü grafiği.	75
Şekil 4.12: 2B geçerleme çalışmaları tanjant ogive geometrisi.	76
Şekil 4.13: 2B geçerleme çalışmaları tanjant ogive çözüm ağı.	77
Şekil 4.14: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	77
Şekil 4.15: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	78
Şekil 4.16: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	78
Şekil 4.17: 2B geçerleme çalışmaları 1 numaralı kalın geometri	79
Şekil 4.18: 2B geçerleme çalışmaları 2 numaralı ince geometri	79
Şekil 4.19: 2B geçerleme çalışmaları 1 numaralı geometri için HAD çözüm alanı.	80
Şekil 4.20: 2B geçerleme çalışmaları 2 numaralı geometri için HAD çözüm alanı.	80
Şekil 4.21: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	81
Şekil 4.22: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	82
Şekil 4.23: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	82
Şekil 4.24: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	83
Şekil 4.25: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	83
Şekil 4.26: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	84
Şekil 4.27: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	84
Şekil 4.28: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	85
Şekil 4.29: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	85
Şekil 4.30: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	86
Şekil 4.31: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	86
Şekil 4.32: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	87

Şekil 4.33: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	87
Şekil 4.34: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	88
Şekil 4.35: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	88
Şekil 4.36: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	89
Şekil 4.37: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	89
Şekil 4.38: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	90
Şekil 4.39: 3B Şok Şekli Tahmin Algoritması Yüzey Akım Çizgileri Akış Diyagramı.	91
Şekil 4.40: 2B bikonik geometri: $M=6$ serbest akış koşulu Mach konturu üzerinde 2B şok şekli.	92
Şekil 4.41: 2B bikonik geometri : $M=6$ serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.	92
Şekil 4.42: 3B Şok Şekli Tahmin Algoritması Akış Diyagramı.	93
Şekil 4.43: Dışarıdan görülen bir yüzey ağındaki yarım kenarların ve köşelerin bağlantısı	95
Şekil 4.44: On iki yüzlü çözüm ağı üzerinde yüzey normalleri	96
Şekil 4.45: Yansıtma işlemi şematik gösterimi.	96
Şekil 4.46: Barisentrik ağırlık yöntemi.	97
Şekil 4.47: Mach sayısına bağlı 3B HAD düzeltme faktörü grafiği	104
Şekil 4.48: Mach sayısına bağlı maksimum sapma açısı grafiği.	105
Şekil 4.49: On iki tane akım çizgisi çözümlemesi üzerinde hızlanma testi çalışması	108
Şekil 4.50: Hücüm açısı etkisi olmayan durumda yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde deneysel şok noktaları ile şok tahmin algoritması sonuçları.	109
Şekil 4.51: 5° hücüm açısı etkisi altında yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde deneysel şok noktaları ile şok tahmin algoritması sonuçları.	110
Şekil 4.52: 10.25° hücüm açısı etkisi altında yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde deneysel şok noktaları ile şok tahmin algoritması sonuçları.	110
Şekil 4.53: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için kullanılan yüzey çözüm ağı	111
Şekil 4.54: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için 3B yüzey akım çizgileri	112
Şekil 4.55: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için silindirik koordinat sisteminde 2B yüzey akım çizgileri	112
Şekil 4.56: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için silindirik koordinat sisteminde 2B şok noktaları	113
Şekil 4.57: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok noktaları	113
Şekil 4.58: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok geometrisi	114
Şekil 4.59: 10° hücüm açısı etkisi altında durum için kullanılan yüzey çözüm ağı	114
Şekil 4.60: 10° hücüm açısı etkisi altında durum için 3B yüzey akım çizgileri	115

Şekil 4.61: 10° hücum açısı etkisi altında durum için silindirik koordinat sisteminde 2B yüzey akım çizgileri	115
Şekil 4.62: 10° hücum açısı etkisi altında durum için silindirik koordinat sisteminde 2B şok noktaları	116
Şekil 4.63: 10° hücum açısı etkisi altında durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok noktaları	116
Şekil 4.64: 10° hücum açısı etkisi altında durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok geometrisi	117
Şekil 4.65: Tanjant ogive geometrisi 3B çözüm alanı.	118
Şekil 4.66: Tanjant ogive geometrisi yüzey çözüm ağı.	118
Şekil 4.67: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	119
Şekil 4.68: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	119
Şekil 4.69: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücum Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	120
Şekil 4.70: Bir numaralı geometri 3B çözüm alanı	121
Şekil 4.71: Bir numaralı geometri yüzey çözüm ağı	121
Şekil 4.72: İki numaralı geometri 3B çözüm alanı	122
Şekil 4.73: İki numaralı geometri yüzey çözüm ağı	122
Şekil 4.74: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	123
Şekil 4.75: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	123
Şekil 4.76: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	124
Şekil 4.77: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	124
Şekil 4.78: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	125
Şekil 4.79: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücum Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	125
Şekil 4.80: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	126
Şekil 4.81: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	126
Şekil 4.82: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücum Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	127
Şekil 4.83: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	127
Şekil 4.84: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	128
Şekil 4.85: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	128
Şekil 4.86: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	129
Şekil 4.87: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	129

Şekil 4.88: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	130
Şekil 4.89: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	130
Şekil 4.90: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	131
Şekil 4.91: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.	131
Şekil Ek.1: 2B AABB ağaç algoritması şeması	145
Şekil Ek.2: 3B AABB ağaç yapısı	146
Şekil Ek.3: 3B K-Dimensional ağaç yapısı	147
Şekil Ek.4: 2B K-Dimensional ağaç yapısı	148
Şekil Ek.5: 2B K-Dimensional ağaç yapısı üzerinde yarıçap mesafesine bağlı sıralama algoritması	149



ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1: Yüzey basınç dağılımı doğrulama çalışması serbest akış koşulları. .	54
Çizelge 3.2: Çözüm ağı hücre sayıları.	55
Çizelge 3.3: Şok şekli doğrulama çalışması serbest akış koşulları.	59



KISALTMALAR

- AABB** : Eksenel-Hizalanmış Sınırlandırma Kutusu (Axis-Aligned Bounding Box)
CFL : Courant-Friedrichs-Lewy kriteri
CGAL : Hesaplamalı Geometri Algoritma Kütüphanesi
(The Computational Geometry Algorithms Library)
DNS : Doğrudan Sayısal Benzeşim (Direct Numerical Simulation)
HAD : Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics (CFD))
KD : K-Boyutlu (K-Dimensional)
LES : Büyük Burgaç Benzetimi (Large Eddy Simulation)
OFF : Nesne Dosya Biçimi (Object File Format)
RANS : Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier-Stokes)
SA : Spalart-Allmaras
SST : Kayma Gerilmesi Taşınımı (Shear Stress Transport)
STL : Standart Üçgen Dili (Standard Triangle Language, Stereolithography)
2B : İki Boyutlu (2D)
3B : Üç Boyutlu (3D)

SEMBOL LİSTESİ

Bu tezde kullanılan simgeler açıklamaları ile birlikte aşağıda yer almaktadır.

Simge	Açıklama
M	Yerel Mach sayısı
M_∞	Serbest akış Mach sayısı
V	Yerel hız değeri
V_∞	Serbest akış hız değeri
a_∞	Serbest akış ses hızı
ρ	Yoğunluk
T	Sıcaklık
P	Basınç
R	İdeal gaz sabiti
h	Entalpi
u_i	Hız vektörü
t	Zaman
x_i	Koordinat eksen
μ	Dinamik viskozite
ν	Kinematik viskozite
Re	Reynolds sayısı
τ_{ij}	Gerilme tensörü
k	Türbülans kinetik enerji
ω	Özgül türbülans enerjisi yitim oranı
θ	Sapma açısı
$\theta_{maks.}$	Maksimum sapma açısı
β	Şok açısı
μ	Mach dalgası açısı
M_1	Şok öncesi Mach sayısı
M_2	Şok sonrası Mach sayısı
n	Nokta normal vektörü

V_v	Yansıtılmış nokta hız vektörü
V_p	Nokta hız vektörü
w	Barisentrik koordinat ağırlığı
V'	Boyutsuz hız
V_r	Radyal hız bileşeni
V_t	Teğetsel hız bileşeni
L	Geometri uzunluğu
R_c	Şok eğrilik yarıçapını
Δ	Şok mesafesi
S	Yüzey alanı
θ_n	Burun bölgesindeki açı
θ_i	İlgilenilen noktadaki açı
γ	Özgül ısı oranı

1. GİRİŞ

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) günümüzde deneysel analiz ve uçuş testleri ile birlikte hava araçları tasarımında oldukça kritik ve güçlü bir araç olarak kendini kanıtlamıştır. HAD, tasarım süreci boyunca birçok uygulamada sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Birçok araştırmacı ve mühendis tarafından farklı yaklaşımlar ve yöntemler geliştirilerek HAD çözümlenmeleri mümkün olduğu kadar az varsayım ile yüksek doğrulukta yapılmaya çalışılmaktadır. Ancak özellikle bazı detay 3B akışkan problemlerini çözebilmek için yüksek hesaplama kaynağı ihtiyacı doğması sebebiyle HAD çözüm hassasiyetleri sınırlanmaktadır. Bu doğrultuda belirsizlikleri azaltmak ve tasarımı iyileştirmek için sürekli olarak çalışmalar gerçekleştirilmeye devam etmektedir. Özellikle yüksek hızlı akış koşullarında çalışan hava aracı tasarım ve uygulamaları içeren çözümlenmeler yapılırken bu durum kritik bir hal almaktadır. Bu tür problemlerde gözlemlenen karmaşık şok dalgaları ve şok kaynaklı oluşan basınç, kayma gerilmesi ve ısı yüklerinin doğru bir şekilde modellenmesi gerekliliği doğmaktadır [1, 2].

Bazı yüksek hızlı araç tasarımı problemlerinde ise tasarım sürecinde çok sayıda analiz ihtiyacı doğmaktadır. Analizlerin kısa sürede, yüksek hassasiyet ile çözümlenmesi gerekmektedir. Ancak bütün çözüm alanı boyunca araç etrafındaki şok fenomenini modellemek için gerekli çözüm ağı kullanılamamaktadır. Bu kapsamda yüksek gradyan gözlemlenen şok bölgelerinin önceden tespiti ve doğru modellenmesi ile tasarım süreci hassasiyeti arttırılarak, çözüm süresi minimize hale getirilebilmektedir.

Bu doğrultuda şok fenomeni bulunan bölgelerde uygun çözüm ağı boyutu kullanılması ve çözüm ağının uygun şekilde hizalanması ile sayısal çözümün ayrıklaştırma hatasının en aza indirilmesi veya tüm çözüm ağı boyunca eşit olarak dağıtılması gerekmektedir [3]. Ancak şok konumları genellikle simülasyon tamamlandıktan sonra elde edilebilmektedir.

Bu nedenle literatürde, çözüm ağına bağlı difüzyonu en aza indirmek ve nümerik sonuçların çözüm ağı bağımsızlığını sağlamak amacıyla, şok şekli ve konumlarının doğru şekilde simülasyon öncesinde tahmini veya elde edilmesi ile ilgili tekniklerin geliştirilmesi gerekliliği doğmaktadır [4].

Ek olarak bazı aerodinamik sistem tasarımı çalışmalarında şok fenomeninin, farklı serbest akış koşullarında incelenen sistem üzerinde kritik bazı yapısal bileşenler ile etkileşime girerek, bu bölgelerde basınç yüklerini arttırması gibi problemler ile karşılaşmaktadır. Bu tür problemlerin hızlı bir şekilde çözümlenmesi aşamasında şok şekli tahmini yöntemleri etkili olabilmektedir. Tasarım problemlerinde sıklıkla kullanılan hızlı akış tahmin yöntemlerinin kullanılabilirliği açısından da şok şekli tahmini önemlidir. Hızlı akış tahmin yöntemleri genellikle tersine çözüme dayanmakta ve ilgili yöntemlerde şok önceden tahmin edilerek, hesaplamalar yapılmaktadır. Bu kapsamda yöntemlerin doğru şekilde uygulanabilmesi için şok şekli tahmini oldukça kritik rol oynamaktadır [5]. Şok tahmininin kritik rol oynadığı bir başka uygulama alanı, yüksek hızlı süzülen hava araçları ön tasarımıdır. Tasarım çalışmalarında kaldırma-sürüklenme oranını yüksek tutmak amacıyla, araç alt yüzeyinin şok üzerinde kalması istenmektedir. Bu nedenle şok tahmini yapılarak, ön tasarım çalışmalarına başlanmaktadır [6].

Bu kapsamda literatürde bir çok farklı şok şekli-konumu tahmini yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden yaygın olarak benimsenen bir yaklaşım her ne kadar elde edilen çözüm ağının optimal olacağına dair herhangi bir garanti sağlayamasa da sezgisel olarak geçmiş mühendislik tecrübelerine güvenmektir. Bir diğer yaklaşım ise şok yapısını analitik yaklaşımlar ile tahmin etmektedir. Ancak ilgili analitik yöntemler genelde sadece basit geometriler ve belirli akış koşulları için geçerli olmaktadır [7]. Analitik şok tahmini ile yapılan çalışmalara örnek olarak; Catalano [8], tarafından yapılan Vega fırlatıcı HAD simülasyonlarında uzak alan sınırını belirleyebilmek için Billig [9] tarafından tanımlanmış yaklaşık çözümün kullanılması veya Carter [10], çalışmalarında sonik patlama tahminleri için serbest akış Mach açısı boyunca ağ hizalaması ve iyileştirmesi uygulamaları yapılması verilebilir.

Şok fenomeni ile uyumlu çözüm ağları elde etmek için daha tutarlı ve kesin bir yaklaşım olan çözüm ağı adaptasyonu yöntemleri de literatürde sıklıkla

kullanılmaktadır. Bu yöntemler temel olarak önceki iterasyonlarda gerçekleşen çözümleme sonuçlarını kullanarak, çözüm ağı düğüm ve eleman konumlarını iteratif olarak iyileştirmektedirler. Çözüm ağı adaptasyonu yöntemlerinin temelinde uygun hata tahmini yönteminin tanımlanması ve çözümlenen akışkan problemine matematiksel olarak uygun yöntemin belirlenmesi yatmaktadır. Oldukça hassas ve nicel kontrole imkân sağlayan çözüm ağı adaptasyon yöntemleri hesaplama zamanı ve maliyetini arttırma gibi dezavantajlara sahiptirler [11, 12].

Mevcut çalışma herhangi bir pahalı HAD simülasyonu maliyeti ve simülasyon oluşturma-inceleme zorluğu olmadan yüksek hızlı hava araçları etrafında durağan şok dalgalarını doğru bir şekilde tahmin edebilmek için optimize bir model formüle etmeyi amaçlamaktadır. Temel olarak amaç çok basit geometriler için var olan deneysel metotlar ile bazı basitleştirilmiş denklem sistemleri (Euler denklemleri veya panel yöntemleri gibi) çözümlerine dayalı mevcut yöntemler arasında, kabul edilebilecek hızlı bir teknik önermektir. Bu kapsamda literatürde tanımlanmış şok tahmin teknikleri yeniden ele alınıp, incelenerek; optimize-yeni şok şekli tahmin yöntemi sunulacaktır.

1.1 Genel Bilgiler

Bu bölümde tez kapsamında sunulan kodlama ve HAD uygulamalarının daha net olarak anlaşılabilmesi için bazı temel kavramlar hakkında bilgiler sunulacaktır. Bölüm boyunca öncelikle akış rejimlerinden bahsedilecek; ardından şok fenomeni, çeşitleri ve eğik şok denklemleri üzerinde durulacaktır. 3B hesaplamalar boyunca kullanılan 3B konik akış hakkında bilgi verilecek ve bu kapsamda konik akış denklemleri incelenecektir. Son olarak temel anlamda bitişik şok tahmini algoritması mantığını ifade eden yüzey eğimi yöntemlerinden bahsedilecektir.

1.1.1 Akış rejimleri

Akış rejimleri tanımlanmadan önce bazı kavramların anlaşılması önemlidir. Gövdeden uzakta bulunan bir akış tekdüze (ing. uniform) olarak serbest-akış hızı V_∞ ile hareket etmektedir. Akım çizgisi, akış alanında akışkanın hareketini

tanımlamaktadır. Akışkanın her noktada o noktada bulunan hız vektörüne tanjant olduğu bir eğridir. Yüzey akım çizgisi de benzer şekilde akışkanın yüzey üzerinde hareketini tanımlamaktadır. Bölüm boyunca basınç (P), sıcaklık (T), yoğunluk (ρ), hız (V), ses hızı (a) gibi temel akış parametreleri noktasal olarak ifade edilmektedir. Akış rejimleri tanımlanırken yerel Mach sayısı kullanılmaktadır. Mach sayısı bir gazın birçok özelliğini hakkında bilgi veren boyutsuz bir akış parametresidir. Denklem 1.1 ile Mach sayısı ifade edilebilmektedir.

$$M = \frac{V}{a} \quad (1.1)$$

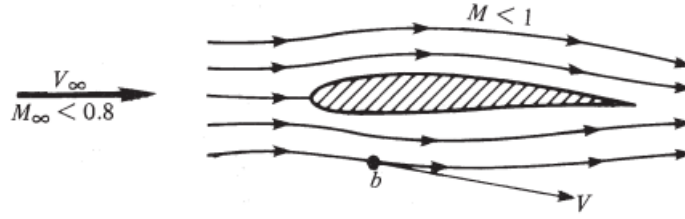
Denklemden V yerel hızı ve a yerel ses hızını göstermektedir. Her bir noktada tanımlanabilen Mach sayısı, gövdeden uzak bölgede serbest akış özellikleri kullanılarak, Denklem 1.2 ile tanımlanabilmektedir.

$$M_{\infty} = \frac{V_{\infty}}{a_{\infty}} \quad (1.2)$$

Akış rejimleri aynı genel denklemlerle ifade edilebilseler de, özellikleri önemli ölçüde farklıdır. Rejimler için kullanılan çözüm yöntemleri, temel varsayımlar ile birlikte büyük ölçüde değişmektedir. Her akış rejiminin doğası aşağıdaki alt bölümlerde aktarılmaktadır.

1.1.1.1 Subsonik akış

Serbest akış hızları ses hızından düşük olan akışlar subsonik akışlar olarak adlandırılırlar. Benzer şekilde Mach sayısının tüm akış alanı boyunca birden düşük olduğu akışlar olarak da tanımlanabilirler. Bir cismin varlığı gibi akış alanı içerisinde ortaya çıkan bozuntular (ing. disturbance), tam olarak geleneksel bir dalga gibi yayılır. Bu tür basınç dalgalanmaları akış alanı boyunca ses hızı ile yayılmaktadırlar. Bu kapsamda ses altı hızlarda akışlarda bahsedilen bozuntu dalgaları, akıştan hızlı hareket etmeleri nedeniyle, parçacıklar ile direkt temas etmeden parçacıkları etkileyebilirler. Bu nedenle Şekil 1.1 ile sunulan görselde gövdeden uzak bölgede paralel olarak gözlemlenen akım çizgileri gövde ile temas etmeden sapmaya başlamıştır. Subsonik akışın bu özelliği oldukça önemli ve karakteristiktir [5].

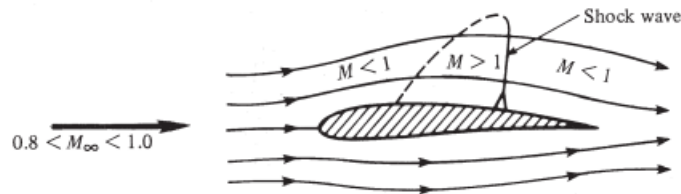


Şekil 1.1: Kanat profili etrafında subsonik akış [5].

Ayrıca kanat profili üzerindeki akışın kanat üstü bölgede Mach sayısı, serbest akış Mach sayısından fazla olmaktadır. Bu nedenle genel olarak subsonik rejim $M_\infty \leq 0.8$ olarak tanımlanmaktadır.

1.1.1.2 Transonik akış

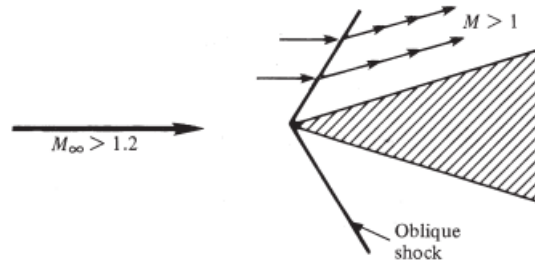
Tipik olarak serbest akış Mach sayısı $0.8 \leq M_\infty \leq 1.2$ aralığında olan akış rejimi transonik akış olarak adlandırılmakta ve bu rejimde akış hızlanıp, yavaşlayabilmektedir. Bu kapsamda transonik akış rejimi subsonik ve supersonik akış durumlarının ikisini de barındırmaktadır. Supersonik ve subsonik akış barındıran farklı yapısı nedeniyle transonik akışı çözmek oldukça zordur (Şekil 1.2). Transonik akış rejiminde doğrusallaştırılmış potansiyel denklemlerini türetmek için kullanılan varsayımlar geçerli değildir. Ses altı bölümün eliptik yapısı, bozuntuların tüm ses altı akış alanını etkilemesine izin verir, süpersonik kısım ise sadece aşağı akışta yayılan dalga benzeri çözümlere izin verir. Bu durumda karakteristikler metodu gibi teknikler süpersonik kısım için etkili bir şekilde kullanılabilir, ancak ses altı bölgeye uygulanamaz [5].



Şekil 1.2: Kanat profili etrafında transonik akış [5].

1.1.1.3 Süpersonik akış

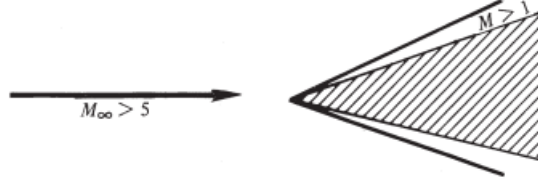
Serbest akış hızları ses hızından yüksek olan akışlar süpersonik akışlar olarak adlandırılırlar. Benzer şekilde Mach sayısının tüm akış alanı boyunca birden yüksek olduğu akışlar olarak da tanımlanabilirler. Gövde referans alınarak akış alanı incelendiğinde, ses hızından yüksek hızla hareket eden gövdeye göre ses hızı ile hareket eden bozuntu dalgaları ancak gövde arkasındaki akışta yayılabilirler. Bu nedenle gövdeden yayılan bozuntu dalgaları, Şekil 1.3 ile gösterildiği gibi, gövdeye yakın bir yerde birleşerek şok oluşturma eğilimindedir. Şok fenomeni; viskoz ve termal iletim etkilerinin çok güçlü olduğu, akış özelliklerinin büyük ölçüde değiştiği ve şok bağıntı denklemleri ile hesaplanabildiği son derece ince bir tabakadan oluşmaktadır. Süpersonik rejim için tipik Mach sayısı aralığı $1.2 \leq M_\infty \leq 5$ olarak tanımlanmaktadır [5].



Şekil 1.3: Kama geometrisi etrafında süpersonik akış [5].

1.1.1.4 Hipersonik akış

Hipersonik akış tipik olarak serbest akış değeri $M_\infty \geq 5$ olduğu akış rejimi olarak tanımlanmaktadır. Şekil 1.4'de görülebildiği üzere hipersonik hızlarda şok fenomeni yüzeye oldukça yaklaşmakta ve bu durum ısı etkileri oldukça arttırmaktadır. Sıcaklık değerleri, gaz moleküllerinin ayrışmasına ve hatta iyonlaşmaya neden olacak kadar yüksek seviyelere çıkabilir. Bu etkiler (ince şok katmanları ve sıcak, kimyasal olarak reaksiyona giren gazlar) bu tür akışların analizine karmaşıklık katar. Hipersonik akışın ayrı bir rejim olarak ifade edilmesinin temel nedeni de bu karmaşık yapıdır [5].



Şekil 1.4: Kama geometrisi etrafında hipersonik akış [5].

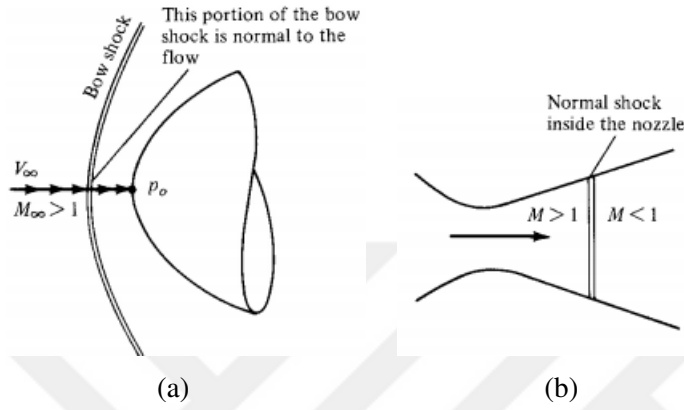
1.1.2 Şok fenomeni

Şok dalgası temel olarak ses üstü hızlarda hareket eden araçlar etrafında bozuntuların etkisi sonucu oluşmaktadır. Ses hızı ile yayılan bozuntu dalgaları, aracın ses hızından yüksek hızlarda hareketi sebebiyle ancak araç arkasındaki akışta yayılabilirler. Yayılan bozuntu dalgalarının birleşmesi sonucu oluşan fenomende şok dalgası veya şok olarak adlandırılmaktadır. Sıradan dalgalar gibi şok dalgaları da enerji taşırlar ve buldukları ortam içerisinde yayılabilirler. Şok dalgaları genellikle bu sayfanın kalınlığından bile daha ince bölgelerdir. Genel olarak şok dalgaları ortamda ani ve süreksiz basınç, sıcaklık, yoğunluk değişimi ile karakterize edilirler [13].

1.1.2.1 Normal şok

Şok dalgaları literatürde dalgaların şekli baz alınarak normal ve eğik şok dalgaları olarak ikiye ayrılmaktadır. Normal şok dalgaları akışa dik olarak yönlendirilmiş şoklardır. İlk bakışta normal şok dalgaları gerçek hayatta çok karşılaşılmayacak özel durumlar gibi görülebilir. Ancak normal şok dalgaları ile doğada sıklıkla karşılaşılmaktadır. Normal şoklarla ilgili iki örnek Şekil 1.5 ile sunulmuştur. Şekil 1.5 (a) ile küt bir gövde üzerindeki süpersonik akış gösterilmiştir. Şekilde gövdenin önünde güçlü bir yay şok dalgası bulunmaktadır. Şok dalgası kavisli bir yapıda olmasına rağmen, şokun buruna en yakın bölgesi aslında akışa normaldir. Ayrıca yay şokunun bu normal kısmından geçen akım çizgisi daha sonra gövdenin burnuna çarpar ve burundaki toplam basınç ve sıcaklık değerlerine etki eder. Yüksek hızlı küt cisimlerde burun bölgesi sürüklenme ve aerodinamik ısınma konularında kritik olduğundan normal şokun arkasındaki akışın özellikleri ayrıca önem kazanmaktadır. Normal şoka bir diğer örnek, Şekil 1.5 (b) ile sunulan lüle (pratikte rüzgar tüneli veya

roket motoru olarak düşünülebilir) üzerinde gösterilmiştir. Örnekte geri basınç lüle içerisinde normal şok oluşturacak kadar yüksektir. Lüle tasarımında normal şokun hangi koşullarda oluşacağı ve şok sonrası akış özelliklerinin belirlenmesi önemli bir rol oynamaktadır. Normal şok tek boyutlu akış ile tanımlanmaktadır. Akış $+x$ koordinat yönünde ise basınç, yoğunluk, sıcaklık ve x yönündeki hız bileşeni sadece x boyunca değişmektedir [13].

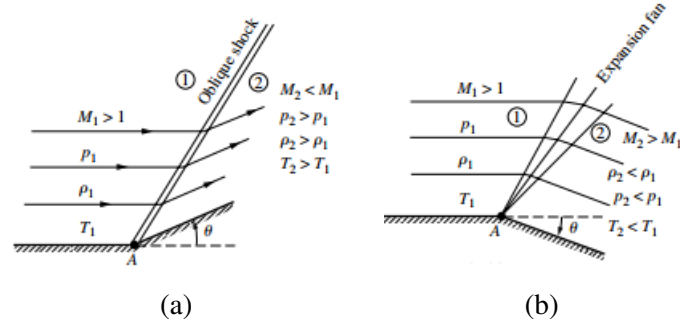


Şekil 1.5: (a) Küt gövde üzerinde akış , (b) Lüle boyunca aşırı genişlemiş akış [13].

1.1.2.2 Eğik şok ve genişleme dalgaları

Önceki bölümde bahsedilen normal şok aslında eğik dalgalar ailesinin dalga açısı 90° olan özel bir durumudur. Süpersonik akışlar, basıncın dalga boyunca süreksiz olarak arttığı eğik şok dalgalarına ek olarak, basıncın dalga boyunca sürekli olarak azaldığı eğik genişleme dalgaları ile de karakterize edilmektedir.

Şekil 1.6'da görselleştirildiği üzere A köşe noktasına sahip duvar üzerinde süpersonik bir akış düşünüldüğünde; ilk görselde akışın duvar θ sapma açısı boyunca akış yönüne doğru büküldüğü görülmektedir, yani köşe içbükeydir. Duvar boyunca akış duvara teğet olmalıdır. Dolayısıyla duvardaki akım çizgisi de θ açısı boyunca yukarı yani akış ana kütesine doğru sapar. Şekilde gösterildiği gibi süpersonik bir akış "kendine geri çevrildiğinde", eğik bir şok dalgası meydana gelmektedir. Dalganın önündeki orijinal yatay akım çizgileri dalganın arkasında da paralel bir şekilde θ yönünde hareket etmektedir.

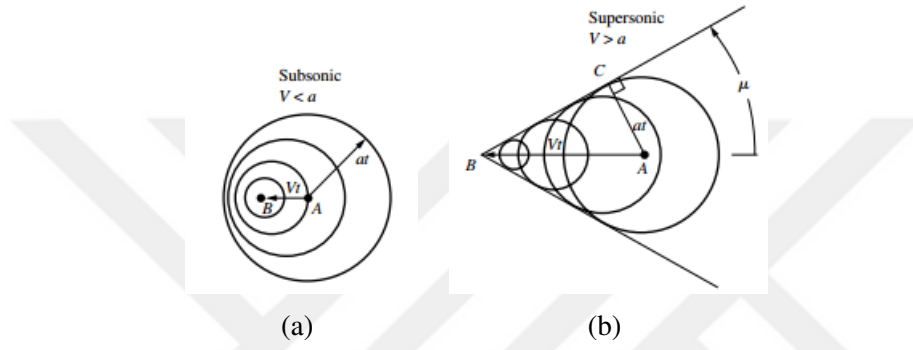


Şekil 1.6: (a) İçbükey köşe , (b) Dışbükey köşe [13].

Şok dalgası boyunca Mach sayısı süreksiz olarak azalır. Basınç, sıcaklık, yoğunluk ise süreksiz olarak artar. Şekil 1.6b incelendiğinde ise duvar θ sapma açısı boyunca akış yönüne ters yönde bükülmüştür yani köşe dışbükeydir. Benzer şekilde bu durumda da akım çizgileri geometriyi takip ederek, akış ana kütesinden uzaklaşırlar. Bu durumda süpersonik akış "kendinden uzaklaştığında" genişleme dalgası meydana gelecektir. Genişleme dalgası, köşede ortalanmış bir fan şeklindedir. Şekilde gözlemlendiği üzere fan sürekli olarak köşeden uzağa doğru açılır. Bu kapsamda akım çizgileri de sürekli fanlar ile birbirlerine paralel olacak şekilde saptırılırlar. Genişleme dalgası boyunca Mach sayısı sürekli olarak artar. Basınç, sıcaklık, yoğunluk ise sürekli olarak azalır. Eğik şok ve genişleme dalgaları, tek boyutlu normal şok dalgalarının aksine doğaları gereği iki boyutludur [13].

Şok fenomeninin daha rahat görselleştirilip, anlatılabilmesi için Şekil 1.7 sunulmuştur. Şekilleri incelerken A noktasından B noktasına doğru bozuntu yayan bir cismin hareket halinde olduğunu düşünelim. Cismin V hızıyla hareket ettiğini ve ses hızında her yöne bir ses dalgası yaydığını düşünelim. İlk şekilde cisim ses hızının altında hızlarla (subsonik) hareket etmektedir ($V \leq a$). Cisim hareketinde t kadar zaman geçtikten sonra ses dalgası, A noktasından çember yarıçapı (at) ile temsil edilen mesafe kadar yayılmıştır. Aynı zamanda yol boyunca da cisimden daha küçük dalgalar yayılmıştır. Bu sürede cisim ise Vt mesafesi kadar hareket ederek, B noktasına ulaşmıştır. Şekil boyunca cismin her zaman dairesel ses dalgaları ailesinin içinde kaldığı ve dalgaların sürekli olarak cismin önünde hareket ettiği gözlemlenmektedir. Şekil 1.7b incelendiğinde ise cisim ses hızından yüksek bir V hızı ile hareket etmektedir. A noktasından harekete başlayan cisim benzer şekilde Vt kadar

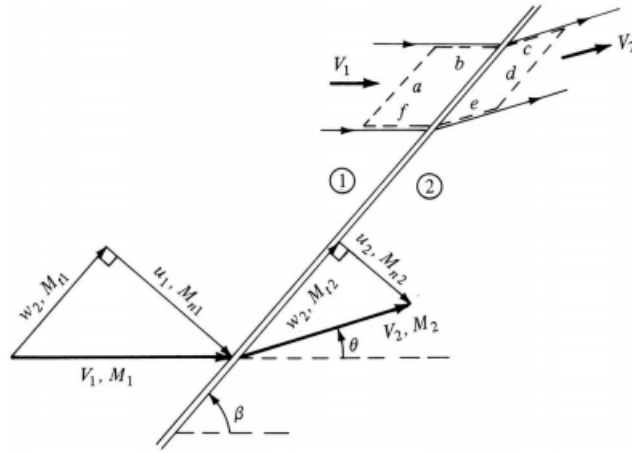
yol almış ve aynı anda cisimden at yarıçapında ses dalgası yayılmıştır. Ancak bu durumda cismin hızı ses hızından büyük olduğundan cisim her zaman dairesel ses dalgaları ailesinin dışında kalmakta ve dalgalar sürekli olarak cismin arkasında hareket etmektedir. Dalgaların bu şekilde cismin arkasın da birleşmeleri sonucu daire ailesine teğet BC düz çizgisi ile sunulan bozuntu bölgesi oluşmaktadır. Bu bozuntu çizgisi Mach dalgası olarak adlandırılmaktadır. Eğer bozuntular basit ses dalgasından daha kuvvetli ise eğik şok oluşmaktadır. Eğik şok dalgası için şok açısı değeri, mach dalgasına oranla daha büyüktür [13].



Şekil 1.7: (a) Subsonik , (b) Süpersonik akış için bozuntu dalgaları yayılımını görselleştirilmesi [13].

1.1.2.3 Eğik şok denklemleri

Tez boyunca 2B hesaplamalarda sıklıkla eğik şok denklemlerinden faydalanılmaktadır. Bu doğrultuda eğik şok denklemlerinin nasıl elde edildiği ve denklemler elde edilirken kullanılan fiziksel kabullerin anlaşılması kritiktir. Eğik şok denklemleri Şekil 1.8 ile sunulan eğik şok geometrisi kullanılarak, incelenecektir. Görselde β sembolü, şok dalgası ile yukarı yönden gelen akış yönü arasındaki açıyı belirtmektedir. Yukarı akış bölgesinde (1) akım çizgileri yataydır ve akış V_1 hızı, M_1 Mach sayısına sahiptir. Aşağı akış bölgesinde (2) ise akım çizgileri sapma açısı θ boyunca yukarı doğru eğimlidir ve akış V_2 hızı, M_2 Mach sayısı ile hareket etmektedir. Yukarı ve aşağı akış bölgeleri hız ve Mach sayıları teğetsel ve normal bileşenlerine ayrılarak, ifade edilmektedir. Bu kapsamda n alt indisi normal ve t indisi teğetsel bileşenleri ifade etmek için kullanılmaktadır [13].



Şekil 1.8: Eğik şok geometrisi [13].

Şekil 1.8 üst bölgesinde kesikli çizgiler ile belirtilen kontrol hacmi; a ve d kenarları şok dalgasına paralel, b ve c çizgileri üst akımı, e ve f çizgileri ise alt akımı takip edecek şekilde oluşturulmuştur. Kontrol hacmi üzerinde korunum denklemleri incelenmeden önce kullanılan fiziksel kabuller aşağıda sıralanmıştır:

- Akışın zamana bağlı değişmediği, $\partial/\partial t = 0$.
- Akışın adyabatik olduğu, $\dot{q} = 0$. Seçilen kontrol hacmine herhangi bir ısı eklenmesi veya alınması gibi bir etki yapılmamaktadır.
- Kontrol hacmi kenarlarında ağırlılık etkileri yoktur. Şok dalgası boyunca yüksek sıcaklık-hız gradyanları gözlemlenmekte ve sürtünme, ısı iletim kritik olmaktadır. Ancak seçilen kontrol hacmi şok bölgesi dışında olduğu için bu durumdan etkilenmemektedir.
- Kontrol hacmine dışarıdan bir kuvvet etki etmemektedir.

Bu doğrultuda dış kuvvetlerden etkilenmeyen, durağan, ağırlı olmayan, adyabatik akış için süreklilik denklemi integral formunda Denklem 1.3 ile sunulduğu şekilde yazılabilir.

$$\oiint_S \rho V \cdot dS = 0 \quad (1.3)$$

Yüzey integrali a ve d yüzeyleri üzerinde hesaplanırsa, eğik şok için süreklilik eşitliği Denklem 1.4 ile sunulduğu üzere elde edilmektedir. a ve d yüzeylerinin alanları eşit

olduğundan denklem alanlar sadeleştirilerek yazılabilmektedir. b, c, e ve f yüzeyleri hız bileşenine paralel olduklarından yüzey integraline katkıları yoktur ($V \cdot dS = 0$).

$$-\rho_1 u_1 A_1 + \rho_2 u_2 A_2 = 0 \quad (1.4)$$

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$$

Momentum denkleminin integral formu bir vektör denklemdir. Teğetsel ve normal bileşen için ayrı ayrı ele alınmalıdır. Bu kapsamda teğetsel hız bileşeni için momentum integral eşitliği Denklem 1.5 ile sunulmuştur.

$$\oiint_S (\rho V \cdot dS) w = - \oiint_S (pdS)_{teğetsel} \quad (1.5)$$

Teğetsel hız bileşeni (w), dS kontrol yüzeyine dik olduğu için a ve d yüzleri üzerindeki pdS sıfırdır. Aynı zamanda b ve f yüzlerindeki $p dS$ vektörleri eşit ve zıt yönlü olduklarından basınç integrali, b ve f yüzleri üzerinde birbirini iptal eden iki teğetsel kuvvet içermektedir. Aynı durum c ve e yüzleri için de geçerlidir. Bu durumda momentum denkleminde basınç terimi bulunmamaktadır. Teğetsel momentum korunumu denklemi Denklem 1.6 ile sunulmuştur.

$$-(\rho_1 u_1 A_1) w_1 + (\rho_2 u_2 A_2) w_2 = 0 \quad (1.6)$$

$$w_1 = w_2$$

Süreklilik denklemi sonucu elde edilen eşitlik, teğetsel momentum denklemine uygulandığında $w_1 = w_2$ eşitliği elde edilmektedir. Bu sonuç eğik şok boyunca akış hızı teğetsel bileşeninin sabit olduğu göstermektedir. Normal hız bileşeni için momentum integral eşitliği Denklem 1.7 ile sunulmuştur.

$$\oiint_S (\rho V \cdot dS) w = - \oiint_S (pdS)_{normal} \quad (1.7)$$

Denklemden a ve d yüzeyleri üzerinde basınç integrali Denklem 1.8 ile sunulduğu üzere hesaplanmaktadır. Benzer şekilde $b - f$ ve $c - e$ yüzeyleri üzerinde oluşan basınç kuvvetleri birbirlerini götürmektedir.

Bu kapsamda momentum korunumu denklemi Denklem 1.8 elde edilmektedir.

$$-(\rho_1 u_1 A_1)u_1 + (\rho_2 u_2 A_2)u_2 = -(-p_1 A_1 + p_2 A_2) \quad (1.8)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2$$

Enerji denklemi integral formunda Denklem 1.9 ile sunulmuştur.

$$\oint_S \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) v \cdot dS = - \oint_S p v \cdot dS \quad (1.9)$$

Benzer şekilde b, c, f ve e yüzeyleri akışa göre teğetsel konumda bulduklarından $V \cdot dS$ bu yüzeylerde sıfıra eşit olmaktadır. Enerji integral denklemi düzenlenip kontrol hacmi üzerinde yazıldığında Denklem 1.10 elde edilmektedir.

$$-\rho_1 \left(e_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) u_1 A_1 + (-\rho_2 \left(e_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) u_2 A_2 = -(-p_1 u_1 A_1 + p_2 u_2 A_2) \quad (1.10)$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

Denklem 1.10 incelendiğinde ve $h + V^2/2 = h_0$ olduğu düşünüldüğünde, şok boyunca toplam enerjinin korunduğu ifade edilebilmektedir. Aynı zamanda $h_0 = c_p T_0$ eşitliği şok boyunca toplam sıcaklığında sabit olduğunu göstermektedir. Denklemde ifade edilen V_1 ve V_2 bileşenleri Denklem 1.11 ile sunulduğu üzere düzenlenerek, ifade edilebilir.

$$V_1^2 - V_2^2 = (u_1^2 + w_1^2) - (u_2^2 + w_2^2) = (u_1^2 - u_2^2) \quad (1.11)$$

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2}$$

Süreklilik (Denklem 1.4), normal yönde momentum (Denklem 1.8) ve enerji (Denklem 1.11) denklemleri incelendiğinde denklemlerin sadece normal hız bileşenlerine (u_1 ve u_2) bağlı olduğu görülmektedir. Denklemlerde teğetsel hız bileşeni etkileri olmadığından, eğik şok boyunca değişikliklerin yalnızca dalgaya normal yöndeki hız bileşeni tarafından yönetildiği sonucu çıkarılmaktadır.

Denklemler incelendiğinde denklemlerde beş bilinmeyen ($u_2, P_2, \rho_2, h_2, T_2$) olduğu gözlemlenmektedir. Bilinmeyenlerin çözümlenebilmesi için iki tane ek denkleme ihtiyaç vardır. Bu kapsamda kalorik olarak ideal gaz kabulü (ideal gaz denklemi ve c_p 'nin sıcaklığa bağlı değişmediği) ile Denklem 1.12 ve 1.13 ile sunulan termodinamik bağıntılar kullanılmaktadır.

$$p = \rho RT \quad (1.12)$$

$$h = c_p T \quad (1.13)$$

Denklem 1.8, Denklem 1.4'ye bölünüp; ses hızına ($a = \sqrt{\gamma p / \rho}$) bağlı olarak ifade edildiğinde Denklem 1.14 elde edilmektedir.

$$\frac{a_1^2}{\gamma u_1} - \frac{a_2^2}{\gamma u_2} = u_2 - u_1 \quad (1.14)$$

Enerji denklemi üzerinde; entalpi $h = c_p T$, ses hızı $a = \sqrt{\gamma p / \rho}$ ve $c_p = (\gamma R) / (\gamma - 1)$ bağıntıları kullanılarak, Denklem 1.15 elde edilmektedir.

$$\frac{a_1^2}{\gamma - 1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{a_2^2}{\gamma - 1} + \frac{u_2^2}{2} \quad (1.15)$$

Denklem 1.15, 2 nolu noktada Mach sayısı bir değerinde olacak şekilde yazılırsa, a^* bu durum için ses hızı olmak üzere ($u_2 = a^*$) Denklem 1.16 şeklinde yazılabilir.

$$\frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2} = \frac{a^{*2}}{\gamma - 1} + \frac{a^{*2}}{2} \quad (1.16)$$

Denklem 1.16, u^2 ile bölünüp, $M^* = a^*/u$ olarak ifade edilirse Denklem 1.17 elde edilir.

$$M^2 = \frac{2}{[(\gamma + 1)/M^{*2}] - (\gamma - 1)} \quad (1.17)$$

İlgili denklemler tanımlandıktan sonra enerji denklemi (Denklem 1.15), şok öncesi ve sonrası noktalar için Denklem 1.16 eşitliğinin kullanımı ile ifade edilebilir. Bu şekilde sonik nokta ses hızı kullanımı ile ifade edilen enerji denklemi, Denklem 1.18 ile sunulmaktadır.

$$a_1^2 = \frac{\gamma+1}{2} a^{*2} - \frac{\gamma-1}{2} u_1^2 \quad (1.18)$$

$$a_2^2 = \frac{\gamma+1}{2} a^{*2} - \frac{\gamma-1}{2} u_2^2$$

Denklem 1.18 kullanılarak enerji denklemi tekrar yazılırsa, sonik ses hızı ve Mach sayıları cinsinden sırasıyla aşağıda sunulan Eşitlik 1.19 ve 1.20 elde edilmektedir.

$$a^{*2} = u_1 u_2 \quad (1.19)$$

$$M_2^* = \frac{1}{M_1^*} \quad (1.20)$$

Sonik Mach sayısı denklemini şok öncesi ve sonrası Mach sayıları cinsinden yazmak için Denklem 1.17 kullanılmaktadır. Bu kapsamda şok öncesi ve sonrası Mach sayıları arasındaki ilişkiyi ifade eden Denklem 1.21 elde edilmektedir. Denklemde eğik şok için normal yönde Mach sayılarının kullanıldığına dikkat edilmelidir.

$$M_{n,2}^2 = \frac{1 + [(\gamma-1)/2]M_{n,1}^2}{\gamma M_{n,1}^2 - (\gamma-1)/2} \quad (1.21)$$

Bu doğrultuda Denklem 1.21 ile ifade edilen $M_{n,1}$ değişkeninin hesabı ve $M_{n,2}$ teriminden şok sonrası Mach sayısının (M_2) hesaplanması gerekmektedir. Hesaplamaların yapılabilmesi için Şekil 1.8 geometrik olarak incelenmektedir. Bu kapsamda şok ve sapma açıları kullanılarak, Denklem 1.22 ile normal Mach sayısı ve Denklem 1.23 ile şok sonrası Mach sayısı hesaplanabilmektedir.

$$M_{n,1} = M_1 \sin \beta \quad (1.22)$$

$$M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} \quad (1.23)$$

Şok sonrası akış özellikleri de normal Mach sayısı kullanılarak hesaplanabilmektedir. Bu doğrultuda süreklilik denklemi Denklem 1.19 ile birlikte kullanılarak, yoğunlukların oranı elde edilmektedir. Basınçlar oranı ise benzer şekilde momentum korunumu denklemi kullanılarak hesaplanmaktadır. Sıcaklık oranı, basınç ve momentum oranı için kullanılan denklemlerin ideal gaz denklemi kullanımı ile

düzenlenmesi sonucu elde edilmektedir. Yoğunluk, basınç ve sıcaklık denklemleri sırasıyla Denklem 1.24, 1.25, 1.26 ile sunulmuştur.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_{n,1}^2}{2 + (\gamma - 1)M_{n,1}^2} \quad (1.24)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_{n,1}^2 - 1) \quad (1.25)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 \rho_1}{p_1 \rho_2} \quad (1.26)$$

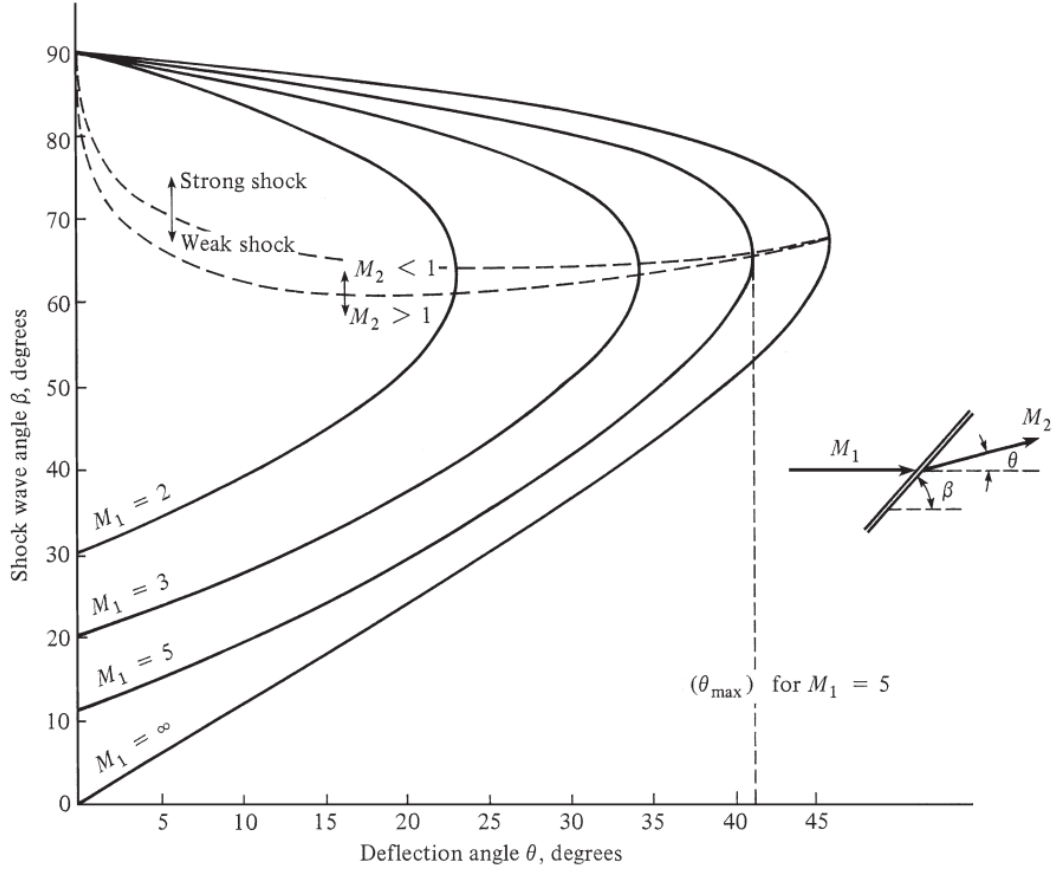
Şok sonrası Mach sayısı (M_2) denkleminde görüldüğü üzere belirtilen hesaplamaların yapılabilmesi için şok açısının bilinmesi gereklidir. Bu nedenle Denklem 1.27 ile sunulan geometrik bağıntılar kullanılarak, Denklem 1.28 elde edilmektedir. Denklem 1.28 literatür kaynaklarında $\theta - \beta - M$ bağıntısı olarak tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \frac{u_1}{w_1} \\ \tan(\beta - \theta) &= \frac{u_2}{w_2} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tan(\beta - \theta)}{\tan\beta} &= \frac{u_2}{u_1} = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \beta}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \beta} \\ \tan\theta &= 2 \cot\beta \left[\frac{M_1^2 \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \right] \end{aligned} \quad (1.28)$$

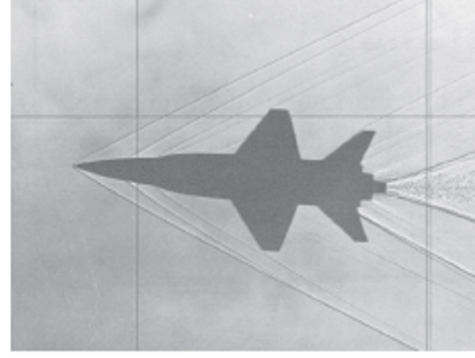
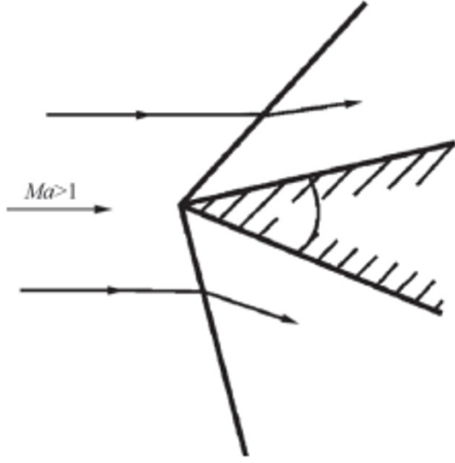
$\theta - \beta - M$ bağıntısı grafiksel olarak Şekil 1.9 ile sunulduğu üzere ifade edilebilmektedir. $\theta - \beta - M$ eğrisi ve bağıntısı incelendiğinde aşağıda sunulan temel yorumlar yapılabilmektedir [13].

1. Her bir M_1 , serbest akış Mach sayısı için bir maksimum sapma açısı ($\theta_{maks.}$) değeri bulunmaktadır. Eğer fiziksel geometri açısı (θ), maksimum sapma açısından büyük ise doğrusal eğik şok dalgası oluşmaz. Geometriden belirli bir mesafe uzaklıkta ayırık ve eğri şeklinde bir şok dalgası oluşur. Örnek olarak Şekil 1.10a ve 1.10b ile sırasıyla bitişik ve ayırık şok dalgası görselleri sunulmuştur.

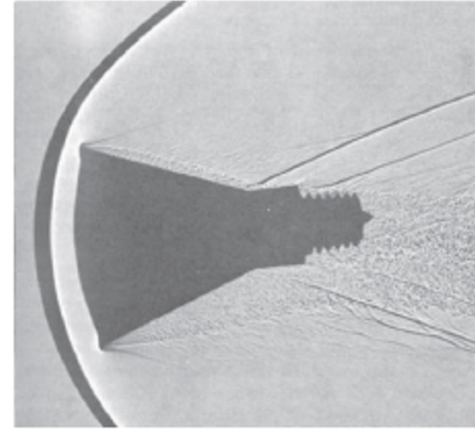
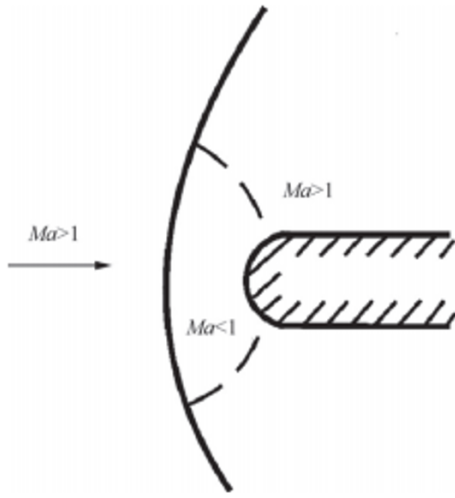


Şekil 1.9: $\theta - \beta - M$ eğrisi [5].

2. $\theta \leq \theta_{maks}$. durumu için Denklem 1.28 çözümlendiğinde belirtilen geometri açısı (θ) ve serbest akış Mach sayısı (M_1) için iki farklı β , şok açısı değeri elde edilmektedir. Elde edilen büyük şok açısı kuvvetli şok ve küçük şok açısı zayıf şok dalgalarını belirtmektedir. Zayıf şok dalgası ile doğada ve çözümlenen problemlerde daha sık karşılaşılmaktadır. Temelde zayıf veya güçlü şok çözümünün oluşup oluşmadığı, karşı basınç tarafından belirlenmektedir. Akış sonrasında bulunan bölgede akışkan basıncı bağımsız bir mekanizma tarafından artırılırsa, güçlü şok meydana gelmeye zorlanabilir. Güçlü şok çözümünde şok sonrası Mach sayısı (M_2) genellikle subsoniktir. Zayıf şok çözümünde ise şok sonrası Mach sayısı θ_{maks} . değerine yakın bölgeler haricinde süpersoniktir.
3. Sapma açısı değeri sıfır ($\theta = 0$) ise şok açısı $\beta = \pi/2$ veya $\beta = \mu$ değerlerini almaktadır. Şok açısının 90 derece olması eğik şokun özel bir durumu olan normal şok fenomenini ifade etmektedir. Normal şok güçlü bir şoktur ve eğik şok normal şoka yaklaştıkça daha güçlü şoklar görülmeye başlanmaktadır. $\beta = \mu$ durumu ise en zayıf şok olan Mach dalgasını ifade etmektedir.



(a) Mach sayısı 15 ile hareket eden X15 etrafında bitişik şok



(b) Mercury Spacecraft etrafında ayırık yay şoku

Şekil 1.10: Bitişik ve ayırık şok dalgası örnekleri [14].

$\theta - \beta - M$ bağıntısı içerisinde sapma açısı (θ), şok açısı (β) ve serbest akış Mach sayısı (M_1) cinsinden ifade edilmektedir. Ancak problemlerde genellikle sapma açısı ve Mach sayısı değerlerinin bilinmesi durumunda şok açısının hesaplanması gerekmektedir. Bu kapsamda $\theta - \beta - M$ bağıntısının deneme yanılma gibi yöntemler kullanılarak sayısal olarak çözümlenmesi gerekmektedir. Emanuel [15], çalışmalarında kesin çözüme hızlı bir şekilde ulaşılabilmesi için denklemini farklı bir formda ifade etmiştir. Bu doğrultuda $\theta - \beta - M$ bağıntısını kübik $\tan\beta$ fonksiyonu olarak modelleyerek, Denklem 1.29 ile sunulan bağıntı şeklinde ifade etmiştir. İfade edilen bu alternatif denklem $\beta - \theta - M$ bağıntısı olarak adlandırılmaktadır.

$$\tan\beta = \frac{M^2 - 1 + 2\lambda \cos[(4\pi\delta + \cos^{-1}X)/3]}{3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right) \tan\theta} \quad (1.29)$$

Denklemde $\delta = 0$ alındığında güçlü şok , $\delta = 1$ alındığında ise zayıf şok çözümü elde edilmektedir. Denklemde ifade edilen λ ve X ara değişkenleri aşağıda sunulan Denklem 1.30 ile gösterilmektedir.

$$\lambda = \left[(M^2 - 1)^2 - 3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right) \left(1 + \frac{\gamma+1}{2}M^2\right) \tan^2\theta \right]^{1/2} \quad (1.30)$$

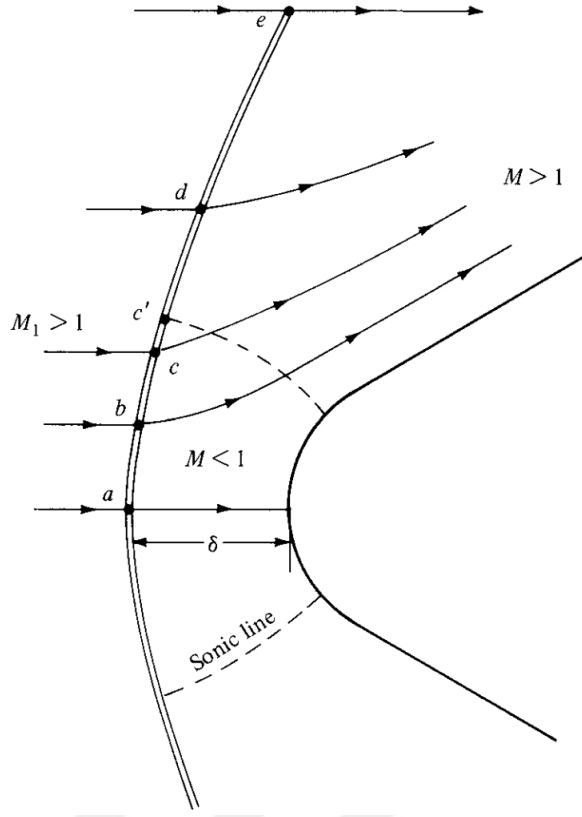
$$X = \frac{(M^2 - 1)^3 - 9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2 + \frac{\gamma+1}{4}M^4\right) \tan^2\theta}{\lambda^3}$$

1.1.2.4 Küt burunlu geometri etrafında ayrık şok dalgası

İlgili bölüm boyunca tez kapsamında sıklıkla kullanılan küt burunlu geometri etrafında oluşan ayrık şok dalgası detaylı olarak incelenecektir [5, 13]. Yay şok dalgası, belirli bir serbest akış Mach sayısı için tüm olası eğik şok çözümlerinin bir arada gözlemlenebildiği bir fenomendir. Yay şok dalgasının daha detaylı bir şekilde incelenebilmesi amacıyla Şekil 1.11 ve 1.12 ile çizim görselleri sunulmaktadır. Şekil 1.11 ile sunulduğu üzere şok dalgası gövde üzerinden şok mesafesi (ing. shock detachment distance) olarak ifade edilen belirli bir mesafe (δ) uzaklıkta oluşmaktadır. Görselde sunulan a noktası gelen akışa normal yönde olduğundan, ilgili nokta etrafında normal şok oluşmaktadır. a noktasından uzaklaştığında ise şok dalgaları daha fazla bükülerek, zayıflamakta ve zayıflayan dalgalar gövdeden yeterince uzaklıkta (görsel üzerinde e noktasında) zayıf Mach dalgasına dönüşmektedir.

Yay şok dalgasının daha detaylı incelenebilmesi amacıyla Şekil 1.11 içerisinde sunulan noktalar, Şekil 1.12 ile $\theta - \beta - M$ eğrisi üzerinde gösterilmektedir. Eğri sınırlarında yer alan a ve e noktaları sırasıyla en güçlü normal şok ve en zayıf Mach dalgasına karşılık gelmektedir. Merkez noktasının biraz üzerinde yer alan b

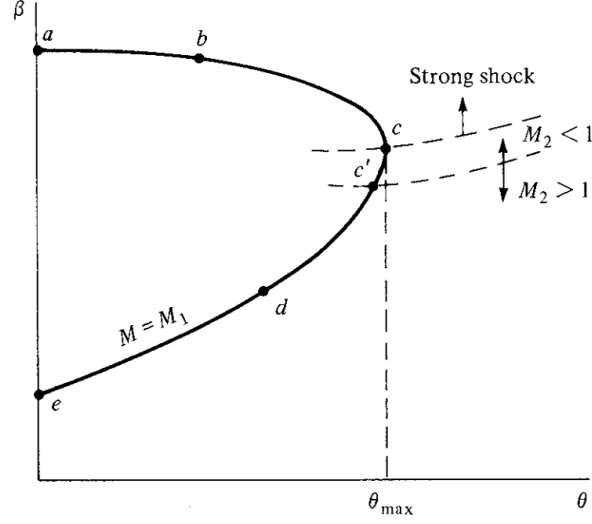
noktasında ise akış, şokun arka bölgesinde az miktarda yukarı doğru sapmakta ve güçlü şok dalgası oluşmaktadır.



Şekil 1.11: Küt burunlu geometri etrafında ayırık şok dalgası [5].

Şok boyunca ilerlemeye devam edildiğinde ise şok dalgaları daha eğik hale gelmeye başlar ve c noktasına ulaşıncaya kadar sapma açıları artar. c noktası maksimum sapma açısı değerine karşılık gelmektedir. c noktasına kadar güçlü şok eğrileri oluşurken, c noktasından e noktasına kadar şok dalgaları zayıflamaya devam etmekte ve ilgili aralıkta zayıf şok dalgaları oluşumu gözlemlenmektedir. c noktasının az miktarda üstünde bulunan c' noktasında ise şok sonrasında akış sonik ($M=1$) olmaktadır.

Akışın sonik olduğu bölge sonik çizgi olarak ifade edilmektedir. Yay şok dalgası, ses altı ve ses üstü akış alanlarını barındırmakta ve ilgili bölgeler sonik çizgi ile ayrılmaktadır. Şok dalgası sonrasında akış a noktasından c' noktasına kadar ses altı hız değerlerine sahip iken, c' noktasından sonra ses üstü hızlarda hareket etmektedir.



Şekil 1.12: Şekil 1.11 için $\theta - \beta - M$ eğrisi gösterimi [5].

1.1.3 Konik akış

Bu bölüm boyunca 3B bitişik şok şekli hesabı yönteminde kullanılan konik akış üzerinde durulacaktır. Önceki bölümlerde kama geometrisi etrafında iki boyutlu akışın eğik şok teorisi ve matematiksel bağıntılar ile nasıl incelendiği aktarılmıştı. Bu bölümde ise yandan kesit görünüşü kama geometrisine benzeyen ancak üç boyutlu uzayda yer alan koni geometrisi üzerindeki akış incelenecektir. Bu kapsamda üç boyutlu akışın özel bir durumu olan aksel simetrik süpersonik akış, serbest akışa göre sıfır derece hücum açısına sahip keskin bir koni geometrisi etrafında kesin-doğrusal olmayan çözümü yapılarak, incelenecektir [5]. Sıfır hücum açısında aksel simetrik koni geometrisi Şekil 1.13 ile gösterildiği üzere düzlemsel bir eğrinin sabit bir eksen etrafında döndürülmesiyle oluşturulmaktadır. Bu doğrultuda konik cisim z-ekseni simetri eksenine (V yönüne hizalanmış) olan küresel koordinat sistemi ile ifade edilebilir. Şekil 1.13b ile sunulan θ_c açısına sahip bir koni düşünelim ve bu koninin aşağı akış yönünde sonsuza uzandığını varsayalım. Koni süpersonik bir akış içerisinde bulunduğu köşe burun noktasından eğik bir şok dalgası oluşur. Oluşan şok dalgası da konik şekildedir. Süpersonik serbest akıştan gelen bir akım çizgisi, şoku geçerken süreksiz olarak sapar ve şok sonrası bölgede sürekli olarak kıvrılmaya devam eder. Akım çizgileri ancak sonsuzda asimtotik olarak koni yüzeyine paralel hale gelmektedir. Bu durumda sonsuz koni üzerindeki uzunluklar

anlamsız hale gelir ve akış özelliklerinin koni yüzeyi boyunca sabit kalacağı varsayımı ile ancak bu belirsiz durumun üstesinden gelinebilir. Koni yüzeyi sadece koni köşe noktasından gelen ışınlardan biri olduğundan, koni yüzeyi ile şok dalgası arasındaki bu tür diğer ışınlar boyunca da akış özelliklerinin sabit olduğunu varsaymak mantıklı bir yaklaşımdır. Aslında konik akışın bir tanımını da belirli bir tepe noktasından gelen ışınlar boyunca tüm akış özelliklerinin sabit olduğu akış durumu olarak yapılabilmektedir. Akışkan özellikleri sadece bir ışından diğerine geçildiğinde değişmektedir. Konik akışın bu şekil de değerlendirilmesi deneysel olarak da kanıtlanmıştır [5].

Şekil 1.13a ile sunulan çizim incelendiğinde üst üste bindirilmiş kartezyen ve küresel koordinat sistemleri gözlemlenebilmektedir. Çizimde z eksenini simetri eksenidir ve serbest akış z yönündedir. Eksenel simetrik olan koni geometrisi üzerinde akış ϕ eksenine bağlı değişmeyeceğinden Şekil 1.13b ile sunulduğu üzere r ve θ eksenleri ile ifade edilebilir. Akış alanı içerisinde herhangi bir nokta olan e noktasında radyal ve normal hız bileşenleri sırasıyla V_r ve V_θ ile gösterilmiştir. Şekil 1.13b ile sunulan görselden yararlanılarak, şok ve koni arasındaki akış alanı özellikleri küresel koordinat sisteminde korunum denklemleri basitleştirilip, çözümlenerek elde edilebilir. Öncelikle akışın aksel simetrik olduğu ($\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$) ve akış özelliklerinin geometri köşe noktasından başlayarak belirtilen ışınlar boyunca değişmediği ($\frac{\partial}{\partial r} = 0$) bilgileri kullanılarak, korunum denklemleri düzenlenmelidir. Bu doğrultuda öncelikle küresel koordinatlarda süreklilik denklemi Denklem 1.31 ile sunulduğu üzere yazılabilmektedir.

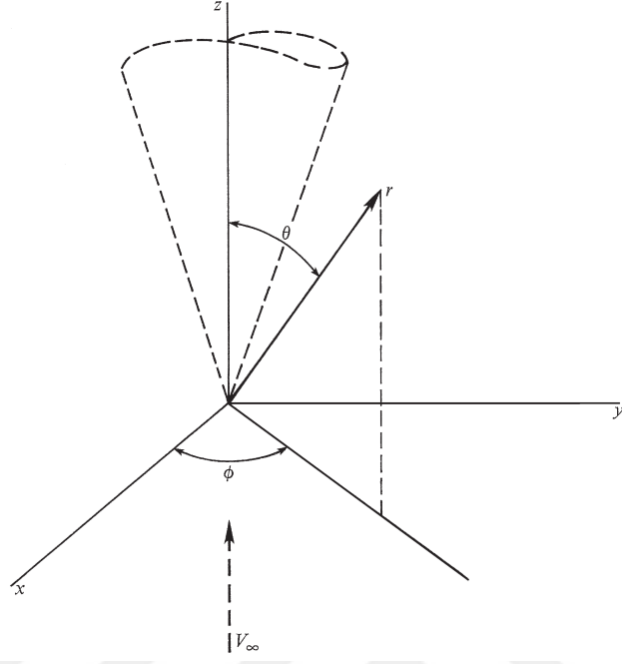
$$\nabla \cdot \rho(V) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho V_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho V_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (1.31)$$

Denklem 1.31, akışın aksel simetrik olduğu bilgisi kullanılarak düzenlenirse Denklem 1.32 elde edilmektedir. Denklem 1.32 konik akış için süreklilik denklemini ifade etmektedir.

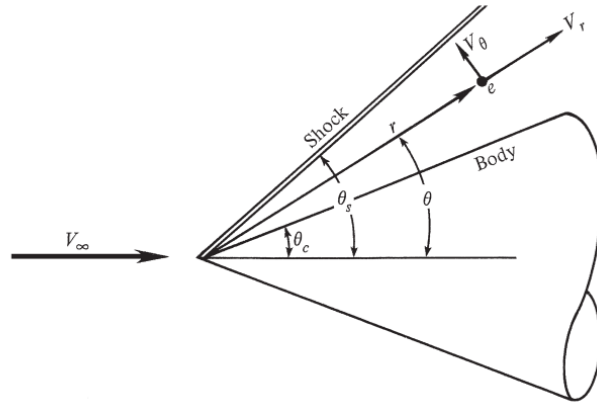
$$2\rho V_r + \rho V_\theta \cot \theta + \rho \frac{2V_\theta}{\partial \theta} + V_\theta \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0 \quad (1.32)$$

Konik akış çözümlerini basitleştirilmesi için Crocco denklemi (Denklem 1.33) incelenmektedir. Crocco teoremi temel olarak momentum ve enerji denklemlerinin birleştirilmesi sonucu elde edilmektedir.

$$T\nabla s = \nabla h_0 - V \times (\nabla \times V) \quad (1.33)$$



(a)



(b)

Şekil 1.13: Koni geometrisi için küresel koordinat sistemi [5].

Crocco denklemi konik akış için incelendiğinde, konik şok dalgası doğrusal olduğundan tüm akım çizgileri için entropi artışı aynı olacaktır ve koordinatlara bağlı entropi değişimi sıfır olacaktır ($\nabla s = 0$). Aynı zamanda şok boyunca akış adyabatik olduğundan toplam entalpi gradyanı değeri de değişmeyecektir ($\nabla h_0 = 0$). Bu durum akışın girdapsız (ing. irrotational) olduğunu göstermekte ve Crocco denklemi $\nabla \times V = 0$ şeklinde ifade edilmektedir.

Bu doğrultuda Crocco denklemi küresel koordinat sisteminde Denklem 1.34 ile ifade edildiği şekilde uygulanabilmektedir.

$$(\nabla \times V) = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} e_r & re_\theta & (r \sin \theta)e_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ V_r & rV_\theta & (r \sin \theta)V_\phi \end{vmatrix} = 0 \quad (1.34)$$

Denklemde e_r , e_θ ve e_ϕ sırasıyla r , θ , ϕ yönlerindeki birim vektörleri ifade etmektedir. Denklem 1.34 vektörel çarpımı gerçekleştirilip, düzenlenince Denklem 1.35 ile sunulan basit eşitlik ortaya çıkmaktadır. Eşitlik aslında konik koordinat ekseninde konik akış için girdapsızlık koşulunu ifade etmektedir.

$$V_\theta = \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \quad (1.35)$$

Konik akış girdapsız olduğu için Euler denklemi (Denklem 1.36) kullanılabilir.

$$dp = -\rho(V_r dV_r + V_\theta dV_\theta) \quad (1.36)$$

Euler denklemi, ses hızı tanımı ($a^2 = \frac{dp}{d\rho}$) ile düzenlenirse Denklem 1.37 elde edilmektedir.

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{a^2}(V_r dV_r + V_\theta dV_\theta) \quad (1.37)$$

Denklem 1.37, toplam entalpi denklemi ile düzenlenmekte ve akışın teorik olarak sıfır sıcaklığa kadar genişlediği hız (V_{max}) kullanılarak, Denklem 1.39 elde edilmektedir.

Toplam entalpi ve ses hızı arasındaki ilişki 1.38 ile sunulmuştur.

$$h_0 = \text{sabit} = h + \frac{V^2}{2} = \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{V^2}{2} = \frac{V_{max}^2}{2} \quad (1.38)$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{V_r dV_r + V_\theta dV_\theta}{V_{max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2} \right) \quad (1.39)$$

Denklem 1.32, 1.35 ve 1.39 üç bağımlı değişken (ρ, V_r, V_θ) içeren üç temel denklemdir. Eksenel simetrik konik akışın sadece bir bağımsız değişken olan θ 'ya bağlı ifade edilebileceğinden bahsedilmiştir. Bu kapsamda üç temel denklem düzenlenilerek, ifade edilmektedir. Süreklilik denkleminde bulunan $\frac{d\rho}{d\theta}$ terimi,

Denklem 1.39'un θ değişkenine göre türevi alınarak düzenlenmektedir. Elde edilen denklemde V_θ değişkenine göre yazılmış türevler ise Denklem 1.35 kullanılarak, V_r cinsinden yazılmaktadır. Belirtilen işlemler yapıldıktan sonra Denklem 1.40 ile sunulan Taylor-Maccoll denklemi elde edilmektedir. Taylor-Maccoll denklemi sadece θ değişkeninin fonksiyonu olarak ifade edilebilen V_r değişkenini içermektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\gamma-1}{2} \left[V_{max}^2 - V_r^2 - \left(\frac{dV_r}{d\theta} \right)^2 \right] \left[2V_r + \frac{dV_r}{d\theta} \cot \theta + \frac{d^2V_r}{d\theta^2} \right] \\ - \frac{dV_r}{d\theta} \left[V_r \frac{dV_r}{d\theta} + \frac{dV_r}{d\theta} \left(\frac{d^2V_r}{d\theta^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.40)$$

Taylor-Maccoll denklemi için kapalı formda bir çözüm yoktur. Denklemın sayısal olarak çözülmesi gerekmektedir. Bu kapsamda sayısal olarak çözümleyebilmek için boyutsuz hız V' tanımı yapılmaktadır. Boyutsuz hız $V' = \frac{V}{V_{max}}$ olarak ifade edilmektedir. Bu doğrultuda Taylor-Maccoll denklemi Eşitlik 1.41 ile sunulduğu şekilde yazılabilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\gamma-1}{2} \left[1 - V_r'^2 - \left(\frac{dV_r'}{d\theta} \right)^2 \right] \left[2V_r' + \frac{dV_r'}{d\theta} \cot \theta + \frac{d^2V_r'}{d\theta^2} \right] \\ - \frac{dV_r'}{d\theta} \left[V_r' \frac{dV_r'}{d\theta} + \frac{dV_r'}{d\theta} \left(\frac{d^2V_r'}{d\theta^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.41)$$

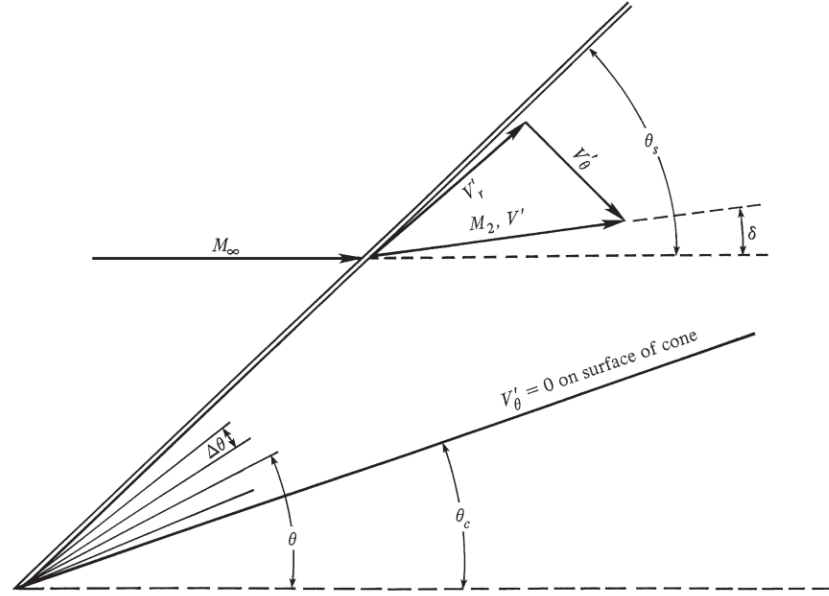
Boyutsuzlaştırılmış denklemde ifade edilen V' sadece Mach sayısına bağlıdır. Matematiksel olarak gösterimi Denklem 1.42 ile sunulmaktadır.

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{\gamma-1} + \frac{V^2}{2} &= \frac{V_{max}^2}{2} \\ \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{a}{V} \right)^2 + \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{V_{max}}{V} \right)^2 \\ \frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{1}{M} \right)^2 + 1 &= \left(\frac{V_{max}}{V} \right)^2 \\ \frac{V}{V_{max}} = V' &= \left[\frac{2}{(\gamma-1)M^2} + 1 \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (1.42)$$

1.1.3.1 Konik akışın sayısal çözümü

Koni geometrisi etrafında ses üstü hızlarda akış, koni geometrisi verilerek akış alanının hesaplandığı doğrudan yaklaşım yerine tersine bir yaklaşım kullanılarak, çözümlenmektedir. Yaklaşım temel olarak şok dalgasının varsayılması ve uygun koni açısı bulununcaya kadar yeni varsayımlar ile çözümlenmelere devam edilmesi şeklinde uygulanmaktadır. Bu kapsamda sayısal yöntem aşamalı olarak, aşağıda açıklanmaktadır. Yöntemin şematik olarak ifade edilebilmesi açısından ilgili görsel Şekil 1.14 ile sunulmaktadır [5].

1. Öncelikle bir şok açısı tahmin edilmekte, ardından tahmin edilen şok açısı ve serbest akış Mach sayısı (M_∞) kullanılarak, şok sonrası Mach sayısı (M_2) ve akış sapma açısı (δ) hesaplanmaktadır. Hesaplamalar önceki bölümlerde açıklanan $\theta - \beta - Mach$ denklemi çözümlenerek, yapılmaktadır.
2. M_2 ve δ hesaplandıktan sonra Denklem 1.42 kullanılarak, boyutsuz bileşke hız (V') elde edilmektedir. Ardından Şekil 1.14 ile sunulan geometrik bağıntılar kullanılarak, radyal (V'_r) ve normal hız (V'_θ) bileşenleri hesaplanmaktadır.
3. Hesaplanan V'_r değeri sınır koşulu olarak kullanılarak, Eşitlik 1.41 sayısal olarak çözümlenmektedir. Bu kapsamda denklem, şok ve gövde arasındaki bölge $\Delta\theta$ ile ifade edilen küçük aralıklara bölünüp, θ boyunca şoktan uzaklaşarak çözümlenmektedir.
4. Konik yüzey boyunca akış yüzeyin içine etki edemeyeceği için normal hız sıfır olmaktadır. Bu kapsamda her bir $\Delta\theta$ adımı sonucunda V'_θ kontrol edilmektedir. Normal hız bileşeni sıfır olan açı değeri, ilk adımda varsayılan şok açısı için koni açısını (θ_c) belirtmektedir. Bu doğrultuda doğru koni açısı elde edilene kadar şok açısı tahmini ile birinci adımdan başlanarak, işlemler tekrarlanmaktadır. Koni açısını veren şok açısı bulunduktan sonra izentropik bağıntılar kullanılarak, ışınlar boyunca diğer akış özellikleri hesaplanabilmektedir.



Şekil 1.14: Koni geometrisi etrafında akışın sayısal çözümü için şematik gösterimi [5].

1.1.3.2 Konik akışın fiziksel özellikleri

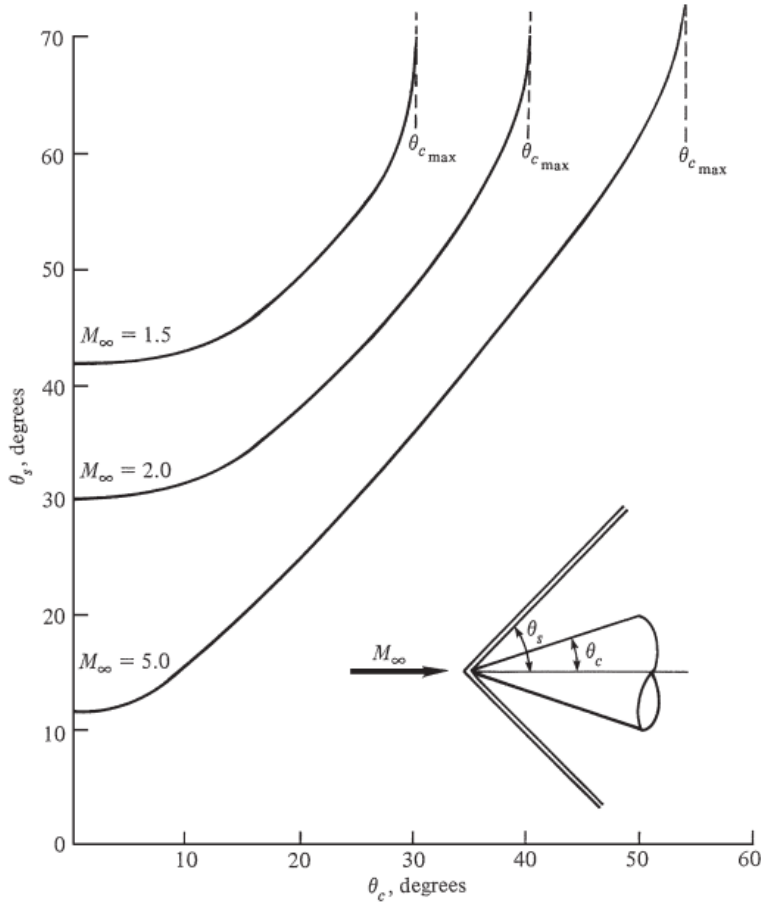
Şekil 1.15 ile Taylor-Maccoll denklemi sayısal çözümleme sonuçları gösterilmektedir. Şekilde konik şok dalgası açısı, serbest akış Mach sayısı ve koni açısının bir fonksiyonu olarak sunulmaktadır. Şekil incelendiğinde iki boyutlu akış için aktarılan $\theta - \beta - Mach$ eğrisi ile niteliksel olarak benzer olduğu sadece sayı değerlerinin farklı olduğu gözlemlenebilmektedir. Görsel ile sadece zayıf şok eğrisi incelenmiş olsa da konik şok içinde güçlü ve zayıf şok çözümleri mevcuttur. Zayıf şok fenomeni pratikte neredeyse her zaman sonlu koniler üzerinde gözlemlenmektedir.

Ancak bağımsız etkiler ile koninin tabanına yakın bölgede geri basınç artırılarak, güçlü şok çözümünü zorlamak mümkündür [5].

Şekil 1.15 incelendiğinde her bir M_∞ değeri için eğrilerin bir θ_{cmax} değerine sahip olduğu gözlemlenmektedir. Bu değerler Taylor-Maccoll çözümünün sınırlarını ifade etmektedir. Yani incelenen geometri bu değerlerin üzerinde bir koniklik açısına sahip olduğunda ayırık şok oluşmakta ve Taylor-Maccoll denklemi ile ifade edilememektedir.

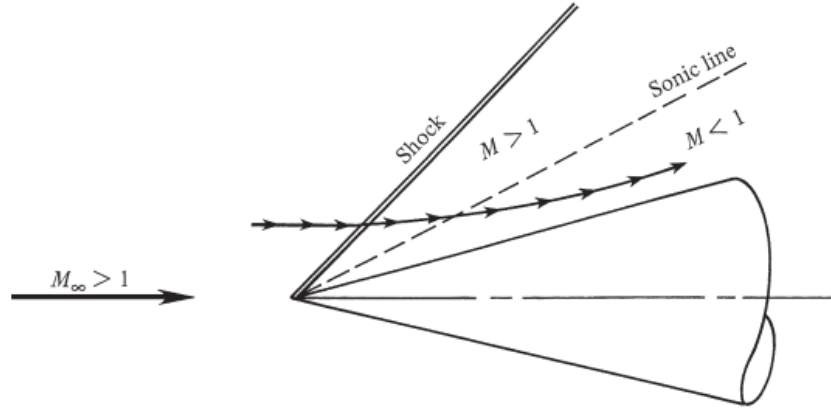
Konik akış ile iki boyutlu akış karşılaştırıldığında ise farklı olarak koni geometrisi etrafında üç boyutlu akışın genişlemek için ekstra bir boyutu bulunmaktadır. Üçüncü

bir boyutun eklenmesi akışa hareket etmek için fazladan boşluk sağlar, böylece gövde varlığının oluşturduğu bazı engelleri ortadan kaldırır. Bu etki "three-dimensional relieving effect" olarak adlandırılmaktadır. Bu nedenle belirli bir açıda koni geometrisi üzerindeki şok dalgası, aynı açıdaki kama geometrisi üzerindeki şok dalgasından daha zayıftır. Bu doğrultuda koni üzerinde 2B-kama geometrisine göre daha düşük yüzey basıncı, sıcaklık, yoğunluk ve entropi değerleri gözlemlenmektedir. Aynı zamanda ayrık şok oluşumu gözlemlenen maksimum sapma açısı değeri, koni geometrisi üzerinde kama geometrisine göre daha yüksektir [5].



Şekil 1.15: Ses üstü konik akış için $\theta_c - \theta_s - M$ grafiği [5].

Birçok konik akış probleminde şok ve gövde arasındaki akış ses üstü hızlarda bulunmaktadır. Ancak bazı durumlarda yüzey yakınlığında akış ses altı hızlara düşmektedir. Bu durumda Şekil 1.16 ile gösterildiği üzere konik akışı modellerken kullanılan ışıklardan biri sonik çizgi olmaktadır. Belirtilen durum, aslında ses üstü olan bir akış alanının izentropik olarak sıkıştırılarak, ses altı hızlara düşürüldüğü nadir bir olaydır [5].



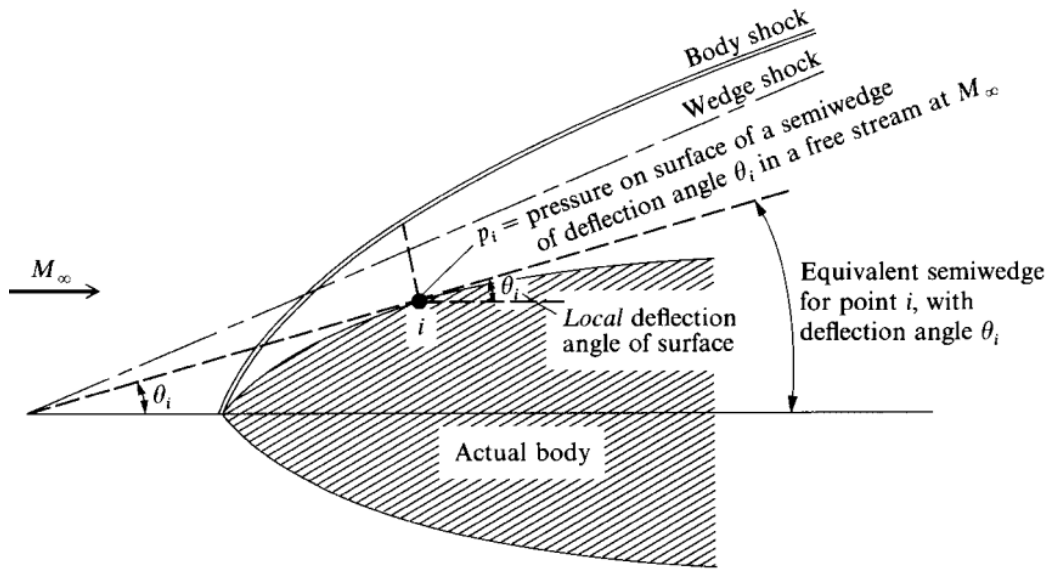
Şekil 1.16: Konik geometri etrafında sonik çizgi oluşumu [5].

1.1.4 Yerel yüzey eğimi yöntemleri

Literatürde yüzeyler üzerinde basınç tahmini yapabilmek amacıyla bazı basitleştirilmiş yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemler çoğunlukla yerel yüzey eğimi ve serbest akış Mach sayısı bilgisine dayanmaktadır. Tez kapsamında belirlenen bitişik şok tahmini yöntemi temel olarak bu bölümde aktarılabilecek bilgiler kullanılarak, yorumlanmıştır [16].

1.1.4.1 Teğet-kama ve teğet-koni yöntemleri

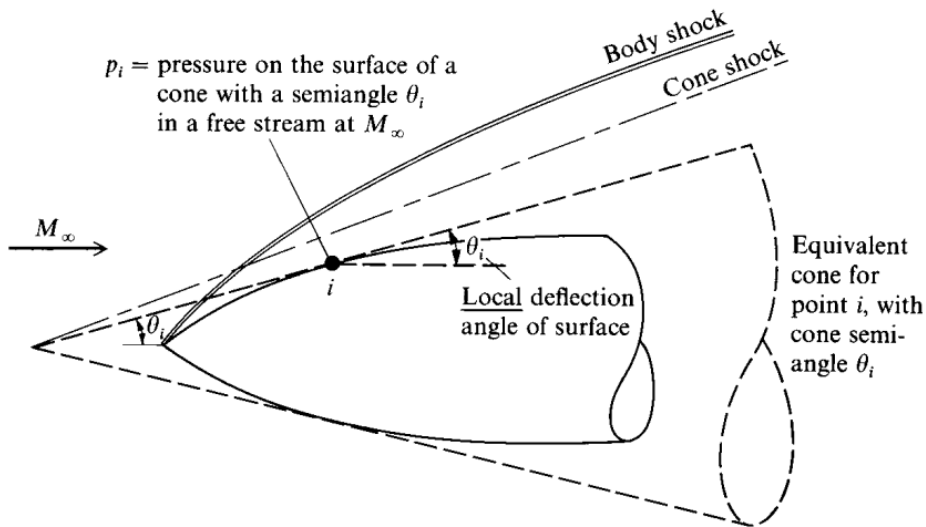
Bu yöntemlerden ilki iki-boyutlu keskin geometrilerde uygulanan Teğet-Kama yöntemidir. Şekil 1.17 ile yöntem şematik olarak aktarılmaya çalışılmaktadır. Şekilde sunulan gövdenin burnunun sivri olduğu ve i sembolü ile ifade edildiği şekilde parçalara ayrıldığını varsayalım. Yüzey boyunca tüm i noktalarında yerel yüzey eğim açısının (θ_i), maksimum sapma açısından ($\theta_{maks.}$) küçük olduğunu düşünelim. Bu kapsamda i noktasındaki basıncı hesaplamak için i noktasına teğet olacak şekilde bir eşdeğer kama çizilmekte ve kamanın serbest akış ile yaptığı açı θ_i ile ifade edilmektedir. Bu tanımlara dayanarak teğet-kama yaklaşımı, serbest akış Mach sayısı ve eşdeğer kama açısı kullanımı ile eğik şok hesaplamaları sonucu elde edilen basınç değerinin i noktasındaki basınca eşit olacağını ifade etmektedir. Bu doğrultuda yöntem, basınç hesabının tüm yüzey parçaları üzerinde eşdeğer kamalar ile yapılması sonucunda yüzey basınç dağılımının elde edilebileceğini belirtmektedir [16].



Şekil 1.17: Teğet-Kama Yöntemi [16].

Teğet-Koni yöntemi Şekil 1.18 ile sunulmuştur. Bu yöntemde Teğet-Kama yöntemine benzer şekilde geometri parçalara bölünmektedir. Ardından her bir i noktasında eşdeğer koninin ifade edilmesi ve konik şok denklemleri çözümlenmesi sonucunda yüzey basınç dağılımı elde edilmektedir [16].

Teğet-Kama ve Teğet-Koni yöntemleri genelde özellikle yüksek hızlı akışlarda doğru sonuçlar vermektedirler. Ancak literatür kaynaklarında ilgili yöntemlerin herhangi bir teorik temele dayanmadıkları belirtilmektedir.



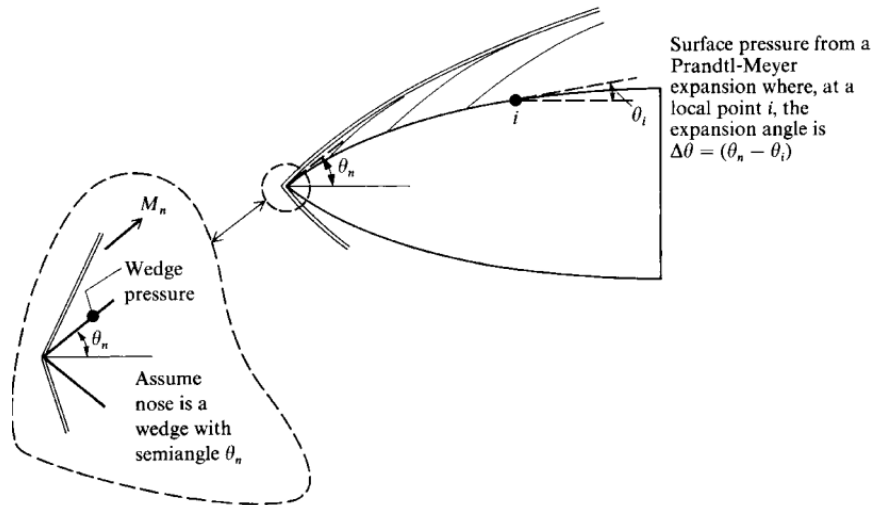
Şekil 1.18: Teğet-Koni Yöntemi [16].

1.1.4.2 Şok-genişleme yöntemi

Şok-Genişleme yöntemi, iki-boyutlu keskin burunlu bir kama geometrisi üzerinde bitişik şok şematik gösterimi (Şekil 1.19) ile incelenmektedir. Şekilde i noktasındaki basınç değeri hesaplanmak istenmektedir. Yöntemde öncelikle burun bölgesinden çizilen bir teğet ile sapma açısı (θ_n) tespit edilmektedir. Ardından sapma açısı ve serbest akış Mach sayısı kullanılarak, eğik şok denklemleri ile şok sonrası Mach sayısı (M_n) ve basınç (p_n) hesaplanmaktadır. Şok arkasında bulunan i noktasında Prandtl-Meyer genişlemesi gerçekleştiği varsayılmakta ve Prandtl-Meyer fonksiyonu ile i noktasında Mach sayısı hesaplanmaktadır. Prandtl-Meyer fonksiyonu, Denklem 1.43 ile sunulmuştur [16].

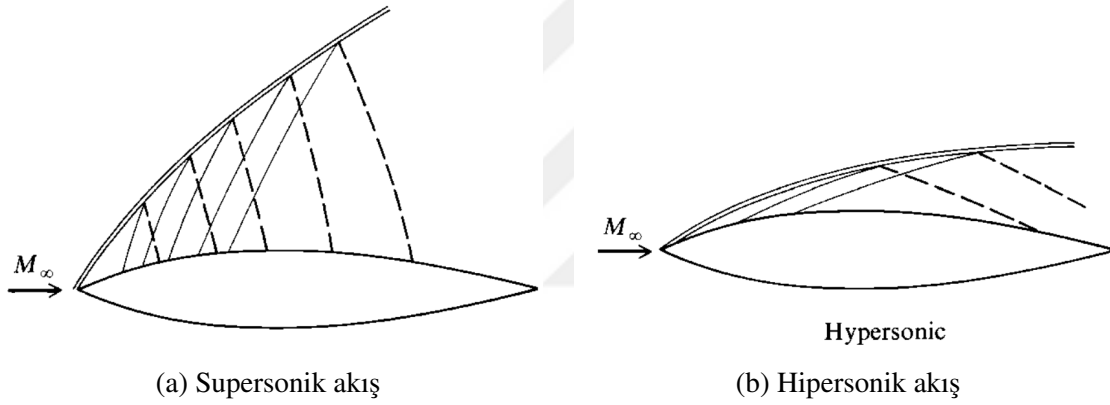
$$\Delta\theta = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M_n^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M_i^2 - 1)} - [\tan^{-1} \sqrt{(M_n^2 - 1)} \tan^{-1} \sqrt{(M_i^2 - 1)}] \quad (1.43)$$

Prandtl-Meyer fonksiyonunda, $\Delta\theta = \theta_n - \theta_i$ değişkeni ile ifade edildiği şekilde sapma açısı boyunca bir genişleme varsayılmaktadır. Ardından i noktasında basınç değeri izentropik akış için basınç bağıntısı ile hesaplanmaktadır. Üç boyutlu konik akış içinde benzer şekilde eğik şok denklemleri yerine konik şok denklemleri kullanılarak, yöntem uygulanmaktadır.



Şekil 1.19: Şok-Genişleme Yöntemi [16].

Şekil 1.20 ile sunulduğu üzere şok dalgası oluştuğunda, şok dalgası arkasında gövde üzerinden başlayarak genişleme dalgaları oluşmakta ve yayılmaktadır. Aslında görselde sunulan genişleme dalgaları Mach dalgalarıdır ve dalga açıları $\mu = \arcsin(1/M)$ olarak hesaplanmaktadır. Bir noktada genişleme dalgaları, şok dalgası ile kesişerek, şok dalgasından yansımaktadırlar. Yansıyan bu genişleme dalgaları şekilde kesikli çizgiler ile gösterilmektedir. Bu yansıyan dalgaların yüzey basıncı üzerine etkileri şok-genişleme teorisinde ihmal edilmektedir. Bu kapsamda hipersonik akış gibi yüksek Mach içeren koşullarda, Mach dalgası açıları büyümekte ve şekilde görüldüğü üzere yüzeye etki alanları azalmaktadır. Bu nedenle şok-genişleme yönteminin yüksek Mach rejimlerinde daha doğru sonuçlar verme eğiliminde olduğu belirtilmektedir [16].



Şekil 1.20: Şok ve Mach dalgası ilişkisi şematik gösterimi [16].

1.2 Literatür Araştırması

Giriş bölümünde aktarıldığı üzere HAD hesaplamaları yapılırken şok fenomeni gibi yüksek gradyan bulunan bölgelerin doğru ve hassas bir şekilde çözümlenebilmesi için birçok farklı yöntem literatürde incelenmiş ve çalışılmıştır. Bu yöntemlerin başında deneysel tabanlı çalışmalar yer almaktadır. Literatür çalışmaları kapsamında da öncelikle referans olarak takip edilen kaynak incelenmekte ardından ilgili deneysel tabanlı yöntemler incelenerek, sunulmaktadır.

Tez çalışmaları kapsamında Montojo ve arkadaşları [17], tarafından geliştirilen şok tahmini yöntemi referans olarak alınarak, şok şekli tahmin algoritması

geliştirilmektedir. Montojo çalışmalarında 2B şok şekli tahmini için benzer şekilde ayrıık şok hesabı için deneysel Billig eğrilerini kullanmakta, şok genişleme teorisi ile bitişik şok şekli tahmini yapmakta ve HAD düzeltme faktörü uygulamaktadır. Ancak tez çalışması kapsamında referans kaynaktaki kullanılan HAD düzeltme faktörlerinin uygun olmadığı tespit edilmiş ve düzeltme faktörleri yeniden doğru şekilde tanımlanmıştır. Referans kaynaktaki sunulan 3B şok şekli tahmini yöntemi özelinde ise 2B şok şekli tahmin yönteminin 3B geometri yüzey akım çizgileri üzerinde uygulanabileceği ve yüzey akım çizgileri hesabı yöntemi ifade edilmekle beraber, sunulan çalışmalarda bazı önemli noktalar net olarak belirtilmemekte ve yöntemde birçok eksiklikler bulunmaktadır. Bu kapsamda tez çalışmalarında referans kaynaktaki bulunan eksikler belirlenip, tamamlanarak yeni 3B şok şekli tahmini algoritması oluşturulmaktadır. Referans kaynaktaki bulunan başlıca eksiklikler 3B şok şekli tahmini için ayrı bir düzeltme faktörü tanımının yapılmaması, 3B bitişik şok şekli hesabı yönteminin belirtilmemesi, yüzey akım çizgileri hesabının net ve doğru bir şekilde ifade edilmemesi olarak tanımlanabilmektedir. Eksiklik ve net olmayan noktalar tamamlandıktan sonra tez kapsamında ifade edilen 3B şok şekli tahmin algoritması hesaplamaların daha hızlı bir şekilde yapılabilmesi için paralel hale getirilmektedir.

Martel ve arkadaşları [7], yaptıkları çalışmada düz yüzeyli silindirik geometriler üzerinde şok mesafesi ve şekli tahmini yöntemi geliştirmişlerdir. Yöntemlerinde şok mesafesini belirlemek için temel olarak Liepmann ve Roshko [18], tarafından ifade edilen tabloyu kullanmaktadırlar. İlgili tablo NACA/NASA, the U.S. Naval Ordnance Lab, California Institute of Technology ve birçok farklı kurum tarafından gerçekleştirilen rüzgar testleri sonuçlarını temel alarak oluşturulmuştur. Tabloda şok mesafeleri düz burunlu plaka, düz burunlu silindir, daire ve küre geometrileri için sunulmaktadır. Şok mesafesini belirledikten sonra sonik çizginin düz yüzeyli silindirik gövde köşe noktasında olacağını ifade etmişlerdir (Şekil 1.21). Bu doğrultuda maksimum sapma açısı değerini konik şok limitlerinden elde ederek, geometrik bağıntılar ile sonik çizgi açısı ve şok eğimini hesaplamışlardır. Yaptıkları çalışma sonucunda elde ettikleri şok şekli tahminlerini düz yüzeyli objeler için Mach sayısı 1.2 ve 6 arasında ifade edilen deneysel sonuçlar ile karşılaştırarak, sunmuşlardır.

Barnwell metodu [22]; viskoz olmayan, süpersonik ve hipersonik hızlarda adyabatik akışı çözümlmek için iki aşamalı, zamana bağlı ikinci dereceden bir sonlu-farklar yaklaşımı yöntemidir. Yöntem keskin köşeli eksenel simetrik ve pürüzsüz asimetric geometriler için geliştirilmiştir. Literatürde ideal gaz ve termokimyasal dengede hava için yay şok şekli elde etmek için kullanılmıştır.

Zoby ve Graves [23], yöntemleri ile ideal, viskoz olmayan, süpersonik ve hipersonik akış koşullarında konik yüzey barındıran küre, elipsoid, paraboloid ve hiperboloid geometriler üzerinde akış koşullarının tahmin edilmesini sağlamışlardır. Yöntemlerinde şok katmanı boyunca basıncın bağımsız bir şekil değerlendirmesine izin verebilmek amacıyla şok fenomenine göre normal yönde momentum denkleminde bir yaklaşım uygulamışlardır. Bu sayede ses altı ve ses üstü bölgelerde karşılaşılan birçok matematiksel problemi kolaylaştırdıklarını ve kolayca entegre edilebilir hale getirdiklerini ifade etmişlerdir. Akış alanında ilgili gövdeye göre şoku ölçeklendiren, yinelemeli bir teknik kullanmaktadırlar. Teknikleri tersine çözümlmeye dayanmaktadır. Öncelikle bir şok şekli tahmin edilmekte, ardından tahmin edilen şok şekline normal doğrular boyunca hesaplamalar yapılmakta ve geometri elde edilmektedir. Bu şekilde hesaplamalara doğru geometri elde edilene kadar devam edilmektedir.

Groose [24], şok katmanı boyunca viskoz ve dengede olmayan hipersonik akışı çözümlmek için yaklaşık tersine bir çözüm geliştirmiştir. Benzer şekilde şok fenomenine normal yönde bir varsayım ile şok katmanı içinde basınç dağılımını, kimyadan bağımsız olarak belirlemiştir. Rastgele gaz karışımı modeli kullanarak; titreşim gevşemesi, ayrışma, yeniden birleştirme, iyonizasyon, elektronik uyarım ve titreşim-ayrışma eşleşmesi fenomenlerini dikkate almaktadır.

Lomax ve Inouye [25], yöntemleri benzer şekilde tersine çözümlmeye dayanmakta yani şok şekli tahmin edilerek, uygun geometri bulunmaya çalışılmaktadır. Yöntem eksenel simetrik araçlarda şok şekli tahmini için geliştirilmiş ve denenmiştir. Yöntemde korunum denklemleri şok ekseni ve simetri ekseni olacak şekilde şok odaklı olarak eksenlere yerleştirilerek, çözümlenmektedir.

Hamilton [26], tarafından geliştirilen program ise küt eksenel simetrik geometriler için viskoz olmayan, ideal gaz akış alanları üzerinde tahmin yapabilmektedir. Programda çizgiler yöntemi olarak adlandırılan bir yöntem kullanılmış ve gövde yüzeyi fiziksel düzleminden (küre için r-teta düzlemi), doğrusal bir koordinat sisteminde yatay eksene (apsis) dönüştürülmektedir. Yay şoku ise benzer şekilde dikey eksen haline getirilmektedir. Dönüştürülmüş düzlem üzerinde gövde yüzeyi ile şok arasında kalan bölge dikey çizgiler ile küçük parçalara ayrılmaktadır. Yay şokuna paralel koordinat çizgileri boyunca türevler, sonlu fark ifadeleri ile değiştirilmekte ve elde edilen adi diferansiyel denklemler, tahmin edilen yay şok dalgasından gövdeye doğru entegre edilmektedir. İşleme, normal hız bileşeni gövde yüzeyinde sıfır oluncaya kadar şok dalgası tahmini ile devam edilmektedir.

Kaattari [27], eğik-normal şok bağıntıları ve şok-gövde arasında seçilen hacim elemanları üzerinde kütle korunumu uygulayarak, iki farklı atmosfere giriş araç geometrisi üzerinde şok tahmini algoritması geliştirmiştir. Kullanılan araç geometrileri kapsül ve konik şekillere sahiptirler. Yöntemde şok şekli dairesel kabul edilmekte ve böylece şok fenomeni sadece yarıçap ile ifade edilebilmektedir. Yöntem temel olarak şok denklemleri yardımıyla kütle korunumu prensibinin ilgili geometriler üzerinde uygulanmasına dayanmaktadır. Yapılan çalışmalarda kütle korunumu prensibi sayesinde sonik nokta şok mesafesi, şok açısı ve şok yarıçapına bağlı iki denklem elde edilmektedir. Üç bilinmeyenli iki denklemin çözümlenebilmesi için üçüncü denklem hız gradyan korelasyonu (geometriye bağlı durma noktası hız gradyanının Mach sayısı ile korelasyonu) kullanılarak elde edilmektedir. Üç denklemden oluşan denklem seti eş zamanlı olarak çözümlenerek şok şekli elde edilmektedir. İki farklı geometri için şok tahmini yöntemleri 3 ile 15 arasında Mach sayısı değerlerinde ve birçok farklı hücum açısı değerinde deneysel veriler ile karşılaştırılmış ve uyumlu sonuçların elde edildiği ifade edilmiştir. İlgili yöntem kapsül ve konik geometriler üzerinde geçerli olmakla beraber karmaşık geometrik bağıntılar ve birçok varsayım kullanımı nedeniyle sadece bazı belirli geometriler üzerinde sınırlı olmaktadır.

Kaattari [28], bir başka çalışmasında hücum açısı etkisinde iki boyutlu kanat profilleri üzerinde şok şekli ve basınç dağılımı yaklaşık hesabına yönelik bir yöntem sunmuştur.

Yöntemde benzer şekilde kütle korunumu prensibi, durma ve sonik noktalar arasında şok mesafesi değerlerini ilişkilendirmek için kesin çözümlerden elde edilen korelasyon fonksiyonları ile birlikte kullanılmaktadır. Kaattari [29], sıfır hücum açısı durumunda küt gövdeler için şok şekli ve basınç dağılımı hesabı üzerine de benzer şekilde teorik korelasyonlar kullanarak çalışma yapmıştır.

Çözüm ağı adaptasyonu yöntemleri de literatürde sıklıkla şok fenomeni ile uyumlu sonuçlar almak amacıyla kullanılmaktadır. Adaptasyon yöntemleri önceki çözümleme sonuçlarını kullanarak, iteratif olarak çözümü iyileştirmektedirler. Yöntemler temel olarak hata tahmini yöntemi tanımlanması ve probleme uygun yöntemin kullanılmasına dayanmaktadır. Ancak yöntemler önceki iterasyon sonuçları üzerinde yaptıkları işlemler ile hesaplama zamanı ve maliyetini arttırmaktadırlar. Bu kapsamda çözüm ağı adaptasyon teknikleri üzerinde hesaplama maliyetlerinin azaltılabilmesi için HAD çözümünden önce veya çözüm ile birlikte çözüm ağı ile ilgili bir tür ön bilgi kullanılmasına yönelik çalışmalar yapılmaktadır. Bu doğrultuda Gauci ve arkadaşları [11], sonradan hata tahmini yapılması ile ilgili yüklerini hafifletebilmek amacıyla, önceden hata tahminine dayalı çözüm ağı adaptasyon tekniği geliştirmişlerdir. Remaki ve arkadaşları [12], fiziksel bazı basitleştirmelere dayalı bir teknik ile akış alanı üzerinde bilgi edinerek, adaptasyon sürecine bu bilgileri dâhil edebildikleri bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Çalışmalarında viskoz olmayan simülasyonlardan gelen bilgileri kullanarak viskoz yüksek hızlı akışlar için optimize başlangıç çözüm ağı elde etmişlerdir. Bu yaklaşım diğer adaptasyon yöntemlerine oranla daha hızlı ve efektif olsa da özellikle karmaşık geometriler için 3B viskoz olmayan HAD analizleri de oldukça maliyetli olabilmektedir.

1.3 Tezin Kapsamı ve Amacı

Tez çalışmalarının amacı, literatürde yer alan teorik ve deneysel bilgilerin HAD uygulamaları ile yeniden ele alınarak, düzenlenmesi ile iki ve üç boyutlu geometriler etrafında durağan şok şekli tahmini sağlayan hızlı ve optimize bir araç geliştirilmesidir. Bu kapsamda şok şekli tahmini ile çözüm ağları oluşturulurken, şok gibi yüksek gradyan bulunduran bölgeler boyunca çözüm ağının doğru şekilde hizalanması ve boyutlandırılması amaçlanmaktadır. Bu sayede HAD çalışmalarının

daha kısa sürelerde, yüksek çözünürlük ile gerçekleştirilebilmesi sağlanabilecektir. Aynı zamanda şok fenomeninin önceden bilinmesine dayanan bazı yöntem ve uygulamalar daha doğru bir şekilde gerçekleştirilebilecektir.

Çalışmalarda kullanılan şok şekli tahmini yöntemi temelde ayırık şok şekli tahmini için deneysel Billig hiperbol eğrilerini kullanmakta, analitik şok-genişleme teorisi ile bitişik şok şekli tahmini yapmakta ve HAD uygulamaları ile belirlenen düzeltme faktörlerini kullanmaktadır. Yöntem 2B geometri için geometrinin parçalara ayrılması şeklinde uygulanabilirken, 3B geometriler için yüzey akım çizgileri hesabı yapılmakta ve bu çizgiler üzerinde şok şekli tahmini algoritması uygulanmaktadır. Aynı zamanda 3B şok şekli tahmini hesaplamalarında bazı ek geometrik işlemler yapılmaktadır. Şok şekli tahmin algoritması, etrafında durağan, bitişik şok gözlemlenen her türlü geometri ve serbest akış Mach sayısı için kullanılabilir. Ancak ayırık şok gözlemlendiği durumlarda yararlanılan deneysel hiperbol eğrilerinin sadece 2B dairesel ve 3B küresel küt burunlu geometriler için ifade edilmesi sebebiyle yalnızca bu tür geometriler etrafında şok tahmini yapılabilmektedir. Algoritma aynı zamanda 2B ve 3B HAD düzeltme faktörlerinin belirli bir Mach sayısı aralığında ($M=2-10$) ifade edilmesi sebebiyle bu aralıkta bulunan serbest akış koşullarında çalışabilir durumdadır. Bu kapsamda ayırık şok şekli tahmin algoritması için geometri ve serbest akış Mach sayısı için belirtilen kısıtlar bulunmaktadır. Tez kapsamında ilgili kısıtların çözümü için gelecekte yapılması planlanan çalışmalar belirtilmektedir.

Tez çalışmaları kapsamında tüm HAD uygulamaları SU2 v7.1.1 yazılımı kullanılarak yapılmaktadır. Bu doğrultuda öncelikle açık kaynaklı bir yazılım olan SU2 v7.1.1 üzerinde doğrulama çalışmaları yapılmaktadır. Bu kapsamda küt burunlu geometriler üzerinde deneysel basınç dağılımı ve üç boyutlu şok şekli verileri analiz sonuçları ile karşılaştırmaktadır. Deneysel basınç dağılımı doğrulama çalışmasında Spalart-Allmaras ve SST $k - \omega$ türbülans modelleri, üç farklı çözüm ağı kullanılarak, incelenmektedir. Çalışma sonucunda uygun çözüm ağı ve türbülans modeli seçilmekte ve deneysel şok şekli verileri ile doğrulama çalışmaları seçilen model ve çözüm ağı stratejisi kullanılarak, yapılmaktadır. Şok şekli doğrulama çalışmaları kapsamında aynı zamanda viskoz akışın şok şekli üzerinde etkileri incelenmektedir.

İki ve üç boyutlu şok şekli tahmin algoritması yöntemleri detaylı olarak incelenmekte ve algoritmalar için geçerleme çalışmaları yapılmaktadır. Doğrulama çalışmaları kapsamında iki ve üç boyutlu geometriler için farklı Mach ve hücum açısı serbest akış koşulları etkisi altında incelemeler yapılmaktadır. Bu kapsamda bitişik şok şekli için ogive geometrisi, ayırık şok şekli için iki farklı küresel küt burunlu geometri kullanılmaktadır. Algoritma sonucu elde edilen şok şekilleri, analizler sonucunda hesaplanan gradyan değeri yüksek olan bölgeler ile görsel ve sayısal olarak karşılaştırılmaktadır. Aynı zamanda üç boyutlu şok şekli algoritması, farklı hücum açıları etkisinde deneysel veriler ile karşılaştırılarak, sunulmaktadır.





2. HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMIĞI ÇALIŞMALARI

Bu bölümde HAD uygulamalarında kullanılan modeller, denklemleri ile birlikte sunulacak ve incelenecektir. Tez çalışmaları boyunca şok şekli tahmin algoritması düzeltme faktörlerinin tespiti ve doğrulama çalışmaları kapsamında HAD uygulamaları yapılmıştır. Çalışmalar boyunca SU2 (Stanford University Unstructured) HAD yazılımı kullanılmaktadır.

SU2, açık kaynaklı hesaplamalı analiz ve tasarım aracıdır. C++ yazılım araçlarından oluşan SU2 programı, kısmi diferansiyel denklemler (KDD) ile ifade edilen problemlerin çözümü ve optimal geometri tasarımı gibi kısmi diferansiyel denklemlere bağlı optimizasyon problemleri çözümünde kullanılmaktadır [30].

Akışkanlar mekaniği alanında akışkanların mekanik davranış ve hareketlerini tanımlamak için Navier-Stokes denklemleri kullanılmaktadır. Navier-Stokes denklemlerinin analitik olarak çözümü oldukça zor olduğundan, mühendislik uygulamalarında genellikle yüksek-hızlı bilgisayarlar ve sistemler üzerinde sayısal yöntemlerden faydalanılarak çözümlenmektedirler.

Navier-Stokes denklemleri, türbülans modelleri ve nümerik yöntemler hakkında bilgi ve açıklamalar ilerleyen bölümlerde aktarılmaktadır. Bilgi ve açıklamalarda Kartezyen koordinat sistemi kullanılmaktadır.

2.1 Korunum Denklemleri

Navier-Stokes denklemleri, akışkanlar dinamiğinin temel korunum denklemleridir. Kısmi diferansiyel denklem setinden oluşan Navier-Stokes denklemleri; kütle, momentum ve enerji korunumu denklemlerinden oluşmaktadır.

Kütle korunumu veya süreklilik denklemi, bir kontrol hacmi içerisinde kütle korunumunu ifade etmektedir. Yani bir başka deyişle kontrol hacmi içerisine birim zamanda giren veya çıkan kütle, kontrol hacmi içerisinde birim zamanda gerçekleşen kütle değişimine eşittir.

Kontrol hacminin üç ekseninde dx_1, dx_2, dx_3 ölçülerine sahip olduğu düşünülürse kütle korunumu denklemi tensör gösterimi ile Denklem 2.1 ile sunulduğu şekilde ifade edilebilir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

Denkleminde ρ yoğunluğu, t zamanı ve u_i, x_i terimleri sırasıyla $i = 1, 2, 3$ yönlerindeki hız ve konumları ifade etmektedirler.

Momentum korunum denklemleri ise temel fizik prensibi olan Newton'ın ikinci yasasının, akışkanlar modeline uygulanması sonucu elde edilmektedir. Newton'ın ikinci yasası (Denklem 2.2) bir cismin momentum değişiminin cisme etki eden eşdeğer kuvvete eşit olduğunu belirtir.

$$\sum F_{toplam} = ma \quad (2.2)$$

Bu prensibe göre bir akışkan elemanına etki eden toplam kuvvet (basınç farkı, viskoz kuvvetler, gövde kaynaklı kuvvetler gibi), akışkan elemanı kütlesi ve ivmesinin çarpımına eşittir. İlgili prensibin seçilen akışkan elemanına uygulanması sonucu momentum korunum denklemi (Denklem 2.3) elde edilmektedir. Denkleminde $\delta_{(ij)}$ terimi Kronecker delta fonksiyonudur. Fonksiyonun değeri $i=j$ olduğu durumda bir, diğer durumlarda ise sıfır olmaktadır.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left[\left(\frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(u_j)}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial(u_k)}{\partial x_k} \delta_{(ij)} \right] + f_b \quad (2.3)$$

Momentum denkleminde f_b ile ifade edilen gövde kuvvetleri, çok küçük oldukları için ihmal edilebilmektedir.

Enerji korunumu denklemleri, termodinamiğin ilk kanununun akışkan elemanı üzerinde uygulanması sonucu elde edilebilir. Termodinamiğin ilk kanuna göre sistemin iç enerji değişimi (ΔU), sistemin etkilendiği toplam ısı transferi ve işe eşittir. Termodinamiğin ilk kanunu Denklem 2.4 ile sunulmuştur.

$$\Delta U = Q + W \quad (2.4)$$

Akış elemanı üzerinde, enerji korunum denklemi Denklem 2.5 ile sunulmaktadır.

Denklemden T terimi sıcaklığı, E birim kütle başına toplam enerjiyi, k ısı iletkenlik katsayısını ve \dot{q} birim kütle başına ısı transfer hızını ifade etmektedir.

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho E u_i)}{\partial x_i} = \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial u_i p}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} \quad (2.5)$$

Navier-Stokes denklemleri kütle, momentum ve enerjinin korunumu olmak üzere aşağıda sunulan Denklem 2.6 ile ifade edilebilmektedir. Denklemde U korunum değerlerini içeren vektör (Denklem 2.7), $\vec{F}^c(U)$ taşınım akıları, $\vec{F}^v(U)$ ağırlıklı akıları, $Q(U)$ kaynak terimini ve H entalpi terimini ifade etmektedir. $\vec{F}^c(U)$ ve $\vec{F}^v(U)$ sırasıyla Denklem 2.8 ve Denklem 2.9 ile sunulmuştur [Url-1].

$$\partial_t U + \nabla \cdot \vec{F}^c - \nabla \cdot \vec{F}^v = Q \quad (2.6)$$

$$U = \{\rho, \rho \vec{v}, \rho E\}^T \quad (2.7)$$

$$\vec{F}_i^c = \begin{pmatrix} \rho v_i \\ \rho v_i v_1 + P \delta_{i1} \\ \rho v_i v_2 + P \delta_{i2} \\ \rho v_i v_3 + P \delta_{i3} \\ \rho v_i H \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

$$\vec{F}_i^v = \begin{pmatrix} \cdot \\ \tau_{i1} \\ \tau_{i2} \\ \tau_{i3} \\ v_j \tau_{ij} + \mu_{tot}^* C_p \partial_i T \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$\vec{F}^c(U)$ denkleminde sunulan μ_{tot}^* değişkeni toplam ağırlıklı terimini ifade etmektedir. Toplam ağırlıklı terimi dinamik ağırlıklı (μ_{dyn}) ve türbülanslı ağırlıklı (μ_{turb}) terimlerinden oluşmaktadır (Denklem 2.10). Denklemde μ_{dyn} terimi Sutherland kuralı ile ifade edilebilirken, μ_{turb} teriminin türbülans modeli ile hesaplanması

gerekmektedir. Pr_d ve Pr_t terimleri sırasıyla dinamik ve türbülans Prandtl sayılarını ifade etmektedir [31].

$$\mu_{tot} = \mu_{dyn} + \mu_{turb}, \quad \mu_{tot}^* = \frac{\mu_{dyn}}{Pr_d} + \frac{\mu_{turb}}{Pr_t} \quad (2.10)$$

Denklemden ifade edilen τ terimi ağdalı stresleri ifade etmektedir ve Denklem 2.11 ile ifade edilmektedir.

$$\tau_{i,j} = \mu_{tot} (\partial_j v_i + \partial_i v_j - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot \vec{v}) \quad (2.11)$$

Navier-Stokes denklemlerinin çözümlenebilmesi için bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu doğrultuda basınç, yoğunluk ve sıcaklığın birbirlerine termodinamik olarak bağlılığı ifade eden hâl denklemi kullanılmaktadır. Bu hâl denklemi ideal gazlar için Denklem 2.12 ile ifade edilmektedir. SU2 programı içerisinde de hâl denklemi olarak ideal gaz denklemi varsayılan olarak kullanılmakla beraber farklı gerçek gaz modelleri de seçilerek, kullanılabilir.

$$P = \rho RT \quad (2.12)$$

2.2 Türbülansın Modellenmesi

Tez kapsamında yapılan çalışmalarda ses-üstü hızlarda küt-burunlu geometriler etrafındaki akış incelenmektedir. Problemlerde akış oldukça türbülanslı bir karaktere sahiptir ve aerodinamik simülasyonlar boyunca türbülans fenomeni doğru bir şekilde modellenmelidir. Bu doğrultuda doğru türbülans modeli seçimi ve seçilen modelin doğru bir şekilde uygulanması oldukça önemlidir. Literatürde birçok farklı türbülans modeli tanımlanmıştır. Ancak bu modeller probleme bağlı olarak daha doğru veya yanlış sonuçlar verebilmektedir. Bu durumda problemin türbülans modeline bağlı olarak çalışılıp, probleme uygun türbülans modelinin seçimini kritik hâle getirmektedir. İlgili bölüm boyunca türbülans fenomeni, türbülanslı akış modellenmesi ve bu kapsamda türbülans modelleri incelenecektir.

Temel olarak akışkan, probleme bağlı olarak belirlenen kritik Reynolds sayısı üzerinde bir Reynolds sayısına sahipse, yani atalet kuvvetleri ağdalılık kuvvetlerine

oranla oldukça fazla ise akış türbülanslı karakter göstermektedir. Türbülanslı akış durumunda akışkan rastgele ve kaotik olarak davranmaya başlar. Sabit dayatılan sınır koşullarında bile akışkan hareketi kendiliğinden kararsız hale gelir. Hız ve diğer akışkan özellikleri de rastgele ve kaotik değişim gösterirler.

Türbülanslı akışın rastgele doğası, tüm akışkan parçacıklarının hareketinin rahat bir şekilde tanımını engeller. Bunun yerine partiküllerinin hareketi ve diğer akışkan özelliklerinin, ortalama ve ortalamanın değişim miktarı olarak ifade edilmesini gerektirmektedir. Bu doğrultuda hız terimi $u(t) = \bar{u} + u'(t)$ olarak ifade edilebilmektedir. İlgili eşitlikte \bar{u} ortalama hız değerini ve $u'(t)$ zamana bağlı ortalamadan sapmayı göstermektedir. Bu şekilde ifade yöntemine Reynolds ayrıştırması denilmektedir [31].

Problemlerde ortalama hız veya basınç değişimleri bir veya iki boyutlu olsa da türbülans dalgalanmaları her zaman üç boyutludur. Türbülanslı bir akış çok çeşitli uzunluk ölçeklerinde burgaç (ing. eddy) olarak adlandırılan döner akış yapılarını ortaya çıkarmaktadır. Türbülanslı akışta aralarında uzun bir mesafe bulunan akışkan parçacıkları burgaç hareketleri ile birbirine yakınlaşarak; ısı, kütle ve momentum değişimlerine yol açarlar.

Büyük burgaçlar, burgaç gerilmesi adı verilen bir süreçle ortalama akışla etkileşime girer ve ondan enerji alır. Büyük burgaçların karakteristik uzunluk ve hız değerleri akış ile benzer olduğundan atalet etkileri baskın, viskoz etkiler ise ihmal edilebilmektedir. Küçük burgaçlar ise büyük girdaplar tarafından kuvvetli bir şekilde gerilirken, ortalama akış etkisiyle daha zayıf bir şekilde gerilir. Bu sayede kinetik enerji büyük burgaçlardan daha küçük burgaçlara aktarılır. Bu kavram enerji kaskadı (ing. energy cascade) olarak adlandırılmaktadır. Büyük burgaç özellikleri problem sınır koşullarından etkilenip, yöne bağlı olarak değişirken; küçük burgaç özellikleri yöne bağlı değişmemektedir [32].

2.2.1 Reynolds-ortalama Navier-Stokes yaklaşımı

Türbülansın modellenmesi için Reynolds-Ortalama Navier-Stokes, Büyük Burgaç Benzetimi (LES) ve Direk Sayısal Çözüm (DNS) metotları kullanılmaktadır. DNS

metodu tüm ortalama akış ve türbülans kaynaklı ortalama akıştan sapma terimlerini çözümlenmekte; LES metodu burgaçları filtreleyerek büyük burgaçları çözümlenmekte, küçük burgaçları ise modellemektedir. RANS yaklaşımı ise tüm burgaçları modellemektedir. Modellemenin en aza indirilmesi çözümün doğruluk oranını arttırmakla beraber maliyetleride arttırmaktadır. Tez çalışmaları kapsamında hesaplama maliyetinin az olması ve havacılık ile ilgili mühendislik uygulamalarında sıkça kullanılması sebebi ile RANS yaklaşımı kullanılmaktadır [31].

RANS yaklaşımı türbülanslı akış alanında bulunan burgaçları modellemek için kullanılmaktadır. Yaklaşım kapsamında öncelikle akış değişkenleri (u, v, w, p gibi) ortalama ve ortalamanın zamana bağlı değişimi şeklinde Reynolds ayrıştırılması ile ifade edilmektedir (Denklem 2.13).

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (2.13)$$

İfade edilen \bar{u} ortalama terimi Denklem 2.14 ile gösterilen integral şeklinde hesaplanabilmektedir.

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u dt \quad (2.14)$$

Navier-Stokes denklemleri içinde bulunan akış değişkenleri Reynolds ayrıştırılması ile yazılarak, denklemlerin ortalaması alındığında Reynolds-Ortalama Navier-Stokes denklemleri elde edilir. Denklemler elde edilirken aşağıda f ve g değişkenleri ile ifade edilen eşitlikler kullanılmaktadır (Denklem 2.18) [33].

Temel denklemler bölümünde aktarılan süreklilik ve momentum eşitlikleri için Reynolds-Ortalama ifadeleri sırasıyla Denklem 2.15 ve Denklem 2.16 ile sunulmuştur.

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{\rho} \overline{u'_j u'_i}}{\partial x_j} \quad (2.16)$$

Benzer şekilde ağdalılık içeren gerilme ($\bar{\tau}_{ij}$) ifadesinin ortalaması alınır ise Denklem 2.17 elde edilmektedir.

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.17)$$

$$\overline{\overline{f}} = \overline{f}$$

$$\overline{f+g} = \overline{f} + \overline{g}$$

$$\overline{fg} = \overline{f}\overline{g}$$

(2.18)

$$\overline{fg} \neq \overline{f}\overline{g}$$

$$\frac{\partial \overline{f}}{\partial s} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial s}$$

$$\overline{u'} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u' dt = 0$$

Akışkan üzerine etkiyen yüzey kuvvetlerini gösteren Reynolds gerilme tensörü, üç tanesi bağımlı taşıma denklemleri olmak üzere dokuz tane gerilme değerinden oluşmaktadır. Bu kapsamda Reynolds gerilmelerinin çözülmesi oldukça zorlaşmaktadır. Reynolds gerilme modeli ile belirtilen bileşenler hesaplanabilse de genellikle bileşenlerin birbirine eşit olduğunu varsayan yaklaşımlar kullanılmaktadır. Tez kapsamında Boussinesq yaklaşımı kullanılmıştır. Boussinesq 1877 yılında Reynolds gerilmelerinin ortalama hız değişimi ile bağıntılı olabileceğini öne sürmüştü ve Denklem 2.19 ile ifade etmiştir. Denklem temel olarak burgaç kaynaklı momentum terimlerinin, burgaç kaynaklı ağdalılık terimi ile ifade edilebileceğini belirtmektedir. Denklemde $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ birim kütle başına türbülanslı kinetik enerjiyi belirtmektedir [34].

$$\overline{\rho u'_j u'_i} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \overline{\rho} k \delta_{ij} \quad (2.19)$$

İlerleyen bölümlerde tez çalışmaları kapsamında SU2 programı içerisinde kullanılan Spalart-Allmaras (SA) ve Menter Shear-stress Transport (SST) $k - \omega$ türbülans modellerinden bahsedilecektir.

2.2.2 Spalart-Allmaras türbülans modeli

Spalart-Allmaras (SA) türbülans modeli tek denklemlilik bir türbülans modelidir. Modelin geliştirilmesi için deneysel veriler kullanılmıştır. Model temel olarak iki denklemlilik türbülans modellerinden daha hızlı, denklemlilik içermeyen karışım-uzunluğ modellerinden ise daha hassas sonuç vermektedir. Modelde sadece türbülans kinetik enerji terimi "k" ifade edilmektedir [31].

SA türbülans modelinde türbülanslı ağdalılık terimi Denklemlilik 2.20 ile ifade edilmektedir.

$$\mu_{tur} = \rho \hat{v} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + c_{v1}^3}, \quad X = \frac{\hat{v}}{\nu}, \quad \nu = \frac{\mu_{dyn}}{\rho} \quad (2.20)$$

Modelde ait yeni bir değişken olan \hat{v} , Denklemlilik 2.21 ile sunulan taşınım, ağdalılık ve kaynak terimleri ile ifade edilen taşınım denklemliliknin çözümü ile elde edilmektedir.

$$F^c = \nu \hat{v}, \quad F^v = -\frac{\nu + \hat{v}}{\sigma} \nabla \hat{v} \quad (2.21)$$

$$Q = c_{b1} \hat{S} \hat{v} - c_{w1} f_w \left(\frac{\hat{v}}{d_s} \right)^2 + \frac{c_{b2}}{\sigma} |\nabla \hat{v}|^2$$

Üretim terimi \hat{S} , Denklemlilik 2.22 ile ifade edilmiştir. Denklemlilikde d_s duvara en yakın mesafeyi ve $w = \nabla \times v$ akışkan girdabını (ing. vorticity) belirtmektedir.

$$\hat{S} = |w| + \frac{\hat{v}}{\kappa^2 d_s^2} f_{v2} \quad (2.22)$$

Denklemliliklerde ifade edilen f_{v2} ve f_w sırasıyla eşitlik 2.23 ve 2.24 ile sunulmuştur.

$$f_{v2} = 1 - \frac{X}{1 + X f_{v1}} \quad (2.23)$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad (2.24)$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r = \frac{\hat{v}}{\hat{S} \kappa^2 d_s^2}$$

SA türbülans modelinde kullanılan sabit ifade değerleri, aşağıda Denklem 2.25 ile gösterilmektedir.

$$\sigma = 2/3, \quad c_{b1} = 0.1355, \quad c_{b2} = 0.622, \quad \kappa = 0.41, \quad (2.25)$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}, \quad c_{w2} = 0.3, \quad c_{w3} = 2, \quad c_{v1} = 7.1$$

Türbülanslı ağdalılık terimi için fiziksel olarak uzak-alan sınır koşulu laminer ağdalılık değerinin bir kısmı olarak uygulanmaktadır. Duvara çok yakın bölgelerde türbülans burgaçları oluşmadığından ağdalı duvarlar üzerinde \hat{v} sıfır olarak tanımlanmaktadır.

2.2.3 Menter Shear-Stress transport $k - \omega$ türbülans modeli

Menter Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$ türbülans modeli iki denklem içeren bir türbülans modelidir. SST $k - \omega$ modeli, iki denklem içeren klasik $k - w$ ve $k - \epsilon$ türbülans modellerinin avantajlarını bir araya getirmektedir. Model duvar kenarları çözümünde daha uygun olan $k - w$ modelini kullanırken, duvardan uzak serbest akış bölgelerinde $k - \epsilon$ modelini kullanmaktadır [35, 36].

SST $k - \omega$ modelinde türbülanslı kinetik enerji terimi (k) ve özgül türbülans yitimi (w) ifadeleri için sırasıyla Denklem 2.26 ve 2.27 ile sunulan taşınım denklemleri kullanılmaktadır.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \omega)}{\partial x_i} &= \frac{\gamma}{v_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ &+ 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_\omega 2}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} - \rho \beta \omega^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Denklemlerde ifade edilen τ_{ij} terimi Denklem 2.28 ile sunulmuştur.

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.28)$$

Taşınm denklemlerinin klasik $k - w$ türbülans modelinden farkı w denklemine eklenen çapraz yayılım yani "cross diffusion" terimi ve model katsayılarının değişimidir. Taşınm denklemleri elde edilirken öncelikle klasik $k - \epsilon$ modeli epsilon terimi, $\epsilon = kw$ eşitliği kullanılarak w cinsinden ifade edilmektedir. Ardından iki model arasında geçiş yapılmasına olanak veren F_1 fonksiyonu kullanılmaktadır. F_1 fonksiyonu duvara yakın bölgelerde bir, duvardan uzak serbest akış bölgelerinde sıfır olacak şekilde tasarlanmıştır. Klasik $k - w$ modeli F_1 ve düzenlenmiş $k - \epsilon$ modeli $(1 - F_1)$ ile çarpılıp, birbirleri ile toplanarak SST $k - \omega$ modeli taşınm denklemleri elde edilmektedir.

Taşınm denklemlerinde ifade edilen deneysel sabit değerleri, Eşitlik 2.29 ile ifade edildiği üzere iki modelin etkileri göz önünde bulundurularak belirlenmektedir. Eşitlikte ϕ_1 , $k - w$ türbülans modelinden gelen ve ϕ_2 , $k - \epsilon$ türbülans modelinden gelen sabitleri ifade etmektedir.

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2 \quad (2.29)$$

$k - w$ ve $k - \epsilon$ türbülans modelleri için sabit değerleri sırasıyla Denklem 2.30 ve 2.31 ile gösterilmektedir.

$$\sigma_{k1} = 0.5, \quad \sigma_{\omega1} = 0.500, \quad \beta_1 = 0.075, \quad (2.30)$$

$$\beta^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41, \quad \gamma_1 = \beta_1/\beta^* - \sigma_{w1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828, \quad (2.31)$$

$$\beta^* = 0.090, \quad \kappa = 0.41, \quad \gamma_2 = \beta_2/\beta^* - \sigma_{w2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$$

Eşitlik 2.29 içerisinde iki türbülans modeli arasında ağırlıklı ortalama işleminde kullanılan F_1 fonksiyonu, Denklem 2.32 ile gösterilmektedir.

$$F_1 = \tanh \left(\left(\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right] \right)^4 \right) \quad (2.32)$$

F_1 denkleminde d duvara en yakın mesafeyi, $CD_{k\omega}$ ise çapraz yayılım terimini ifade etmektedir. Çapraz yayılım terimi Denklem 2.33 ile sunulmuştur.

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\bar{\rho}\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (2.33)$$

SST $k - \omega$ modelinde türbülanslı ağdalılık terimi Denklem 2.34'de sunulduğu şekilde hesaplanmaktadır. Denkleminde ifade edilen Ω , W_{ij} ve F_2 terimleri sırasıyla Eşitlik 2.35, 2.36 ve 2.37 ile ifade edilmiştir.

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (2.34)$$

$$\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}} \quad (2.35)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.36)$$

$$F_2 = \tanh \left(\left(\max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \right)^2 \right) \quad (2.37)$$

2.3 Sayısal Yöntemlerin SU2 Yazılımı Uygulamaları

Bu bölümde SU2 yazılımında kısmi diferansiyel denklemlerin (KDD) çözümlenmesi ile ilgili bazı sayısal uygulama stratejilerinden bahsedilecektir. Sayısal çözümler yapısal olmayan çözüm ağı üzerinde kenar tabanlı bir veri yapısı kullanılarak yapılmaktadır. Doğrular yöntemi izlenerek, korunum denklemleri uzay ve zamanda birbirlerinden bağımsız olarak ayrıklaştırılır. Uzay ve zamanın bağımsız olarak ayrıklaştırılması, entegrasyonları için farklı şemaların kullanımına olanak sağlamaktadır. Genellikle uzaysal entegrasyon sonlu hacim metodu kullanılarak yapılırken, zamanda entegrasyon için farklı açık ve kapalı sayısal metotlar uygulanmaktadır. Tez kapsamında zamana bağlı bir hesaplama yapılmadığından bu bölümde durağan akış çözümleri için sonlu hacim metodu üzerinde durulacaktır [30, 37].

SU2 programında medyan-ikili (ing. median-dual) nokta-tabanlı bir şema kullanarak, kontrol hacmi oluşturmaktadır. Kontrol hacmi; ortak nokta kullanan tüm çözüm ağı hücrelerinin merkezi, yüzeyi ve kenar orta noktaları kullanılarak, oluşturulmaktadır. RANS denklemleri kontrol hacmi üzerinde entegre edilerek, integral formları Denklem 2.38 ile sunulduğu üzere elde edilmektedir.

$$\int_{\Omega_i} \frac{\partial U}{\partial t} d\Omega + \sum_{j \in N(i)} (\tilde{F}_{ij}^c + \tilde{F}_{ij}^{vk}) \Delta S_{ij} - Q |\Omega_i| = \int_{\Omega_i} \frac{\partial U}{\partial t} d\Omega + R_i(U) = 0 \quad (2.38)$$

Denklemde U akış değişkenleri vektörünü, $R_i(U)$ i düğümü üzerinde sayısal hesaplamadan artan terimi göstermektedir. \tilde{F}_{ij}^c ve \tilde{F}_{ij}^{vk} terimleri sırasıyla yerel ve normal yönler yansıtılan konvektif ve ağdalılık akıları için sayısal yaklaşımları ifade etmektedir. Q kaynak terimini, $|\Omega_i|$ kontrol hacmi için tanımlı hacmi, ΔS_{ij} $i - j$ kenarı ile ilişkili yüzeyin alanını ve $N(i)$ i noktası ile komşu düğüm noktalarını ifade etmektedir.

Konvektif ve ağdalılık akıları ilgili kenarların orta noktalarında hesaplanmaktadır. Sayısal çözücü bu akıları hesaplamak için döngü şeklinde tüm çözüm ağı kenarlarında hesaplama yapar, daha sonra her düğüm noktasındaki arta kalan terimi ($R_i(U)$) hesaplayabilmek için bunları entegre eder. Konvektif akılar merkezi (central) ve upwind şemalar kullanılarak ayrıklaştırılabilmektedir. SU2 içerisinde merkezi şema olarak JST (Jameson-Schmidt Turkel), Lax-Friedrich ve upwind şema olarak Roe, AUSM, HLLC, Roe-Turkel gibi şemalar sıklıkla kullanılmaktadır. Ağdalılık akıları hesaplamalarında kontrol hacmi yüzeylerinde akış özellikleri ve birinci türevleri kullanılmaktadır. Bu doğrultuda tüm çözüm ağı noktalarında gradyanlar Green-Gauss veya weighted least-squares metotları ile hesaplanmakta ve daha sonra hücre yüzeylerinde gradyan hesabı için hücre ile ilgili düğüm noktalarında ortalama alınmaktadır.

Tez çalışmaları kapsamında AUSM+up ve weighted least-squares şemaları kullanılmıştır. Şemaların seçimi aşamasında SU2 dokümantasyonu ve örnek çalışmalar referans olmuştur.

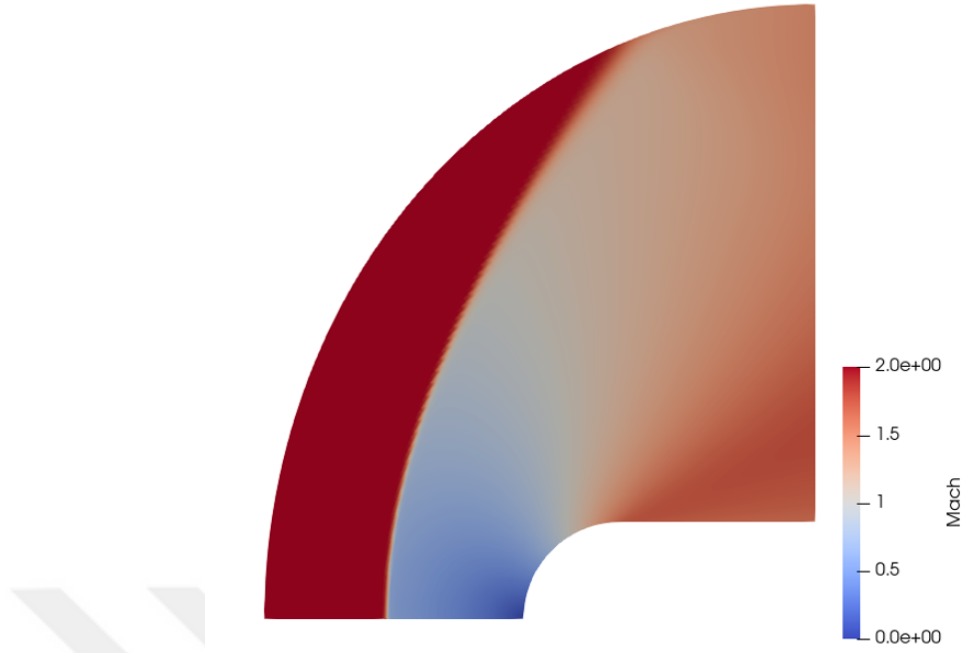
3. SU2 DOĞRULAMA ÇALIŞMALARI

Tez kapsamında bütün HAD çalışmaları açık kaynaklı SU2 v7.1.1 yazılımı kullanılarak yapılmıştır. Hesaplamalara başlanmadan önce yüksek hızlı çözümler için doğru sayısal ayar ve çözüm ağının belirlenebilmesi amacıyla doğrulama çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda öncelikle iki boyutlu aksel simetrik çözümler için 3B küresel küt burunlu geometri üzerinde deneysel basınç dağılımı verileri doğrulama amacıyla kullanılmıştır. İkinci doğrulama çalışması kapsamında ise küresel küt burunlu bikonik geometri üzerinde deneysel şok şekli, analiz sonuçları ile karşılaştırılmaktadır. 3B deneysel veriler aynı zamanda "Üç Boyutlu Şok Tahmini Yöntemi" bölümü içerisinde şok tahmin algoritması sonuçları ile karşılaştırılmalı olarak, sunulmaktadır. Çalışmalar boyunca çözüm ağları Pointwise V18.0 programı kullanılarak, oluşturulmuştur. Tez kapsamında sunulan bütün HAD sonuç görsellerinde, sınır eksen takımları metre birimi ile ifade edilmektedir.

3.1 Yüzey Basınç Dağılımı (Küresel Küt Burunlu Silindir Geometri)

2B aksel simetrik doğrulama çalışmaları küresel küt burunlu geometri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmalarda deneysel olarak geometri yüzeyinde ifade edilen basınç katsayısı değerleri HAD analiz sonuçları ile karşılaştırılarak, incelenmektedir [38]. Geometri, yarıçapı 15 mm ve boyu yarıçapının 1.5 katı olarak ifade edilmekte ve ilgili şekillerin üst köşesinde sunulmaktadır. Deneyde ifade edilen serbest akış koşulları Çizelge 3.1 ile sunulmaktadır [38]. Çizelgede Reynolds sayısı model uzunluğu baz alınarak ifade edilmektedir. Deneysel veriler geometri burnundan başlanılarak, geometri yüzey uzunluğunun çapına oranı boyunca basınç dağılımı katsayısı olarak ifade edilmektedir. Basınç katsayısı (C_p), Denklem 3.1 ile ifade edilmekte ve bu kapsamda hesaplamalar, karşılaştırmalar yapılmaktadır.

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{\gamma}{2} P_\infty M_\infty^2} \quad (3.1)$$

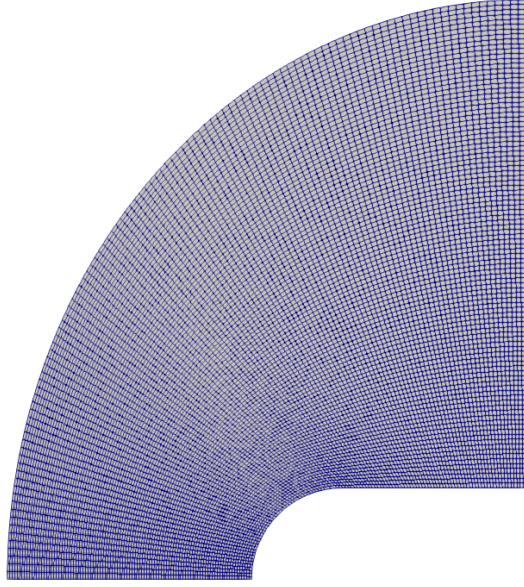


Şekil 3.2: Eksenel simetrik doğrulama Mach konturu.

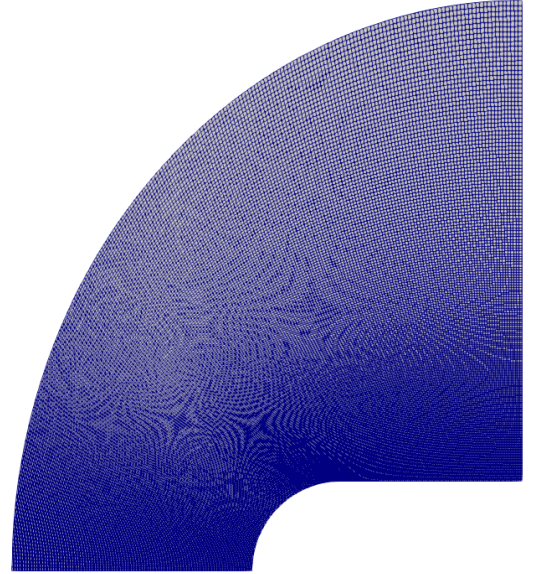
Çözüm alanı ve sınır koşulları belirlendikten sonra çözüm ağı bağımsızlaştırma çalışmaları kapsamında üç farklı çözüm ağı kullanılmaktadır. Çözüm ağları, iki boyutlu dikdörtgen hücre boyutları iki katı oranında küçültülerek, sırasıyla kaba, orta ve sık olmak üzere oluşturulmuş ve Çizelge 3.2 üzerinde hücre sayıları ile ifade edilmiştir. Çözüm ağları için görseller Şekil 3.3 ile sunulmaktadır. Şok tespitinde kullanılan gradyan hesabı ve ilgili görsellerin daha hassas olarak elde edilebilmesi amacıyla çalışma boyunca yapısal çözüm ağları oluşturulmaktadır.

Çizelge 3.2: Çözüm ağı hücre sayıları.

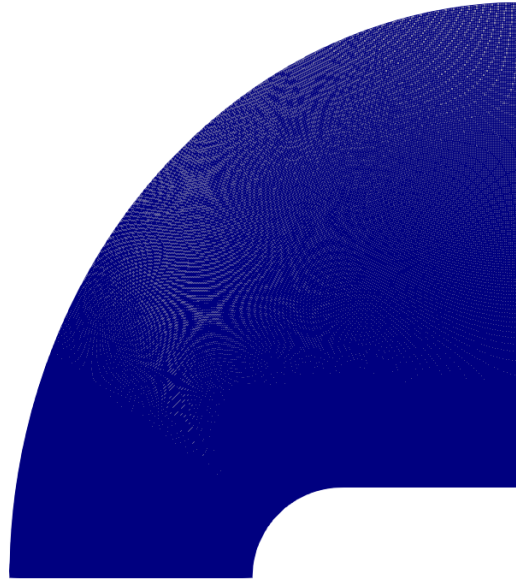
Çözüm Ağı 1	11 000
Çözüm Ağı 2	44 000
Çözüm Ağı 3	176 000



(a) Çözüm Ağı 1



(b) Çözüm Ağı 2

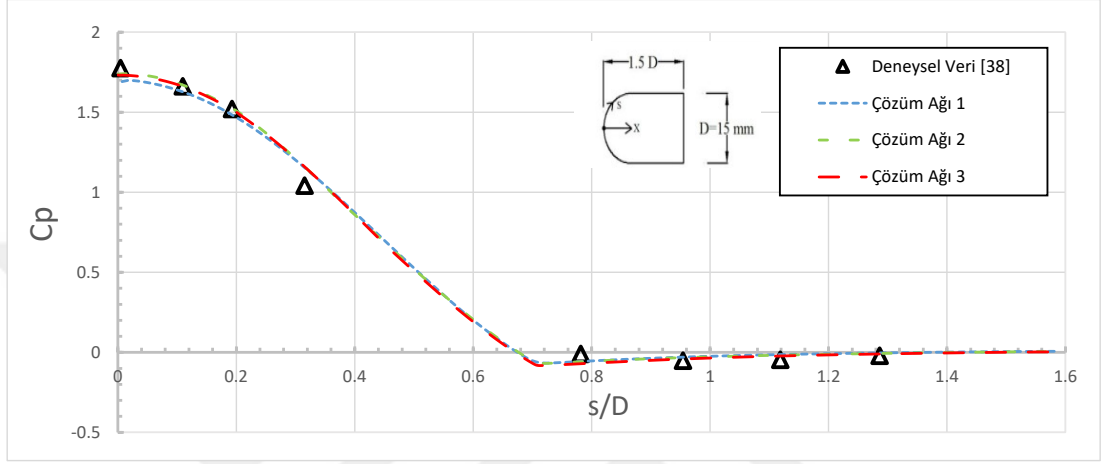


(c) Çözüm Ağı 3

Şekil 3.3: Çözüm ağı çalışmaları.

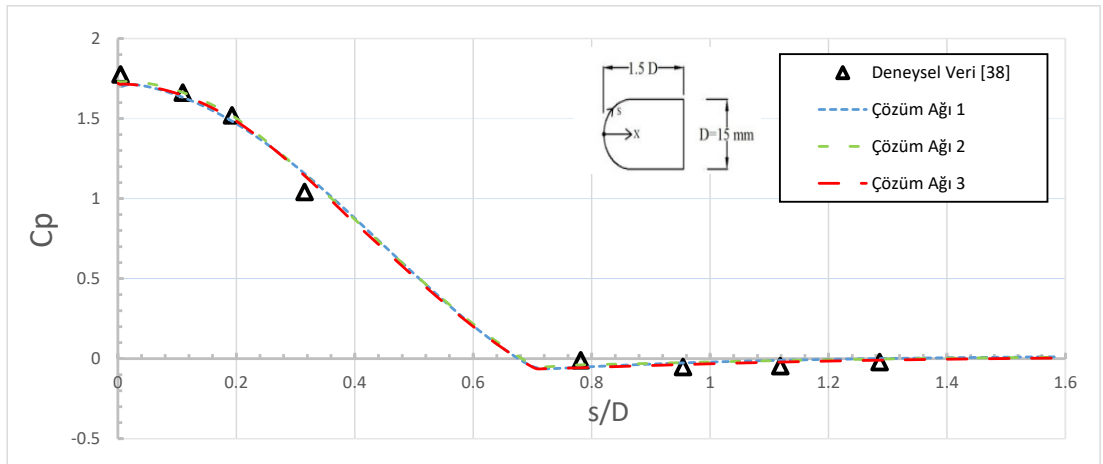
Çözüm ağları oluşturulduktan sonra, öncelikle Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanımı ile üç farklı çözüm ağı üzerinde çözümler yapılmıştır. Çözümler sonucunda hesaplanan basınç katsayıları Şekil 3.4 ile sunulduğu üzere deneysel veriler ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar deneysel veriler ile oldukça uyumlu olarak elde

edilmektedir. Ancak özellikle bir deneysel veri noktasında yüzde farklar %8 civarında gözlemlenmektedir. Bu doğrultuda ilgili deneysel veriler ile gerçekleştirilen literatür çalışmaları incelenmiş ve çalışmalarda benzer şekilde bu noktada yüksek yüzde hatalar elde edildiği tespit edilmiştir [38, 39]. Çözüm ağları karşılaştırıldığında, kaba çözüm ağı (Çözüm Ağı 1) çözümlerinin geometri burun kısmında diğer çözüm ağlarına göre deneysel verilerden uzaklaştığı gözlemlenmektedir.



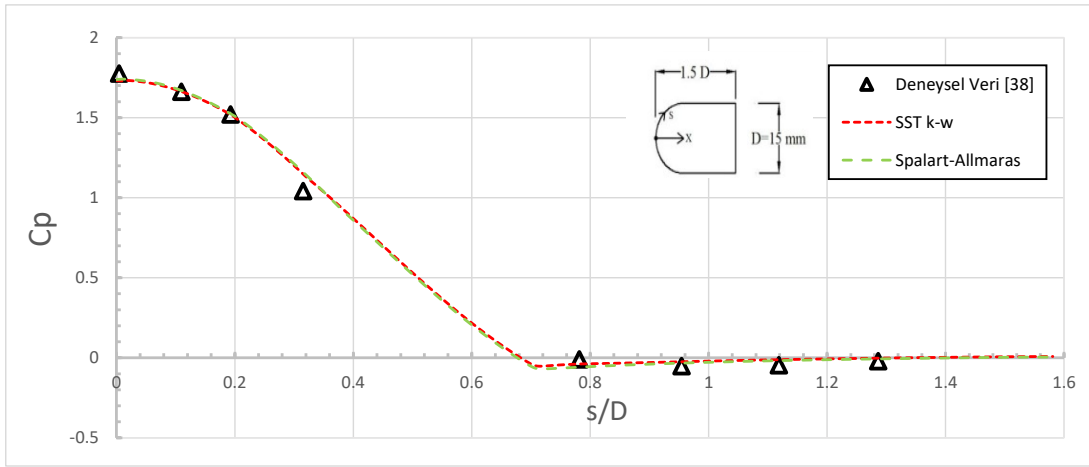
Şekil 3.4: Spalart-Allmaras türbülans modeli çalışmaları.

Çözüm ağları üzerinde benzer şekilde Menter Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$ türbülans modeli kullanılarak çözümlenmeler yapılmış ve sonuçlar Şekil 3.5 ile sunulmuştur. Şekil incelendiğinde üç farklı çözüm ağı sonucunun deneysel veriler ile oldukça uyumlu olduğu ve çözüm ağları sonuçlarının birbirlerine oldukça yakın olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 3.5: SST $k - \omega$ türbülans modeli çalışmaları.

Spalart-Allmaras ve SST $k - \omega$ türbülans modelleri sonuçları incelendiğinde, iki türbülans modeli için de Çözüm Ağı 2 ve 3 sonuçlarının birbirlerine çok yakın olduğu sonucu ifade edilebilmektedir. Bu kapsamda tez çalışmaları boyunca yüksek doğruluk ve kısa sürede çözümlene yapılabilmesi amacıyla Çözüm Ağı 2 boyutlandırma ve hassasiyetinde çözüm ağları oluşturulmaktadır. Aynı zamanda türbülans modeli çözümlerinin birbirlerine yakın olması sebebiyle iki denklemlili SST $k - \omega$ türbülans modeli yerine tek denklemlili bir türbülans modeli olan SA türbülans modeli kullanımı tercih edilmektedir. Spalart-Allmaras ve SST $k - \omega$ türbülans modelleri için Çözüm Ağı 2 sonuçları Şekil 3.6 ile detaylı olarak karşılaştırılmaktadır.

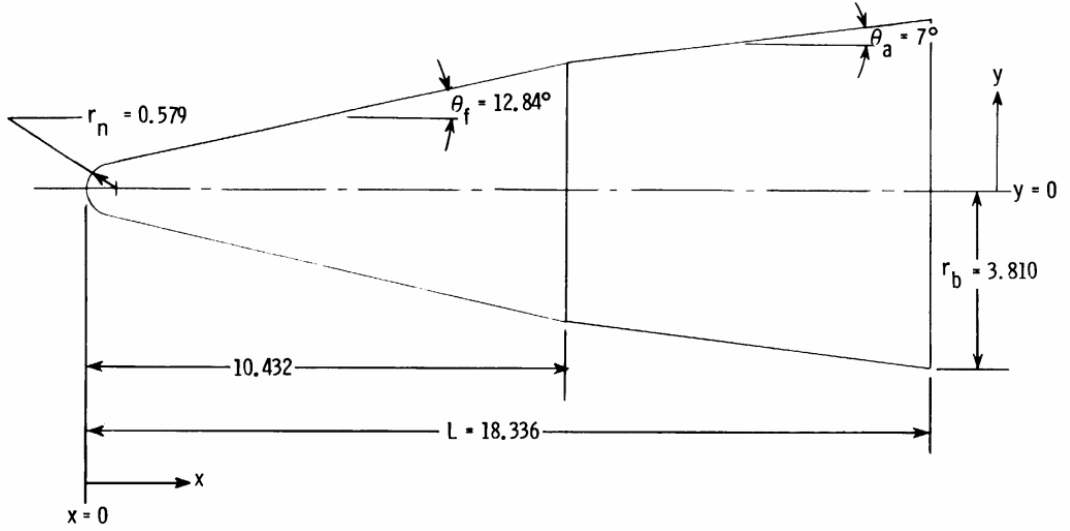


Şekil 3.6: Çözüm ağı 2 üzerinde Spalart-Allmaras ve SST $k - \omega$ türbülans modeli çalışmaları.

3.2 Şok Şekli (Küresel Küt Burunlu Bikonik Geometri)

Önceki bölümde sunulan doğrulama çalışması sonucunda türbülans modeli ve çözüm ağı oluşturma stratejisi belirlenmektedir. Bu doğrultuda belirlenen model ve stratejiler kullanılarak, ilgili bölüm boyunca küresel küt burunlu bikonik geometri (Şekil 3.7) üzerinde deneysel şok şekilleri, analiz sonuçları ile karşılaştırılmaktadır. Referans kaynaklarda sunulan deneysel şok şekilleri, Çizelge 3.3 ile sunulan serbest akış koşulları ve 0, 5, 10.25 derece hücum açıları etkisi altında rüzgar tüneline yapılan deneysel çalışmalar sonucu schlieren sistemi kullanımı ile görselleştirilmekte ve nokta koordinatları şeklinde ifade edilmektedir [40–42]. Çizelgede Reynolds sayısı model uzunluğu baz alınarak ifade edilmektedir. HAD çözümleri boyunca geometri yüzeyinde kaymaz duvar ve çözüm alanı sınırlarında uzak alan sınır

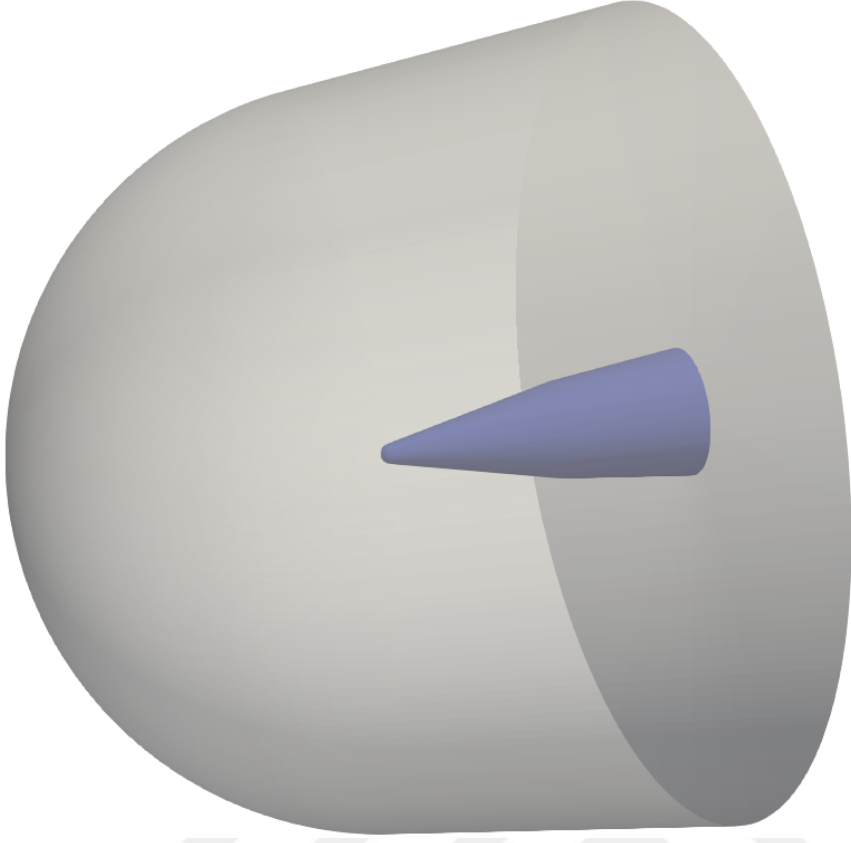
koşulları kullanılmaktadır. Çözümlenelerde hücum açısı etkileri inceleneceği için analiz kurgusu aksenal simetrik yerine 3B olarak oluşturulmuştur. Hesaplamalarda kullanılan çözüm alanı Şekil 3.8 ile sunulmaktadır. Şekilde mavi boyalı bölge duvar ve açık renkle gösterilen bölge uzak alan sınır koşullarını göstermektedir. Çözüm ağı oluşturulurken öncelikle 2B bir çözüm alanı oluşturulmakta ardından alan x-ekseni etrafında genişletilerek, 3B çözüm alanı elde edilmektedir. Bu kapsamda 2B kesit ve 3B çözüm ağıları sırasıyla Şekil 3.9 ve 3.10 ile sunulmaktadır.



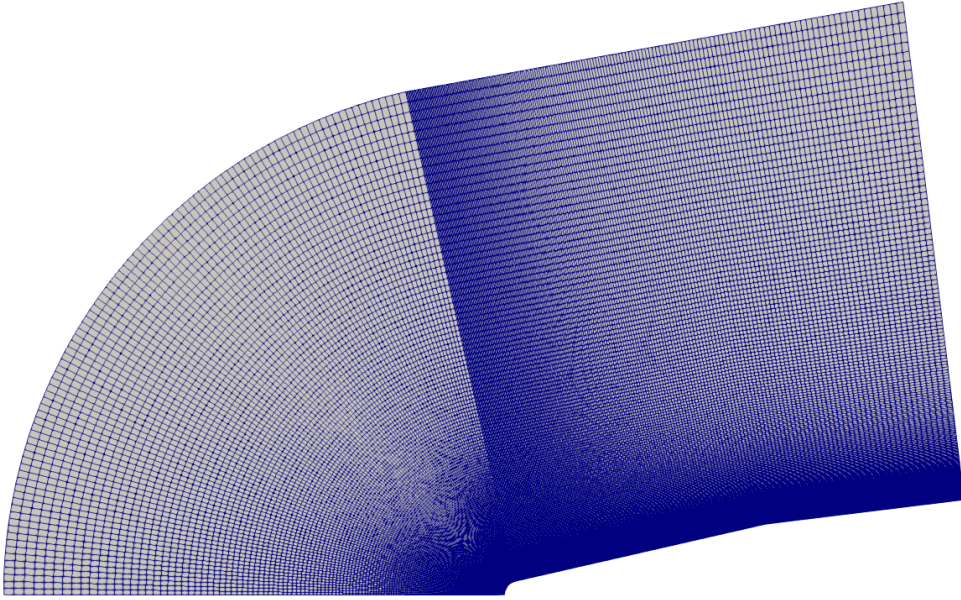
Şekil 3.7: Küresel küt burunlu bikonik geometri ölçüleri. Tüm boyutlar cm biriminde sunulmuştur [40].

Çizelge 3.3: Şok şekli doğrulama çalışması serbest akış koşulları.

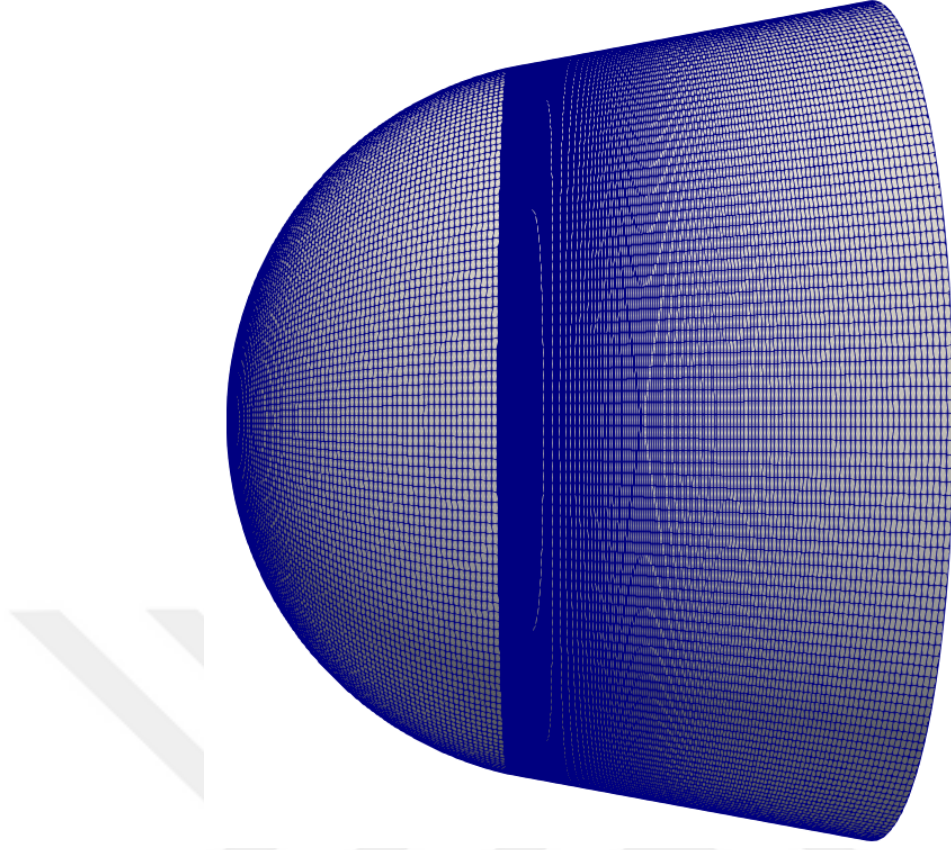
Mach Sayısı	6.0
Reynolds Sayısı	5.3×10^6
Sıcaklık [K]	60
Basınç [Pa]	2122.45



Şekil 3.8: 3B doğrulama çalışmaları çözüm alanı.



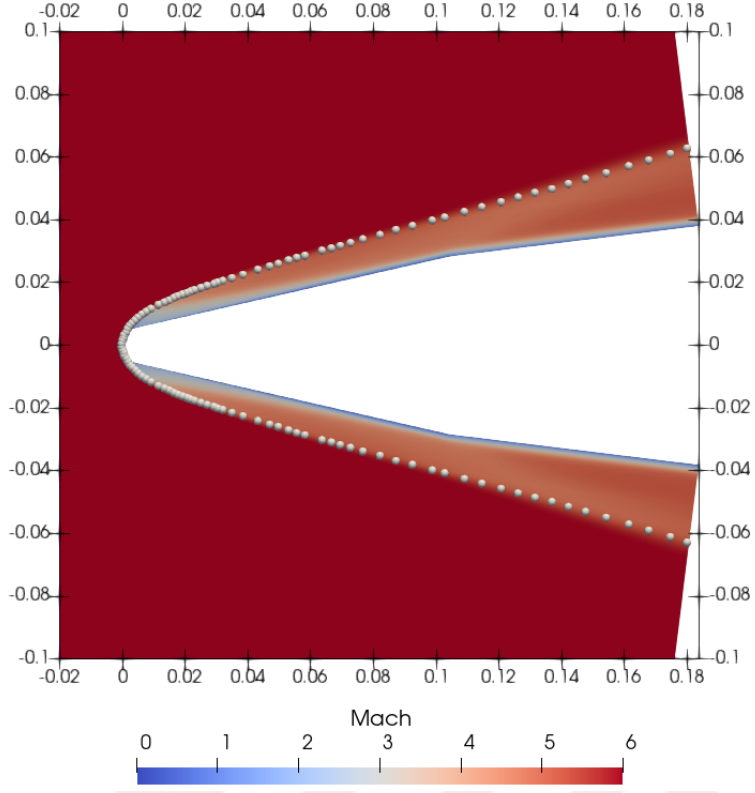
Şekil 3.9: Doğrulama çalışmaları 2B çözüm ağı.



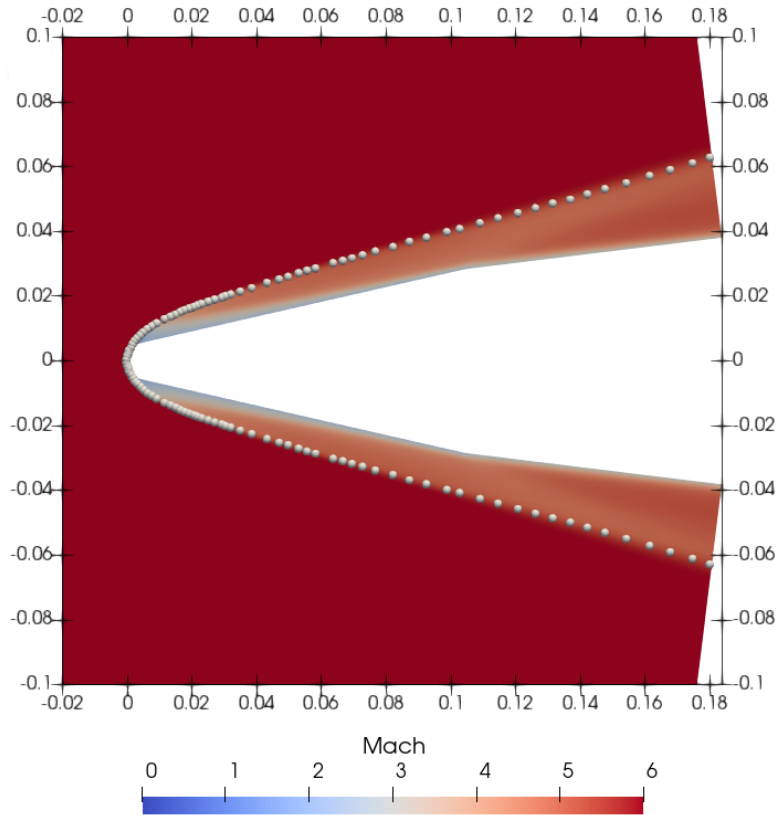
Şekil 3.10: Doğrulama çalışmaları 3B çözüm ağı.

Deneysel veriler ile karşılaştırma yapabilmek amacıyla ilgili geometri etrafında 0, 5 ve 10.25 derece hücum açıları etkisi altında HAD çözümlenmeleri yapılmıştır. Çözümlenmeler sonucunda elde edilen Mach konturları üzerine deneysel şok noktaları yerleştirilerek, karşılaştırmalar yapılmaktadır. Bu kapsamda Şekil 3.11, 3.12 ve 3.13 oluşturulmuştur. Mach konturundaki ani değişimler ile tanımlanabilen şok fenomeni, şekiller üzerinde serbest akış Mach sayısı değerine geçiş yapılan bölgeler ile tanımlanabilmektedir. Bu doğrultuda şekiller incelendiğinde deneysel şok noktalarının belirtilen geçiş bölgelerine tam olarak denk geldiği ifade edilebilmektedir.

Şekiller ile aynı zamanda şok şekli üzerinde viskoz etkilerin incelenmesi amacıyla, viskoz etkilerin dahil edildiği ve edilmediği çözümlenmeler sunulmaktadır. Sonuçlar incelendiğinde viskoz etkilerin şok şekli üzerinde belirgin bir etkisinin olmadığı sonucuna varılmıştır. Bu kapsamda şok şekli tahmini algoritması viskoz etkilerden bağımsız olarak geliştirilmekte ve ilerleyen bölümlerde incelenen HAD uygulamalarında viskoz etkiler ihmal edilmektedir.

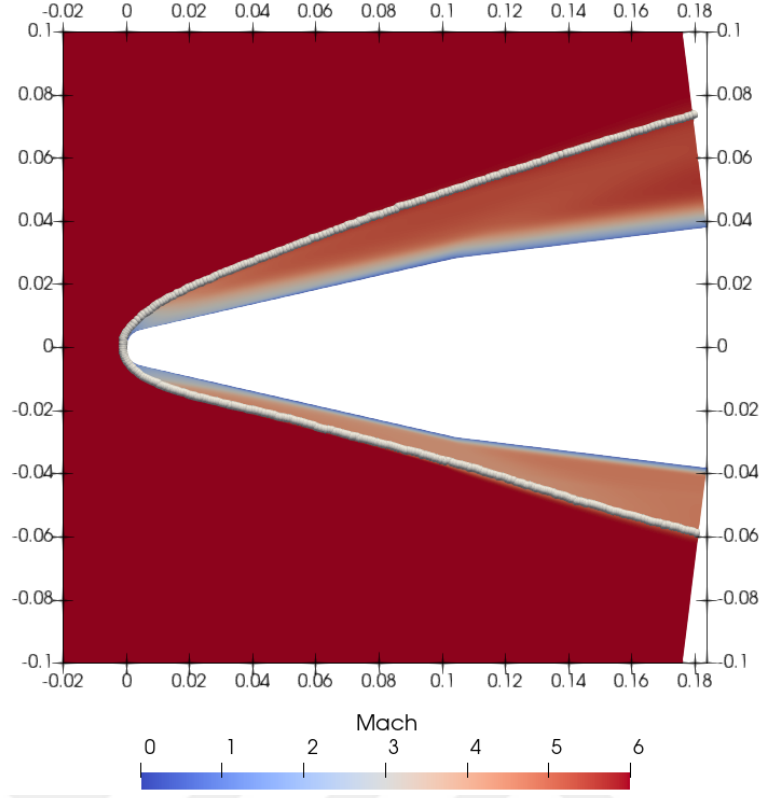


(a) Viskoz etkilerin dahil edildiği

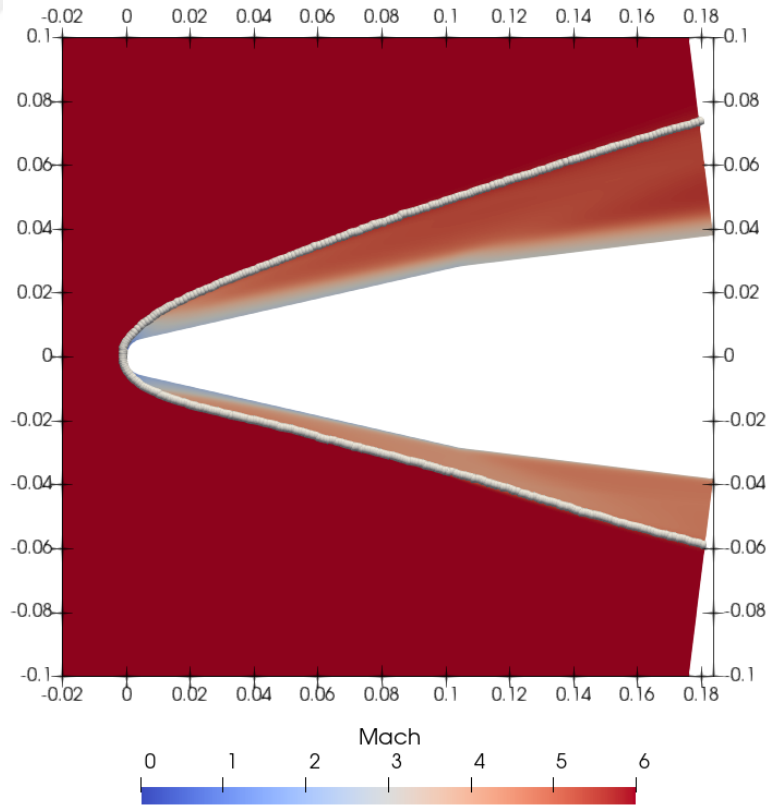


(b) Viskoz etkilerin dahil edilmediği

Şekil 3.11: Hücüm açısı etkisi olmayan durumda Mach konturu ve deneysel şok noktaları.

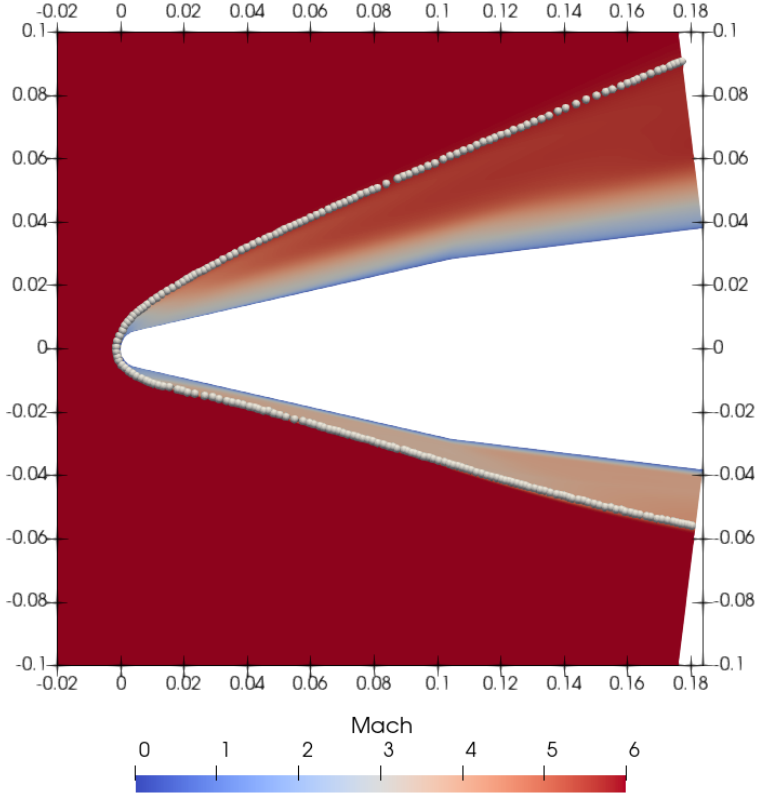


(a) Viskoz etkilerin dahil edildiği

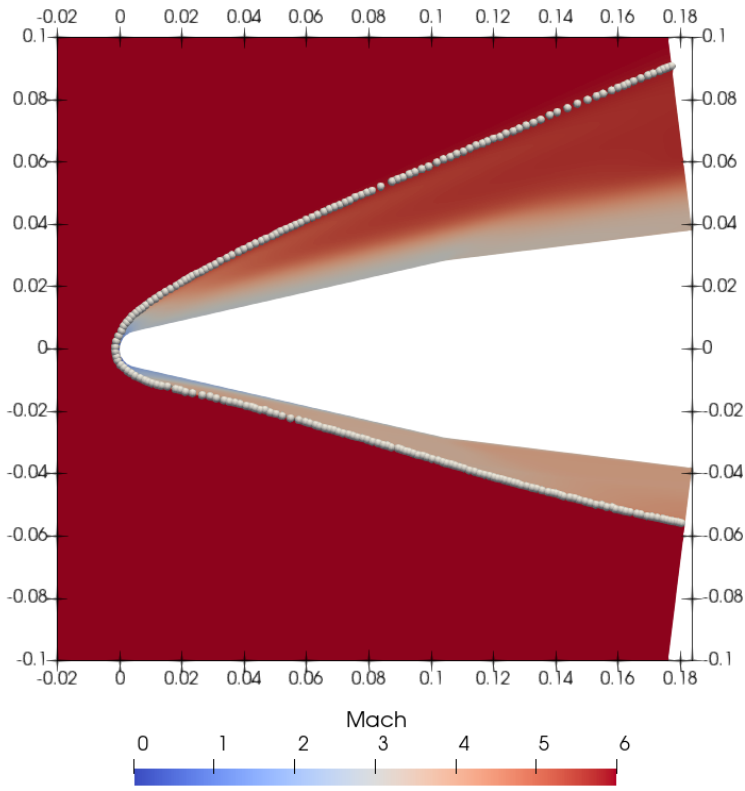


(b) Viskoz etkilerin dahil edilmediği

Şekil 3.12: 5° hücum açısı etkisinde Mach konturu ve deneysel şok noktaları.



(a) Viskoz etkilerin dahil edildiği



(b) Viskoz etkilerin dahil edilmediği

Şekil 3.13: 10.25° hücum açısı etkisinde Mach konturu ve deneysel şok noktaları.

4. ŞOK ŞEKLİ TAHMİN YÖNTEMİ

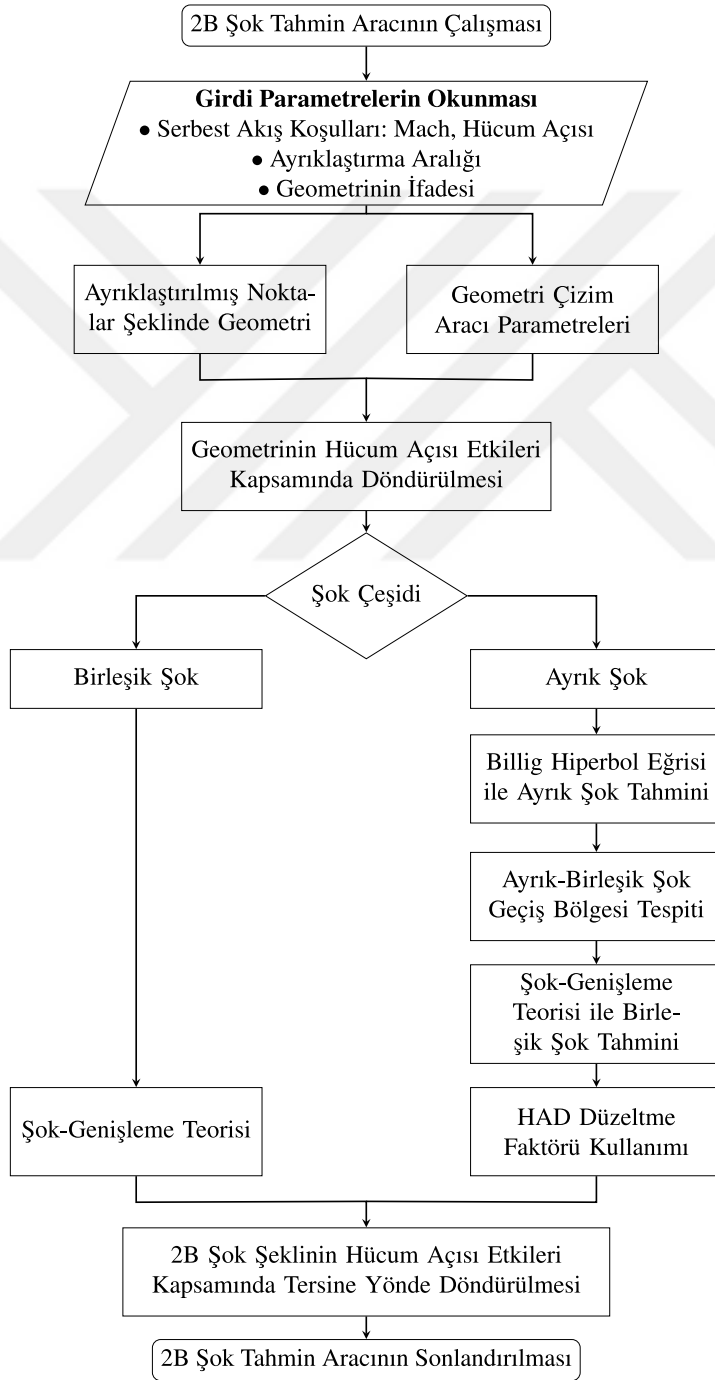
Süpersonik uçuş teorisinin ilk zamanlarında, hesaplama kaynaklarının sınırlı olması ve tahmin yöntemleri ile yaklaşık araç tasarımına yaygın olarak ihtiyaç duyulması sebebiyle şok konumunu elde etmek amacıyla birçok yaklaşık model geliştirilmiştir. Tez kapsamında çalışılan şok tahmin yöntemi ise klasik yöntemleri genişleterek, iki ve üç boyutlu geometriler üzerinde hızlı bir şekilde bitişik ve ayrık şok tahminleri yapabilmektedir. Aynı zamanda yöntem birden çok şok barındıran durumlar içinde kullanılabilir. Şok tahmini yöntemi temel olarak yaklaşık yüzey basınç dağılımı hesabında kullanılan yerel yüzey eğimi yöntemlerine dayanmaktadır. Yöntem aynı zamanda ayrık şok şekli tahmini için deneysel veriler ve sonik çizgi düzeltmeleri için HAD uygulamalarını içermektedir. Bu kapsamda şok tahmini yöntemi teorik, deneysel ve HAD uygulamalarının birlikte kullanımı sonucu geliştirilmiştir.

Şok şekli tahmin yöntemi çalışmaları kapsamında gerçekleştirilen HAD analizleri sonucunda düzeltme faktörü değerleri elde edilerek, sonik çizgi ve Mach dalgaları üzerinde uygulanmaktadır. Bu düzeltme faktörleri sadece serbest akış Mach sayısına bağlıdır ve geometri boyutundan bağımsız olarak küresel küt burunlu geometriler etrafında şok şekli tahmini uygulamalarında kullanılabilir. Bu sayede algoritmaların kullanımı sırasında herhangi bir ek HAD uygulaması yapılması gerekmeden şok şekli tahmini yapılabilir. İlgili bölüm boyunca şok tahmini yöntemi sırasıyla iki ve üç boyutlu geometriler üzerinde detaylı olarak incelenecektir.

4.1 İki Boyutlu Şok Tahmini Yöntemi

İki boyutlu geometriler üzerinde şok şekli tahmin algoritması bu bölümde sunulmaktadır. Bölüm boyunca öncelikle geometrinin kod içerisinde nasıl ifade edilebileceği aktarılacaktır. Ardından sırasıyla bitişik ve ayrık şok tahmini yöntemleri sunulacaktır.

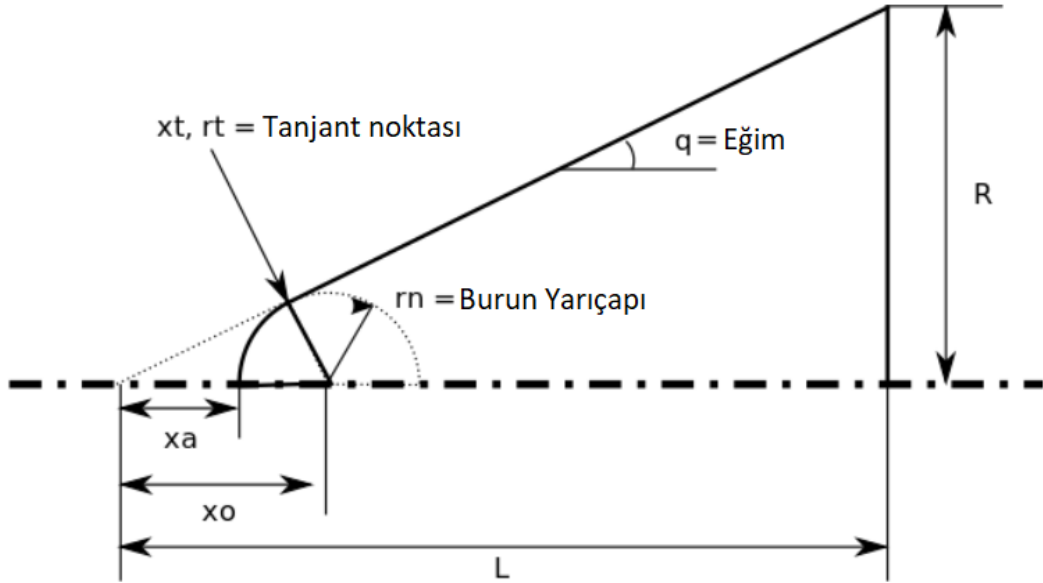
Daha sonra sonik çizgi düzeltilmesi ve HAD uygulamaları incelenecektir. Bölüm sonunda farklı geometri ve akış koşulları için analizler ve algoritma ile elde edilen şok şekilleri karşılaştırılarak, yorumlanacaktır. 2B şok şekli algoritması görselleştirmelerin daha rahat yapılabilmesi amacıyla MATLAB kodu kullanılarak geliştirilmiş, ardından C++ programlama dili üzerinde ifade edilmiştir. Tahmin yöntemi adımlarının daha net bir şekilde incelenebilmesi amacıyla 2B şok şekli tahmin algoritması akış diyagramı şeklinde Şekil 4.1 ile sunulmaktadır.



Şekil 4.1: 2B Şok Şekli Tahmin Algoritması Akış Diyagramı.

4.1.1 Geometri oluşturulması

İki boyutlu şok hesabı algoritması kapsamında geometrilerin kullanılabilmesi için çoklu düz çizgiler şeklinde ayrıştırılması gerekmektedir. Bu kapsamda 2B geometriler neredeyse düz kabul edilebilecek şekilde küçük parçalara ayrılmakta ve bu parçalar 2B şok şekli hesabında girdi olarak kullanılmaktadır. Kod içerisinde ayrıştırılmış geometriler, TXT uzantısına sahip dosya ile x ve y koordinatları şeklinde ifade edilebileceği gibi kod içerisinde bulunan küresel küt burunlu geometri çizim fonksiyonları kullanılarak da ifade edilebilmektedir. Küresel küt burunlu geometri şematik çizimi Şekil 4.2 ile sunulmuştur. Kod içerisinde burun yarıçapı, geometri uzunluğu, teğetlik açısı ve ayrıştırılma aralığı değerleri ifade edilerek geometri çizilebilmektedir. Aynı zamanda kullanılan çözüm ağı oluşturma uygulaması Pointwise üzerinden ayrıştırılmış geometri DAT çıktısı olarak alınarak, 2B şok tahmini algoritmasında girdi olarak kullanılabilir.



Şekil 4.2: Küresel küt burunlu geometri parametrik ifadesi.

4.1.2 Bitişik şok şekli tahmini

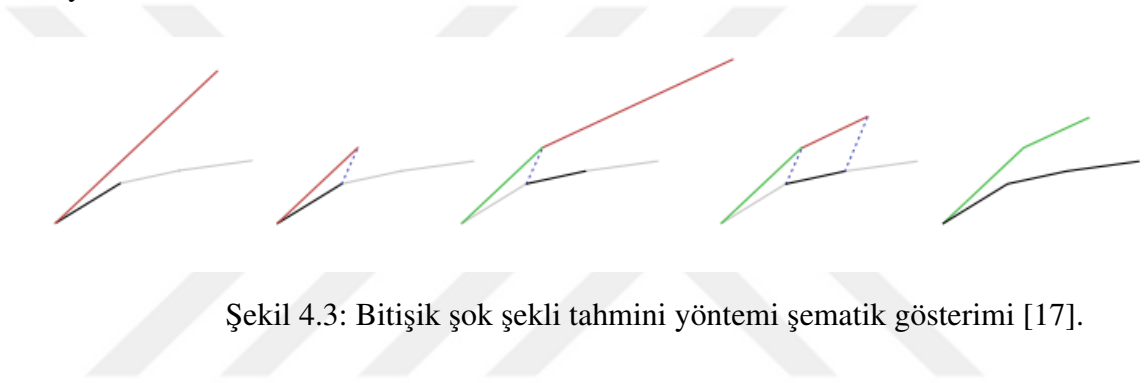
İncelenen geometri parçaları boyunca açı değerleri (sapma açıları), $\theta - \beta - M$ eğrisi limitlerini aşmıyorsa yani değerler maksimum sapma açısı ($\theta_{maks.}$) değerinden küçük ise bitişik şok hesaplamaları geometri ilk parçasından başlanılarak, yapılmaktadır. Ancak eğer geometri ilk parçalarında açı değerleri, maksimum sapma açısı değerinden büyük ise hesaplamalara öncelikle ayırık şok şekli tahmin yöntemi ile başlanmakta ve maksimum sapma açısına karşılık gelen şok açısı değerine ulaşıncaya kadar ayırık şok hesaplamalarına devam edilmektedir. Ayırık şok hesaplamaları sonlandığında bitişik şok şekli tahmin yöntemi, $\theta_{maks.}$ değerinden küçük ilk geometri açısı ve son ayırık şok noktasından başlanılarak, geometri boyunca uygulanmaktadır.

Geometri düz çizgiler şeklinde ifade edildikten sonra bitişik şok şekli tahmini hesaplamaları yapılabilmektedir. Daha rahat anlaşılabilmesi amacıyla hesaplama yöntemi aşağıda maddeler ile ifade edilmiştir [17].

- Hesaplamalar temelde teğet kama yöntemine dayanmaktadır. Hesaplamalara yukarı akış (ing. upstream) bölgesinden başlanmaktadır. 2B geometri ilk düz çizgi eğim açısı, sapma açısı olarak kabul edilmektedir.
- Belirlenen sapma açısı (θ) ve serbest akış Mach sayısı (M_1) kullanılarak, şok açısı (β) hesaplanmaktadır. Hesaplamalarda $\beta - \theta - M$ bağıntısı yani Denklem 1.29 ve 1.30 kullanılmaktadır.
- Şok açısı belirlendikten sonra bitişik şok ilk bölümü, geometri ilk noktasından çizilmeye başlanmaktadır. İlk şok bölgesi, geometrinin birinci parçasının sonunda üretilen genişleme fanı Mach dalgası ile çizilen şok dalgasının kesişimi ile sınırlanmaktadır. Genişleme fanı Mach dalgası açısı $\mu = \arcsin(1/M_2)$ eşitliği ve şok sonrası Mach sayısı (M_2) değeri Denklem 1.23 kullanılarak hesaplanmaktadır.
- Kesişim noktası başlangıç noktası olacak şekilde ikinci geometri bölümü kullanılarak benzer şekilde hesaplamalara devam edilmektedir. Hesaplamalar geometri son noktasına kadar tüm parçaların üzerinde yapılmaktadır. Kod

içerisinde şok konumu belirli bir x-koordinatına ulaştığında kodun çalışmayı durdurmasını sağlayan bir kontrol mekanizması kullanılmaktadır. Bu sayede devasa şok şekilleri oluşturulmasının önüne geçilmektedir.

Bitişik şok hesaplamalarının daha net anlaşılması için Şekil 4.3 ile hesaplama yöntemi şematik olarak sunulmuştur. Şekil incelendiğinde öncelikle siyah renk ile gösterildiği gibi ilk geometri parçası ifade edilmiştir. Ardından kırmızı renk ile gösterilen ilk eğik şok şekli elde edilmiştir. İlk şok şekli kesik mavi çizgi ile gösterilen Mach dalgası ile kesilmekte ve ilk geometri parçası için şok bölgesi oluşturulmaktadır. Ardından ikinci geometri parçası için benzer yöntem izlenerek hesaplamalara tüm geometri parçaları boyunca devam edilmektedir.

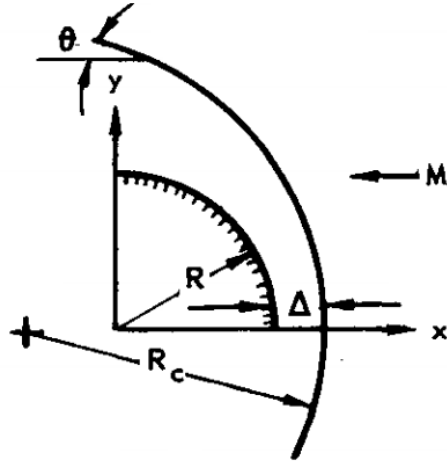


Şekil 4.3: Bitişik şok şekli tahmini yöntemi şematik gösterimi [17].

4.1.3 Ayrık şok şekli tahmini

İncelenen geometri parçaları boyunca açı değerleri (sapma açıları), $\theta - \beta - M$ eğrisi limitlerini aşıyorsa yani daha önce sunulduğu üzere Mach sayısına bağlı olarak ifade edilen maksimum sapma açısı ($\theta_{maks.}$) değerinden büyük geometri açıları gözlemleniyor ise geometri önünde ayrık şok oluşmaktadır. Ayrık şok şekli hesaplamalarına ayrık şok açısı değeri, $\theta_{maks.}$ ifadesine karşılık gelen şok açısından küçük olana kadar devam edilmektedir. Ayrık şok şekli tahmini için bitişik şok tahmini bölümünde sunulduğu gibi analitik bir yöntem bulunmamaktadır. Bu doğrultuda dairesel küt burunlu geometriler için ayrık şok şekli, Billig tarafından geliştirilen deneysel tabanlı yöntem kullanılarak belirlenmektedir. Billig deneysel verileri toplayarak, dairesel bir şekil için ayrık şok şeklini ifade eden parametrik hiperbol denklemi elde etmiştir. Yöntem geometrinin durma noktası yakınlarında dairesel olduğu ve oluşacak şokun hiperbolik şekilde olduğu varsayımlarına dayanmaktadır. Hiperbolik şok şekli aşağıda sunulan Denklem 4.1 ile ifade

edilmektedir. Denklemde R geometri yarıçapını, M serbest akış Mach sayısı, R_c şok eğrilik yarıçapını, Δ şok stand-off mesafesini ifade etmektedir. θ ise dairesel geometriler için serbest akış Mach açısını ve kama barındıran dairesel geometriler için bitişik şok açısını ifade etmektedir. Hiperbol denklemde ifade edilen eğri yarıçapı (R_c) ve şok stand-off mesafesi (Δ) Denklem 4.2 ile sunulmuştur. Billig tarafından ifade edilen hiperbol eğrisi parametrik olarak Şekil 4.4 ile gösterilmektedir [9].



Şekil 4.4: Billig eğrisi parametrik gösterimi [9].

$$x = R + \Delta - R_c \cot^2 \theta \left[\left(1 + \frac{y^2 \tan^2 \theta}{R_c^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (4.1)$$

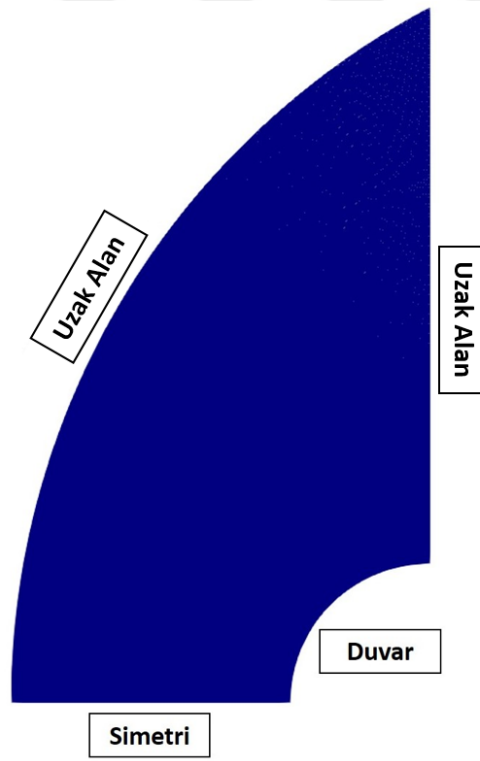
$$R_c/R = 1.386 \exp[1.8/(M-1)^{0.75}] \quad (4.2)$$

$$\Delta/R = 0.386 \exp(4.67/M^2)$$

4.1.4 HAD düzeltme faktörü

HAD düzeltme faktörü, ayrıık şok oluşumu gözlemlenen geometriler üzerinde tahmin edilen sonik çizgi ve ilgili Mach dalgalarını düzeltmek için kullanılmaktadır. Geometrinin yukarı akış bölgesine yakın parçasından şok şekli tahminine başlanmaktadır. İlk geometri parçalarında açı değeri, maksimum sapma açısı

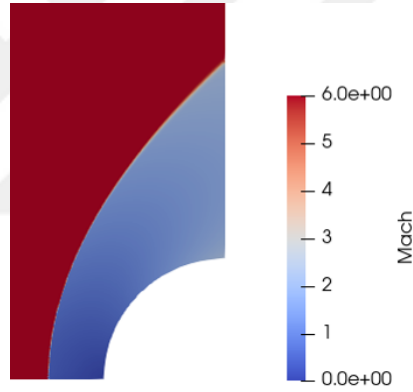
değerinden büyük olduğu durumda ayrık şok şekli hesaplamaları Billig tarafından ifade edilen hiperbol eğrisi kullanılarak yapılmaktadır. Geometri açı değerlerinin maksimum sapma açısından küçük olduğu ilk parçada ise son ayrık şok noktasından başlanılarak, bitişik şok hesaplamaları yapılmaktadır. Bu durumda ayrık şok için hesaplanan son nokta ile bitişik şok hesabı için kullanılan ilk geometri noktasının birleştirilmesi sonucu oluşan çizgi "sonik çizgi" olarak ifade edilmektedir. Ancak bölüm 1.1.2.4 ile sunulduğu üzere şok tahmini yöntemleri sonucu ifade edilen analitik sonik çizgi, $\theta - \beta - M$ eğrisi limitlerine dayanmakta ve gerçek sonik çizgi ile örtüşmemektedir. Bu kapsamda sonik çizgi ve sonrasında ifade edilen tüm Mach dalga açıları, Mach sayısına bağlı bir katsayı ile çarpılarak düzeltilmektedir. Tez kapsamında bu katsayı düzeltme faktörü olarak ifade edilmektedir. Düzeltme faktörü hesabı yapabilmek amacıyla yarıçapı 1 m olan dairesel 2B geometri etrafında Mach sayısına bağlı HAD çözümleri kurgulanmıştır. Çözümler kapsamında kullanılan çözüm alanı sınır koşulları ile birlikte Şekil 4.5 ile sunulmaktadır.



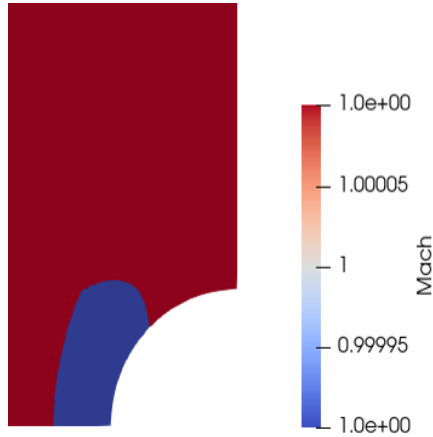
Şekil 4.5: Düzeltme faktörü hesabı analizleri çözüm alanı.

Mach sayısı altı serbest akış koşulunda yapılan analiz için Mach konturu örnek olması amacıyla Şekil 4.6 ile gösterilmektedir.

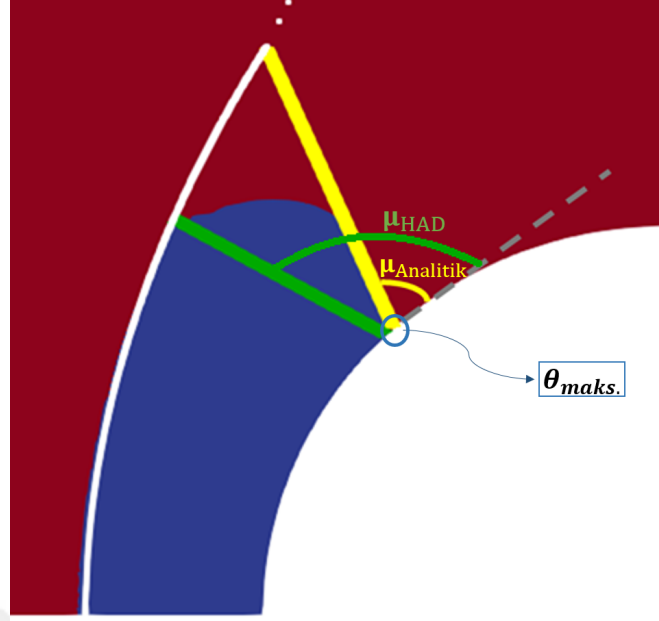
Mach konturunda sonik bölgenin belirlenebilmesi için kontur Mach değeri bir çevresinde kısıtlanmakta ve Şekil 4.7, 4.8 ile sunulmaktadır. Görsellerde aslında analiz sonucunda eğri şeklinde olan sonik çizgi, daha rahat hesaplama yapılabilmesi için düz bir çizgi şeklinde yeşil renkle gösterilmektedir. Düzeltme uygulanmadan formülasyonlar ile elde edilen sonik çizgi ise sarı renkle sunulmaktadır. Bu kapsamda analitik olarak hesaplanan ilk Mach dalgası açısının ($\mu_{Analitik}$), HAD hesaplamaları sonucu elde edilen dalga açısına (μ_{HAD}) eşitlenmesi şeklinde düzeltme işlemi yapılmaktadır. Bu kapsamda sayısal olarak düzeltme faktörü $\frac{\mu_{HAD}}{\mu_{Analitik}}$ oranı şeklinde ifade edilebilmektedir. Şok tahmini algoritmalarında analitik olarak hesaplanan Mach dalga açısı değerleri, düzeltme faktörü ile çarpılarak hesaplamalara katılmaktadırlar. Şekilde aynı zamanda analitik ve HAD hesaplamaları ile elde edilen maksimum sapma açısı noktalarının ($\theta_{maks.}$) birbirlerine oldukça yakın oldukları yorumlanabilmektedir.



Şekil 4.6: Düzeltme faktörü hesabı analizleri Mach=6 serbest akış koşulu.

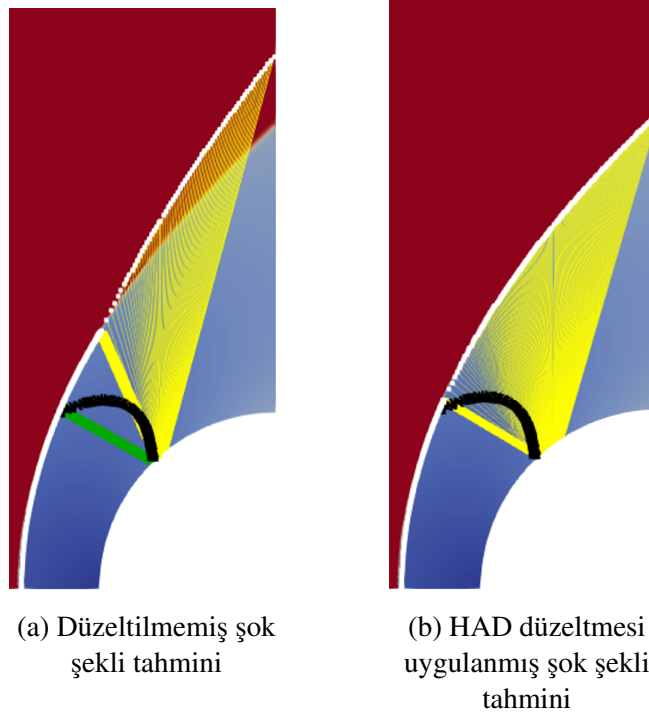


Şekil 4.7: Düzeltme faktörü hesabı analizleri sonik bölge.

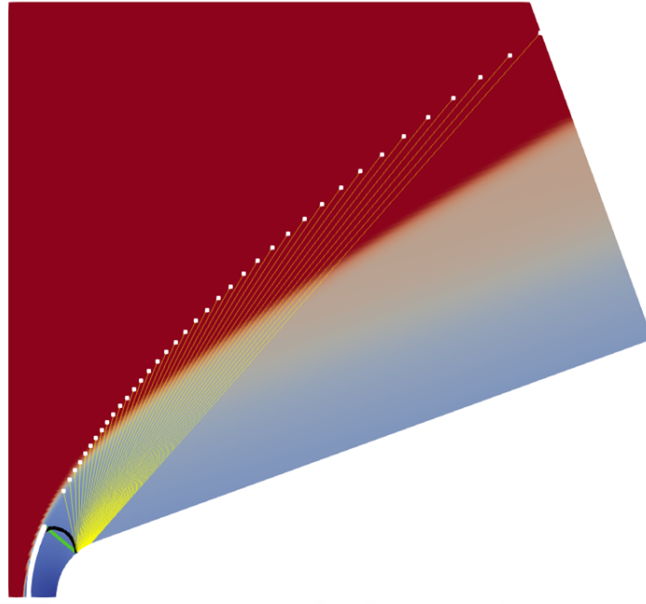


Şekil 4.8: Mach konturu üzerinde düzeltme faktörü hesabı.

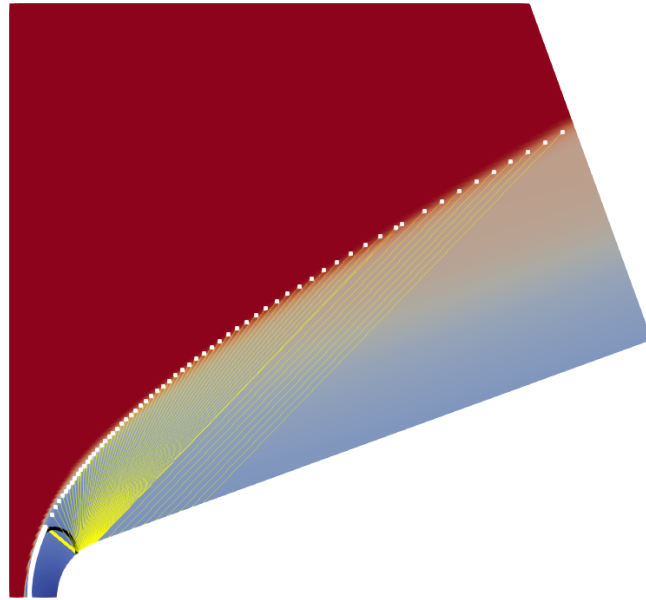
Sırasıyla Şekil 4.9 ve 4.10 ile daire ve dairesel küt burunlu kama geometrileri üzerinde düzeltme faktörü etkileri sunulmaktadır. Görsellerde HAD sonucu elde edilen gerçek sonik çizgi siyah, HAD sonucu elde edilen düz sonik çizgi yeşil ve analitik sonik çizgi sarı renk ile ifade edilmektedir. Düzeltme faktörü öncesi ve sonrası Mach dalgaları ise sarı renkli kesikli çizgi ile sunulmaktadır.



Şekil 4.9: Daire geometrisi üzerinde düzeltme faktörü etkisi.



(a) Düzeltilmemiş şok şekli tahmini



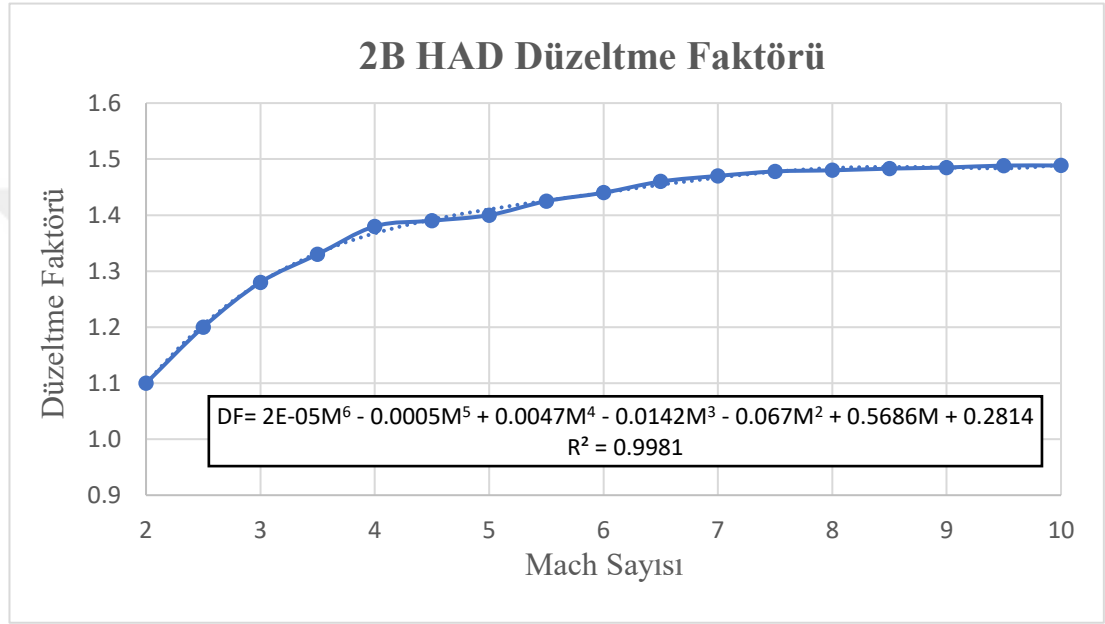
(b) HAD düzeltmesi uygulanmış şok şekli tahmini

Şekil 4.10: Dairesel küt burunlu kama geometrisi üzerinde düzeltme faktörü etkisi.

Şekil 4.9 ve 4.10 incelendiğinde düzeltme faktörü uygulanmış şok şekli tahmin sonuçlarının Mach konturu geçiş bölgeleri üzerinde bulunduğu tespit edilmekte ve bu doğrultuda HAD sonuçları ile tahmin algoritması sonuçlarının uyumlu olduğu yorumu yapılabilmektedir.

Mach sayısına bağlı düzeltme faktörleri Şekil 4.11 ile grafiksel olarak sunulmaktadır.

Grafik üzerinde aynı zamanda ara Mach değerlerinde düzeltme faktörlerinin belirlenebilmesi amacıyla, beşinci derece bir polinom denklem ile Mach sayısına bağlı düzeltme faktörü ifade edilmektedir. Düzeltme faktörü sadece Mach sayısına bağlı bir parametredir. Geometri ve diğer serbest akış koşullarından etkilenmemektedir. Bu sayede herhangi bir ek HAD analizi oluşturulmasına gerek olmadan tez kapsamında sunulan düzeltme faktörü değerleri farklı problemler için şok şekli tahmin algoritması içerisinde kullanılabilir.



Şekil 4.11: Mach sayısına bağlı 2B HAD düzeltme faktörü grafiği.

4.1.5 Hücüm açısı etkilerinin incelenmesi

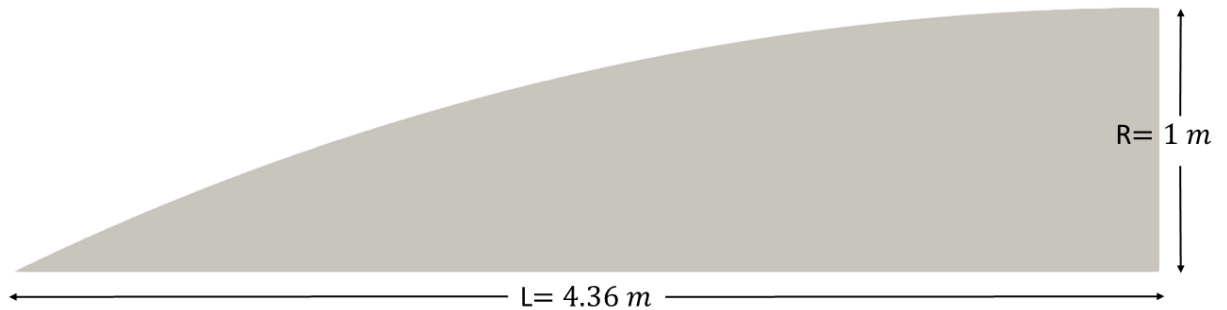
Dış akış analizlerinde genel olarak hücüm açısı etkisi, gelen serbest akış üzerinden ifade edilmektedir. Ancak şok şekli tahmin algoritması içerisinde bu etkinin dış akış ile tam olarak ifade edilemediği tespit edilmiştir. Bu doğrultuda hücüm açısı etkisinin gözlemlenebilmesi amacıyla geometri hücüm açısı değeri kadar orijin etrafında döndürülmektedir. Ardından döndürülmüş geometri üzerinde geometrik bağıntılar ile durma noktası hesaplanmaktadır. Durma noktasının etrafında Billig hiperbol eğrisi düzenlenerek oluşturulmakta ve şok tahmini hesaplamaları yapılmaktadır. Hesaplamalar sonucunda elde edilen şok şekli hücüm açısı değeri kadar başlangıçta döndürüldüğü yönün tersine döndürülmekte ve 2B şok şekli elde edilmektedir.

4.1.6 Algoritma geçerleme çalışmaları

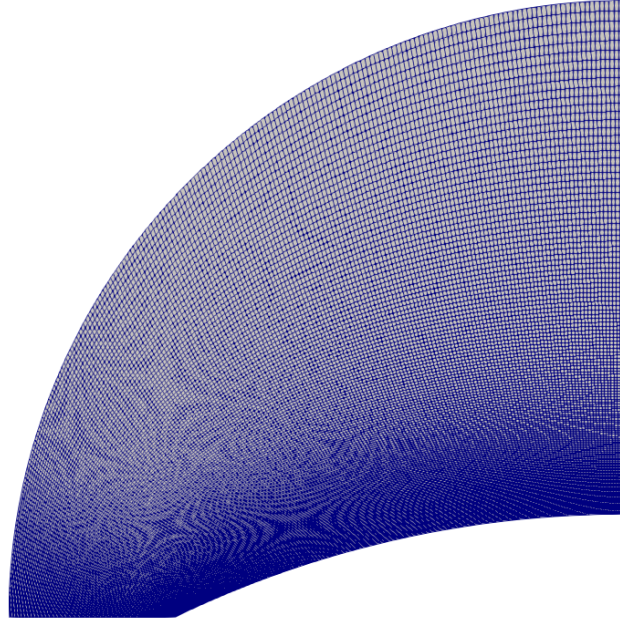
Algoritma geçerleme çalışmaları kapsamında 2B şok şekli tahmini algoritma sonuçları, HAD sonuçları ile karşılaştırılarak yorumlanmaktadır.

Çalışmalarda ncelikle 2B ogive geometrisi üzerinde bitişik şok tahmini algoritması incelenmektedir. Bu kapsamda şekil 4.12 ile sunulan geometri ve şekil 4.13 ile gösterilen zm ağı oluşturulmuştur. Bitişik şok algoritması Mach sayısına bağlı bir değişim göstermediğinden Mach sayısına bağlı bir çalışma yapılmamıştır. İlgili geometri üzerinde Mach sayısı beş serbest akış koşulunda 0, 5 ve 10 derece hücum açısı etkileri incelenmiştir. zm alanları üzerinde HAD hesaplamaları yapıldıktan sonra yoğunluk gradyanı yüksek olan bölge yani şok bölgesi hesabı Paraview programı kullanımı ile yapılmakta ve HAD sonucu şok şekli elde edilmektedir. Ardından elde edilen şok şekli algoritma sonuçları ile karşılaştırılarak, yorumlanmaktadır. 2B tanjant ogive geometrisi için şekil 4.14, 4.15 ve 4.16 boyunca yoğunluk gradyanları üzerinde siyah renk ile şok tahmin algoritması sonucu elde edilen noktalar sunulmaktadır.

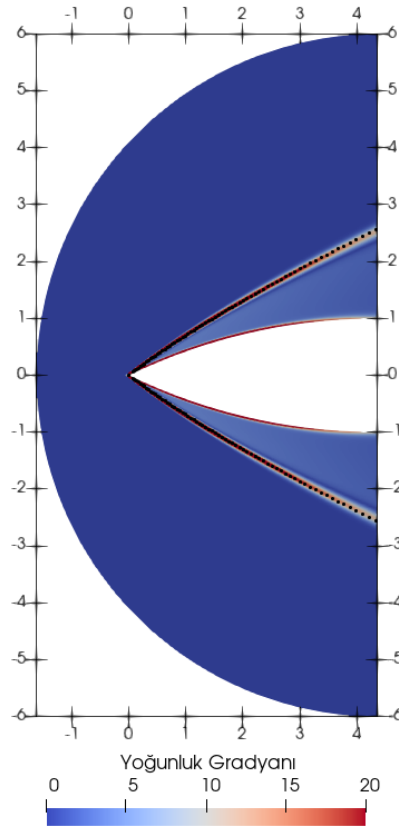
Görseller incelendiğinde şok noktalarının yoğunluk gradyan değeri yüksek olan bölgeler üzerinde yer aldığı gözlemlenmektedir. Bu kapsamda 2B şok tahmin algoritmasının bitişik şok hesaplamalarında HAD ile benzer hassasiyette şok şeklini tahmin edebildiği çıkarımı yapılabilmektedir.



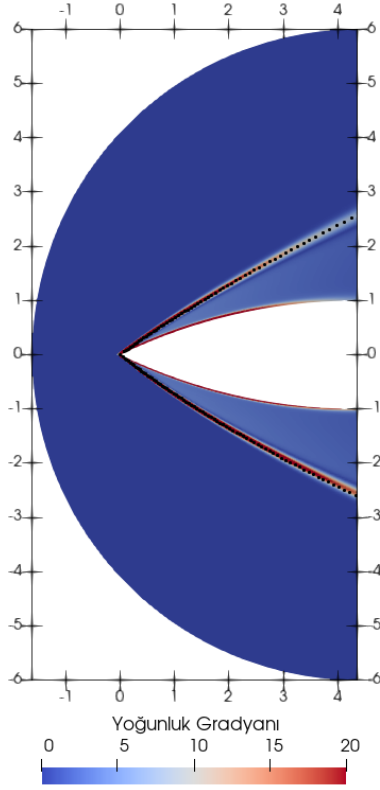
şekil 4.12: 2B geçerleme çalışmaları tanjant ogive geometrisi.



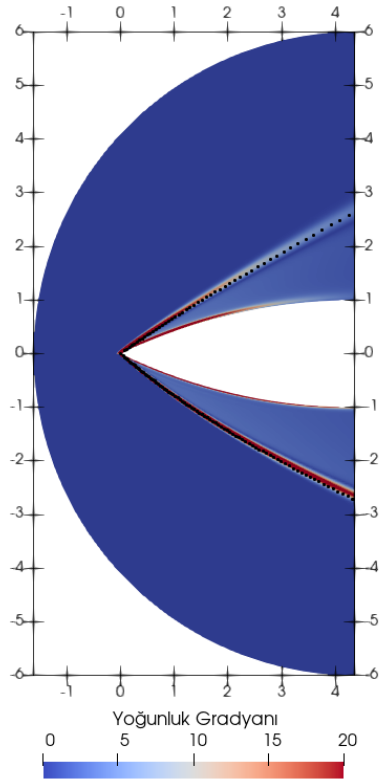
Şekil 4.13: 2B geçirme çalışmaları tanjant ogive çözüm ağı.



Şekil 4.14: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.

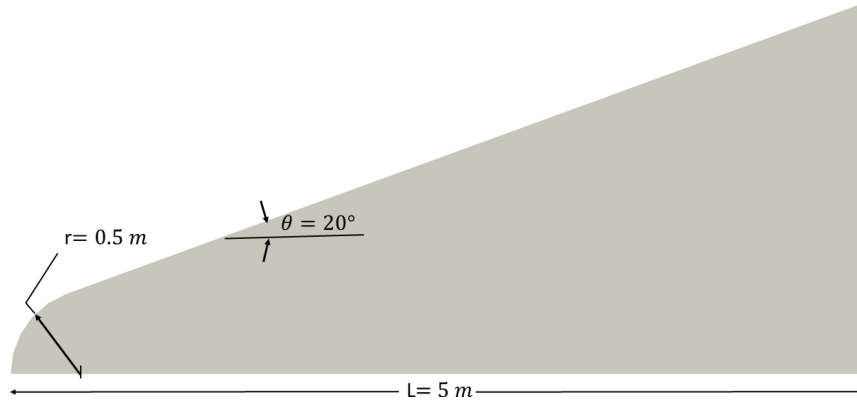


Şekil 4.15: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.

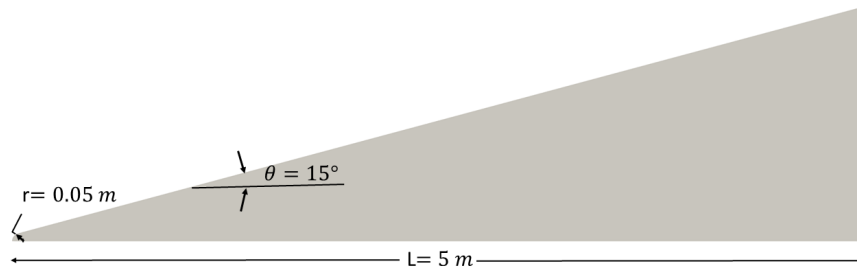


Şekil 4.16: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.

Ayrık şok geçerleme çalışmalarında ise Mach sayısına bağlı HAD düzeltme faktörü kullanıldığından, Mach sayısına bağlı etkilerinde incelenmesi gerekmektedir. Aynı zamanda ayrık şok şekli uygulamaları bitişik şok tahmin yöntemini de içerdiğinden daha detaylı olarak ele alınmaktadır. Bu kapsamda serbest akış koşullarına, geometriye ve hücum açısına bağlı etkilerin incelenmesi amaçlanmaktadır. Serbest akış Mach sayısı 3, 5 ve 8 olmak üzere iki farklı geometri üzerinde 0, 5 ve 10 derece hücum açısı etkisi altında inceleme çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Geçerleme çalışmaları kapsamında küresel küt burunlu iki farklı geometri oluşturulmuştur. Geometrilere biri ince (ing. slender) diğeri kalın olarak ifade edilmiştir. Bu sayede şok şekli tahmini algoritmasının geometriden bağımsızlığının gösterilmesiyle beraber küçük ve büyük burun yarıçapları ile şok fenomeninin gövdeye yakın ve uzak olma durumlarında algoritma incelenerek, test edilmektedir. Kullanılan geometriler sırasıyla Şekil 4.17 ve 4.18 ile sunulmaktadır.

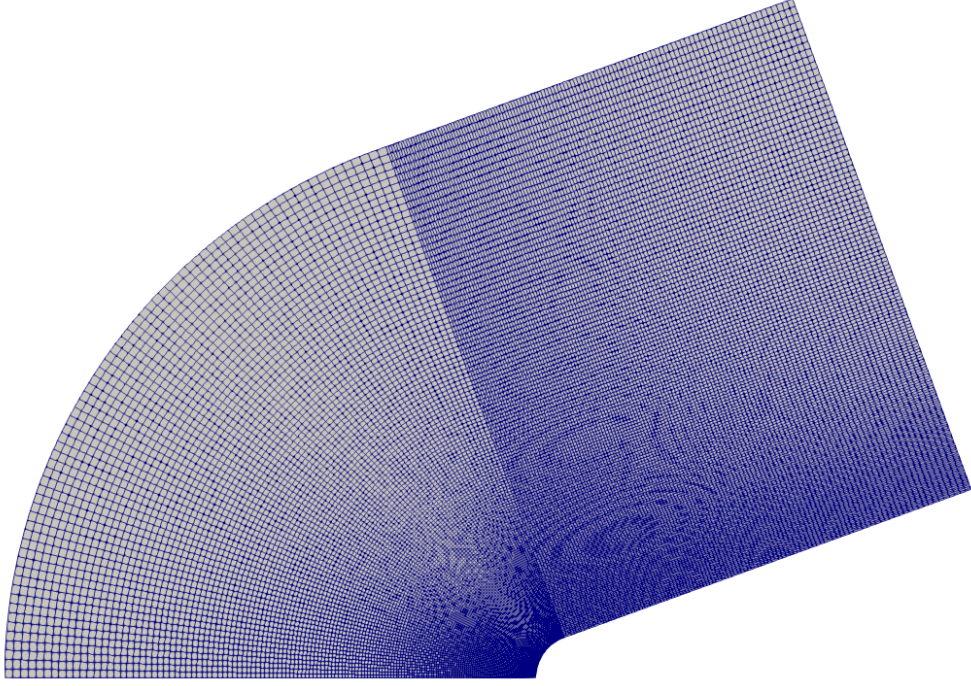


Şekil 4.17: 2B geçerleme çalışmaları 1 numaralı kalın geometri

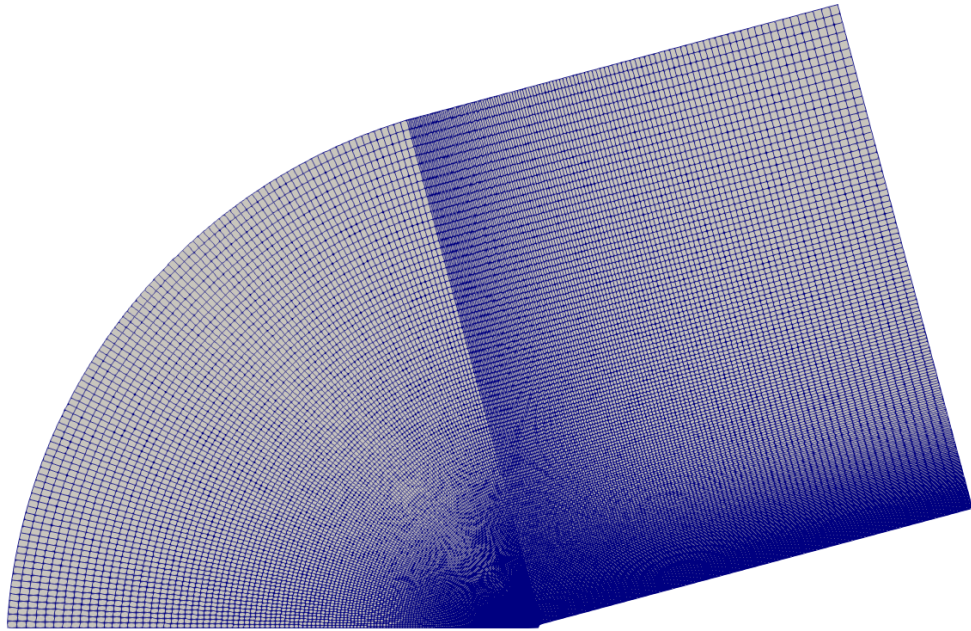


Şekil 4.18: 2B geçerleme çalışmaları 2 numaralı ince geometri

Düşük Mach sayısı ve yüksek hücum açısı değerine sahip serbest akış koşulunda ($M=3$, Hücum Açısı= 10°) şokun en fazla açılacağı göz önünde bulundurularak, oluşturulan iki farklı geometri etrafında HAD çözüm alanları oluşturulmuştur. Oluşturulan çözüm alanı ve çözüm ağları sırasıyla Şekil 4.19 ve 4.20 ile sunulmaktadır.

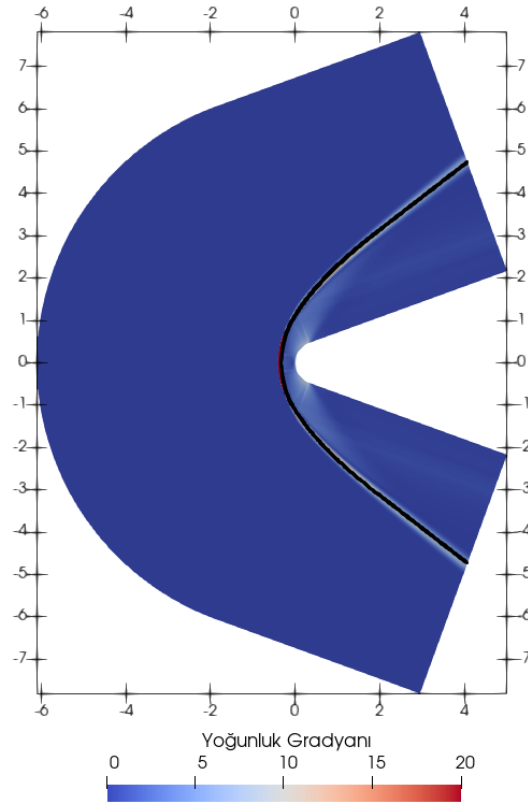


Şekil 4.19: 2B geçerleme çalışmaları 1 numaralı geometri için HAD çözüm alanı.

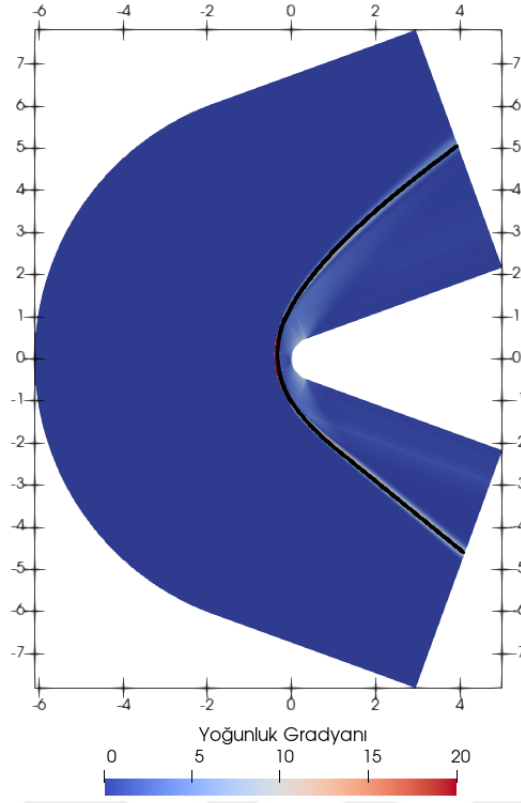


Şekil 4.20: 2B geçerleme çalışmaları 2 numaralı geometri için HAD çözüm alanı.

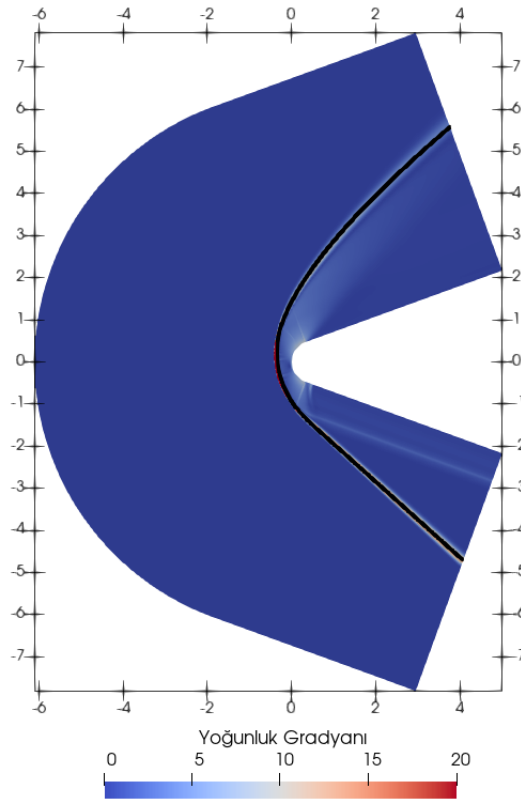
Şekil 4.21 - 4.38 boyunca farklı akış koşulları ve iki farklı geometri için yoğunluk gradyan konturları üzerinde siyah noktalar ile 2B şok şekli tahmin algoritması sonucu elde edilen şok şekilleri sunulmaktadır. Görseller incelendiğinde algoritma sonucu elde edilen şok noktalarının bir çok durumda yoğunluk gradyanları üzerinde oldukları tespit edilmiştir. Ancak özellikle 10 derece hücum açısı barındıran bazı durumlarda HAD ve 2B şok şekli tahmin algoritması sonuçları arasında ufak farklılıklar gözlemlenmektedir. Bu doğrultuda tahmin algoritması ile HAD sonuçları arasında hata tanımı, algoritma ile elde edilen şok noktalarının analiz sonucunda elde edilen yoğunluk gradyanı yüksek olan şok bölgesinden ne kadar uzaklıkta olduğu şeklinde tanımlanmaktadır. Yüzde olarak hata tanımı, algoritma ile elde edilen şok noktası ve bu noktaya karşılık gelen gradyan şok bölgesinin gövdeden uzaklıkları arasındaki fark olarak ifade edilmektedir. İlgili görseller belirtildiği şekilde yüzde fark olarak incelendiğinde ise yüzde farkların %1.0 değerinden düşük olduğu tespiti yapılmıştır.



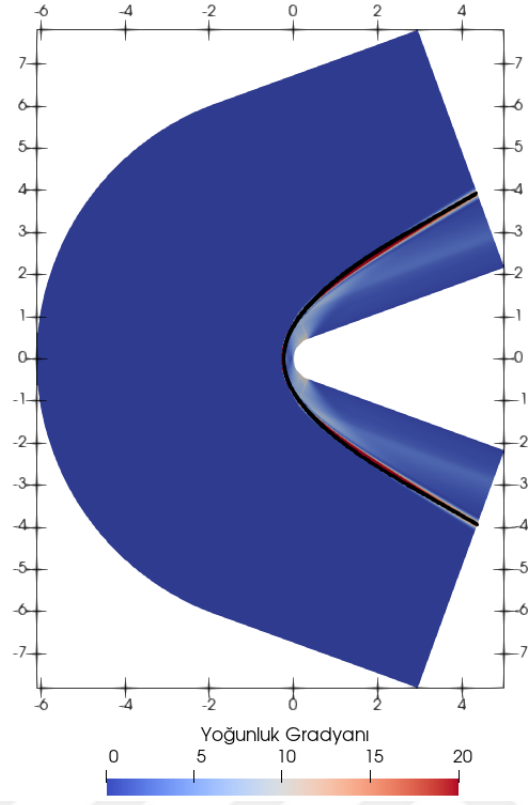
Şekil 4.21: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



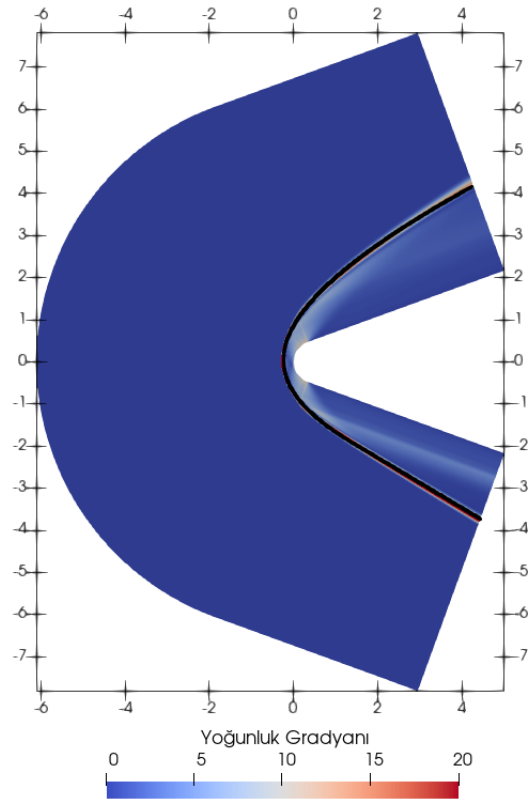
Şekil 4.22: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



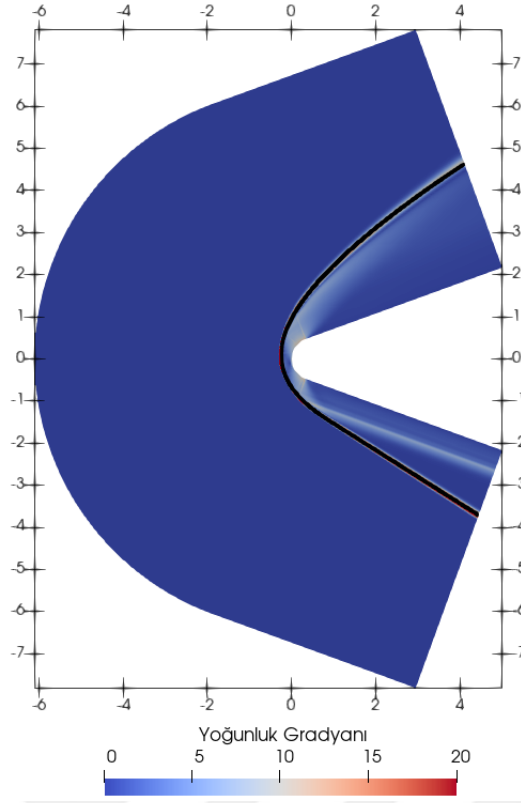
Şekil 4.23: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



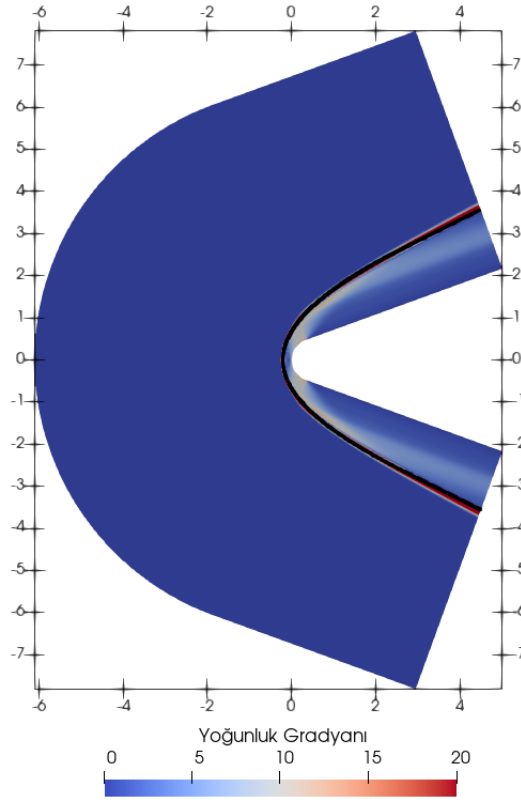
Şekil 4.24: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



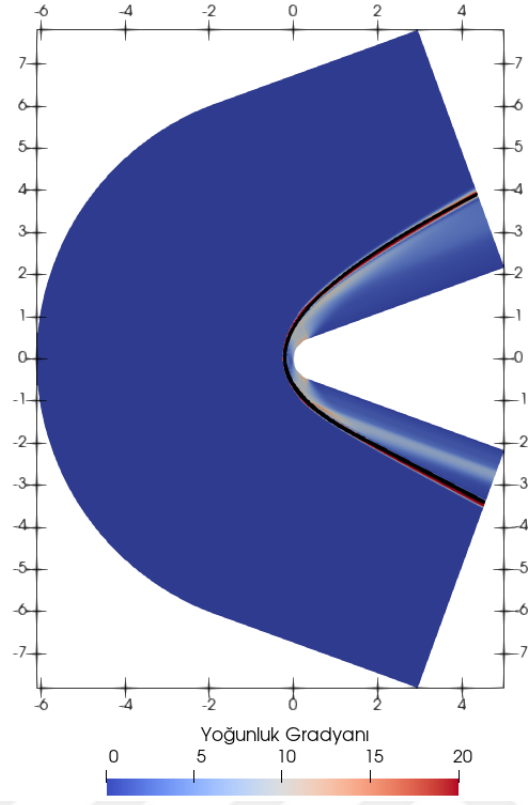
Şekil 4.25: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



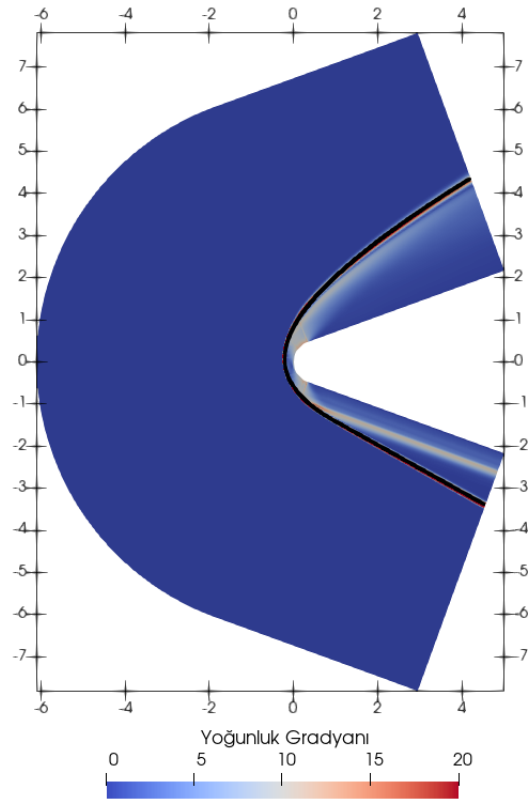
Şekil 4.26: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



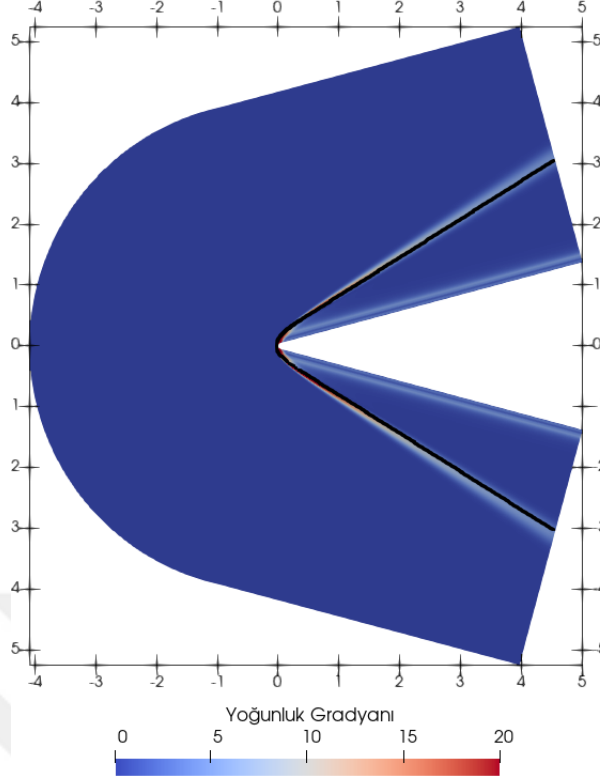
Şekil 4.27: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



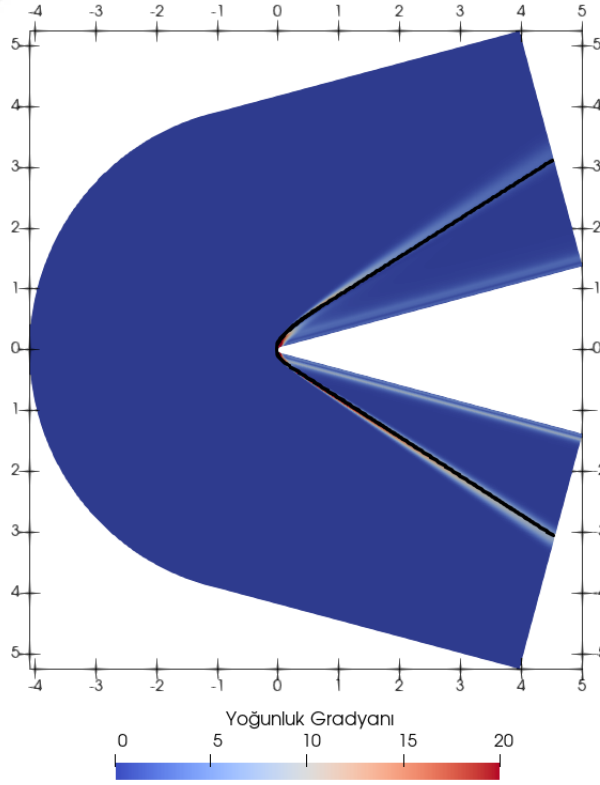
Şekil 4.28: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



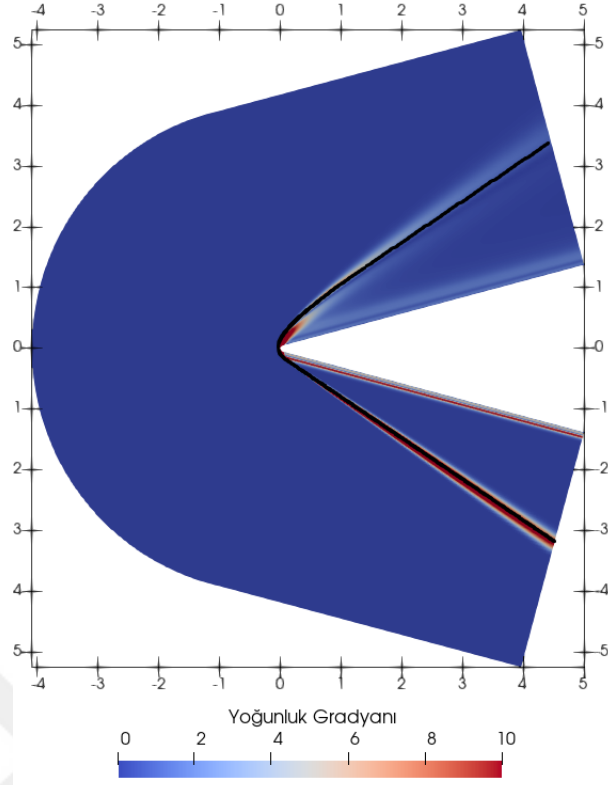
Şekil 4.29: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



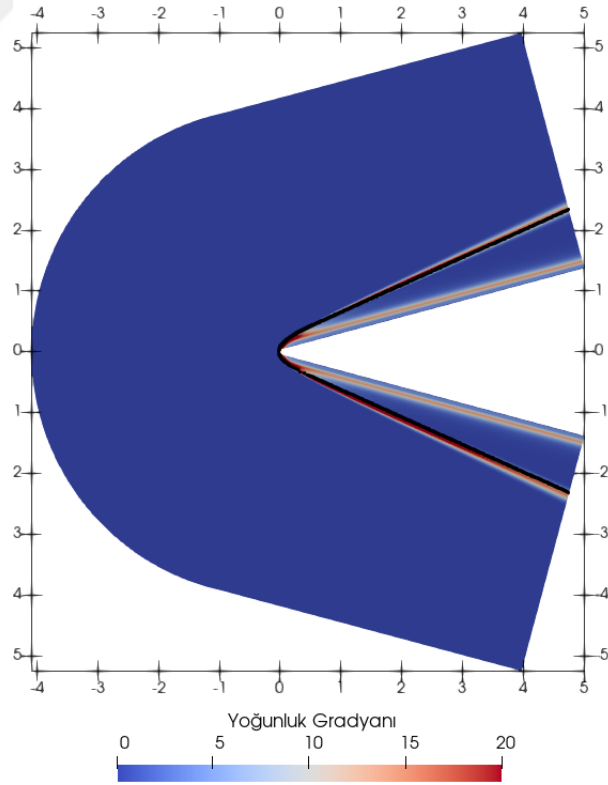
Şekil 4.30: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



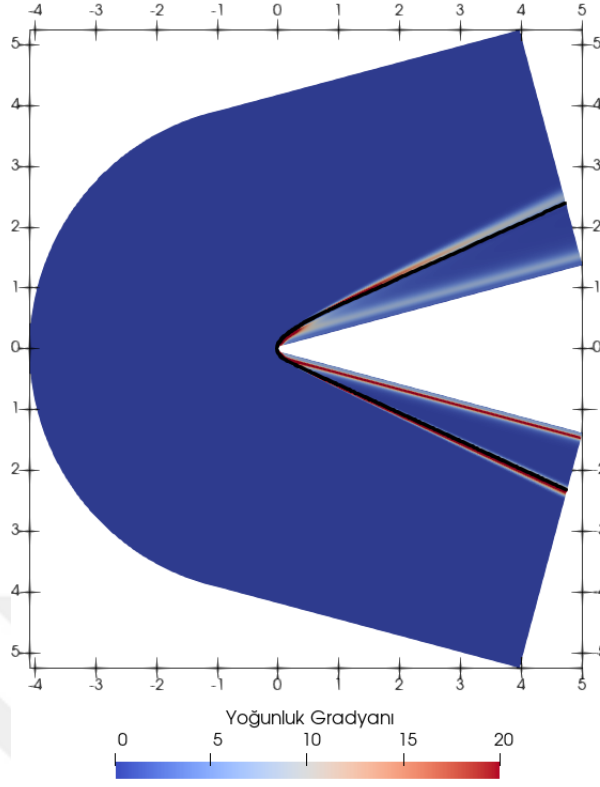
Şekil 4.31: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



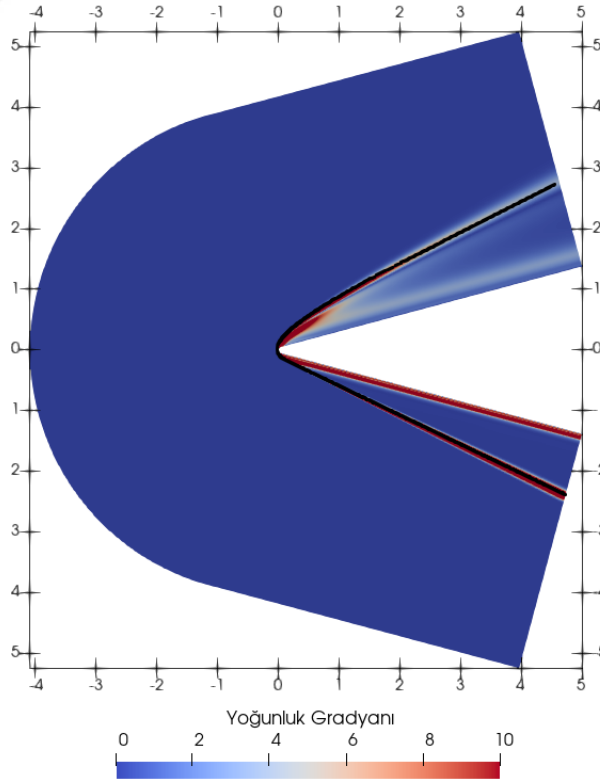
Şekil 4.32: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



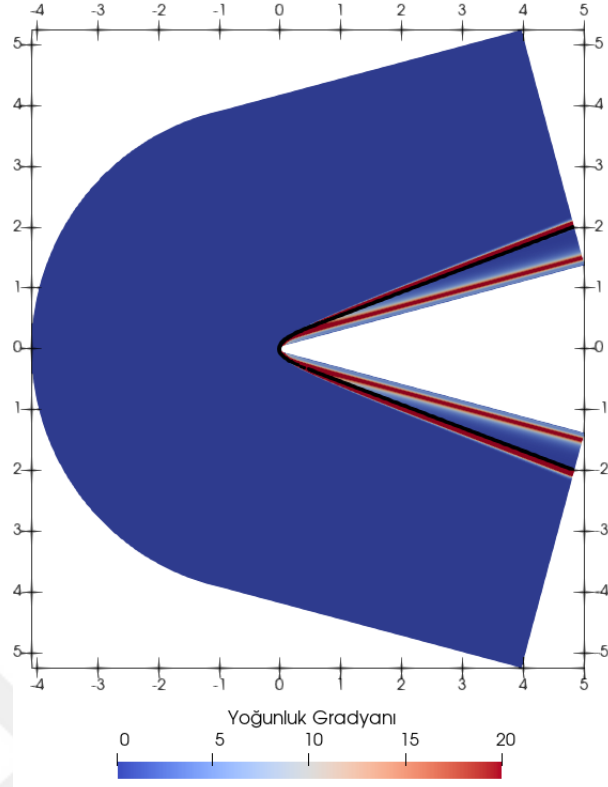
Şekil 4.33: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.



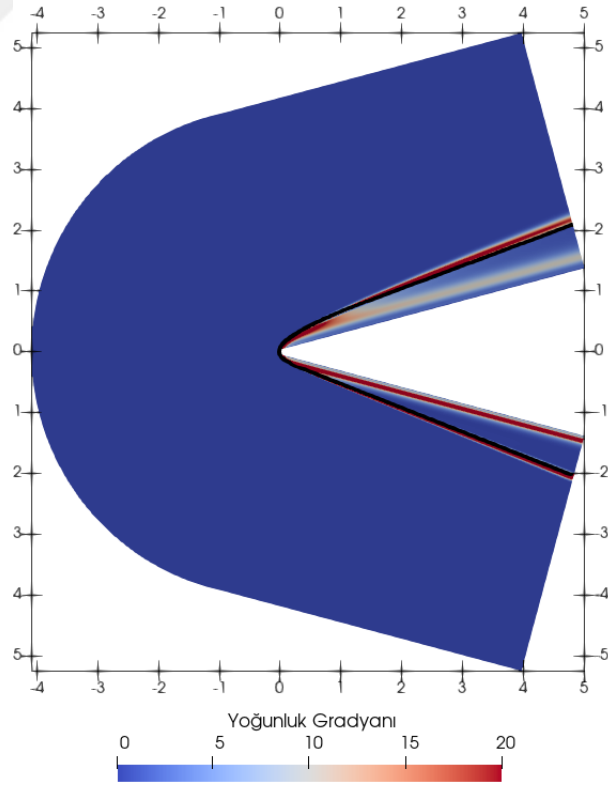
Şekil 4.34: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



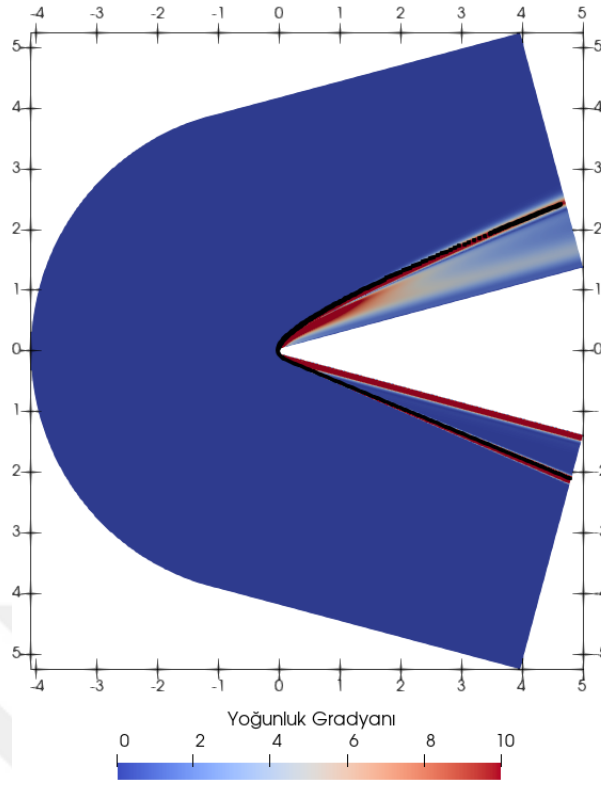
Şekil 4.35: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



Şekil 4.36: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



Şekil 4.37: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



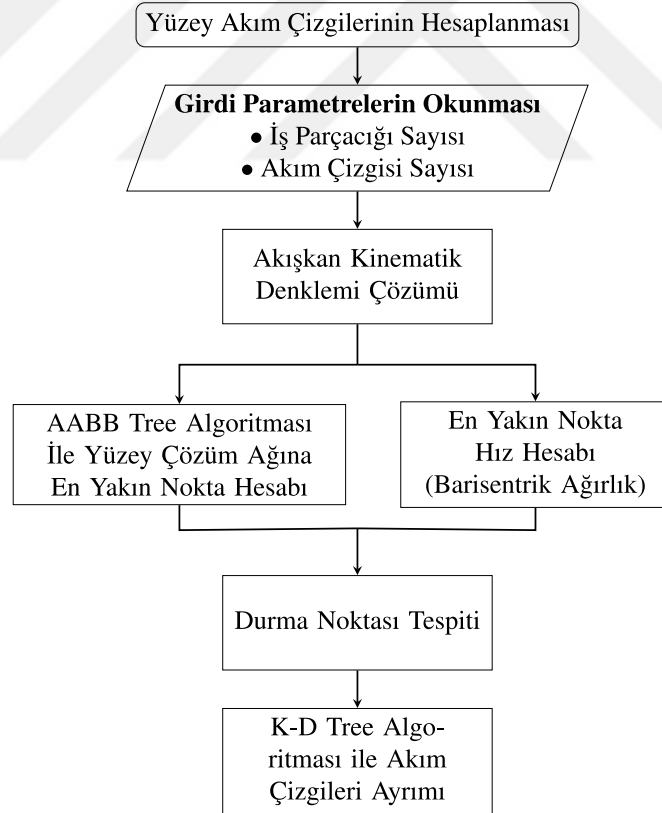
Şekil 4.38: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyanı konturu üzerinde 2B şok şekli.

2B geçirme çalışmalarında son olarak dairesel küt burunlu bikonik bir geometri üzerinde 2B şok şekli tahmin algoritması test edilmektedir. Bu kapsamda Şekil 4.40 ve 4.41 ile sırasıyla Mach ve yoğunluk gradyan konturu üzerinde karşılaştırmalar yapılmıştır. İkinci konik açı etkisinin gözlenebilmesi için kullanılan çözüm alanı genişletilmiştir. Görseller incelendiğinde 2B şok tahmini algoritması sonuçlarının analiz sonuçları ile uyumlu olduğu tespit edilmiştir.

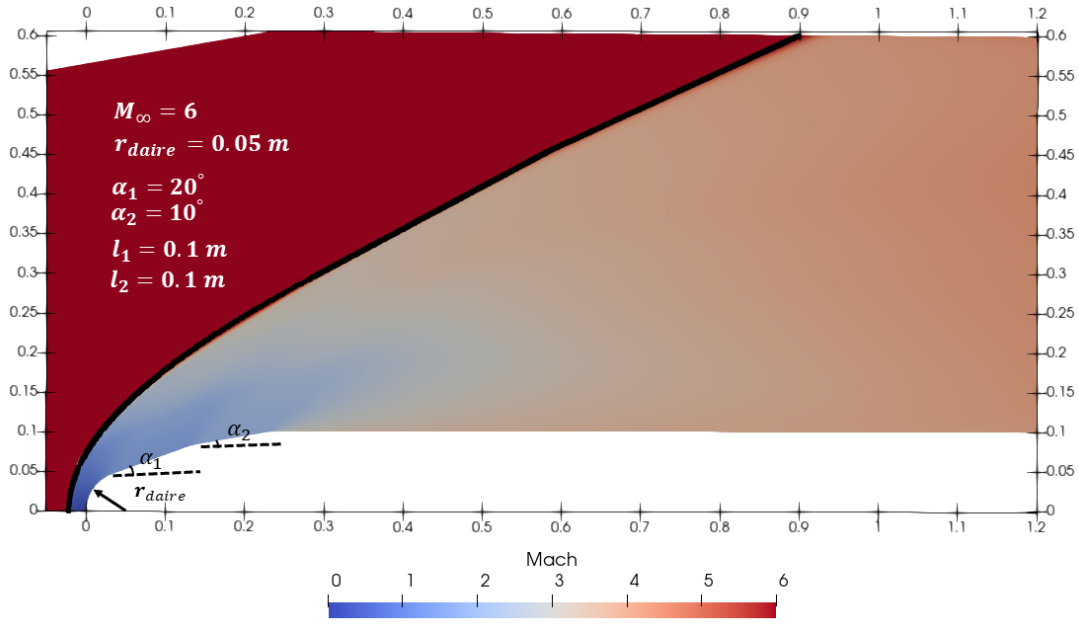
4.2 Üç Boyutlu Şok Tahmini Yöntemi

3B şok şekli tahmin algoritması C++ programlama dili kullanılarak geliştirilmiştir. Algoritma temel olarak, iki boyutlu şok şekli tahmini yöntemi baz alınarak geliştirilmiştir. Algoritmada 2B şok şekli hesabının aksine geometri doğrudan ayrıklaştırılarak ifade edilememektedir. Bu kapsamda geometriler üçgenel yüzey çözüm ağları ile ifade edilmektedir. Çözüm ağları ile yüzey olarak ifade edilen geometriler için yüzey akım çizgileri oluşturulmakta ve akım çizgileri üzerinde şok

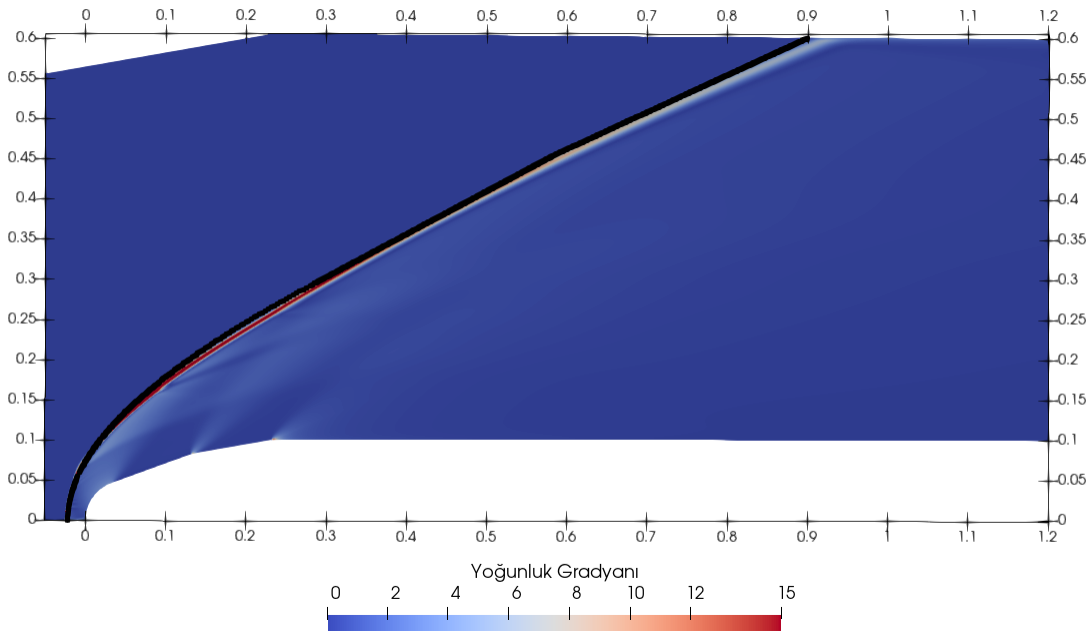
şekli hesaplamaları gerçekleştirilmektedir. Bölüm boyunca öncelikle 3B şok şekli hesabında kullanılan geometrinin nasıl ifade edileceği, ardından yüzey akım çizgileri oluşturulması ve şok şekli hesabı yöntemi detaylı olarak ele alınacaktır. Algoritma boyunca geometrik hesaplamalarda kolaylık sağlaması nedeniyle C++ programlama dili tabanlı, açık kaynaklı Computational Geometry Algorithms Library (CGAL) kodu kullanılmaktadır. CGAL kodu ile ilgili detay bilgi ve bazı özellikler EKLER bölümünde aktarılmaktadır. Son olarak 3B algoritma çalışma hızını arttırmak amacıyla OpenMp uygulama geliştirme ara yüzü kullanımı ile geliştirilen kod paralel çalışabilecek şekilde düzenlenmiştir. Bölüm sonunda farklı geometri ve akış koşulları için analiz sonuçları ve deneysel veriler, algoritma ile elde edilen şok şekilleri ile karşılaştırılarak, yorumlanacaktır. Tahmin yöntemi adımlarının daha net bir şekilde incelenebilmesi amacıyla 3B şok şekli tahmin algoritması akış diyagramı şeklinde Şekil 4.42 ve 4.39 ile sunulmaktadır.



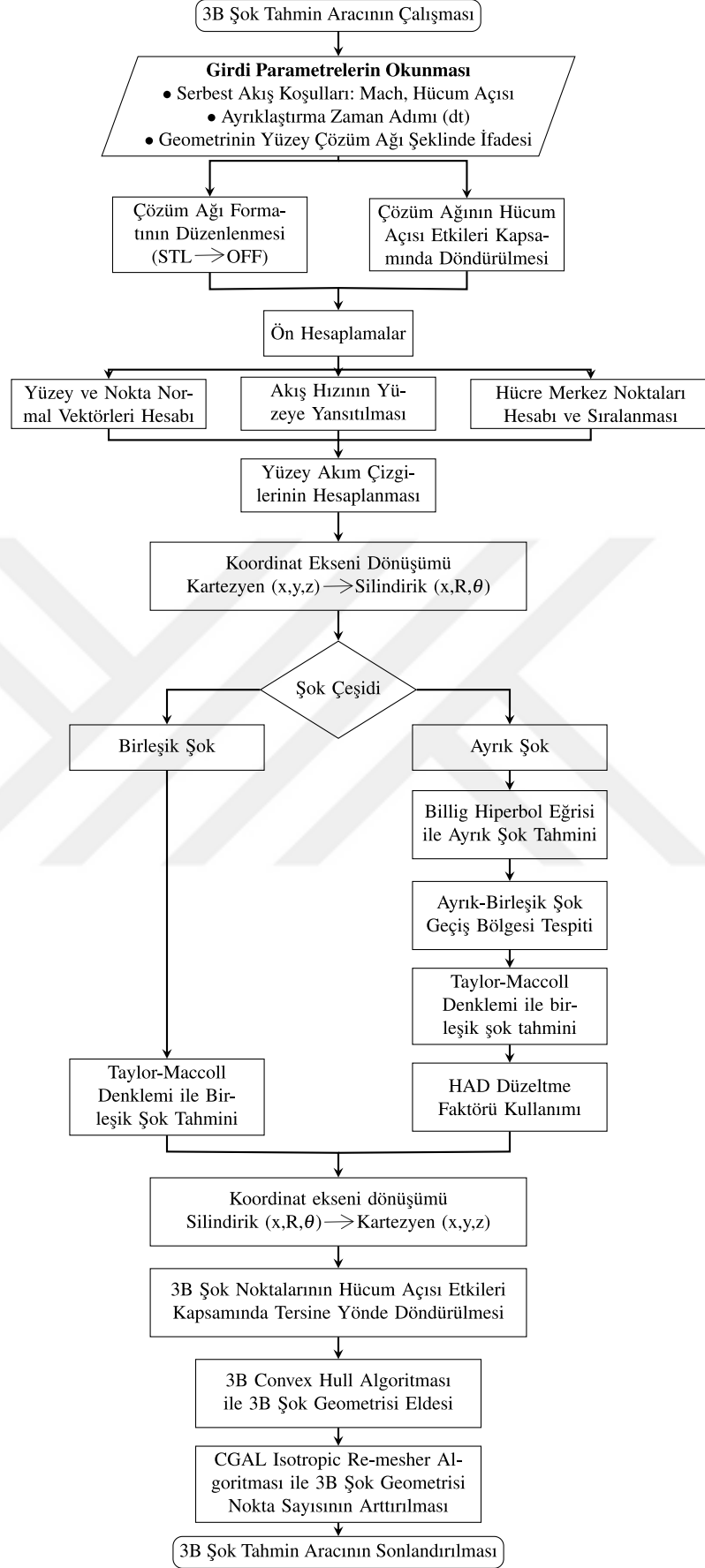
Şekil 4.39: 3B Şok Şekli Tahmin Algoritması Yüzey Akım Çizgileri Akış Diyagramı.



Şekil 4.40: 2B bikonik geometri : $M=6$ serbest akış koşulu Mach konturu üzerinde 2B şok şekli.



Şekil 4.41: 2B bikonik geometri : $M=6$ serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu üzerinde 2B şok şekli.



Şekil 4.42: 3B Şok Şekli Tahmin Algoritması Akış Diyagramı.

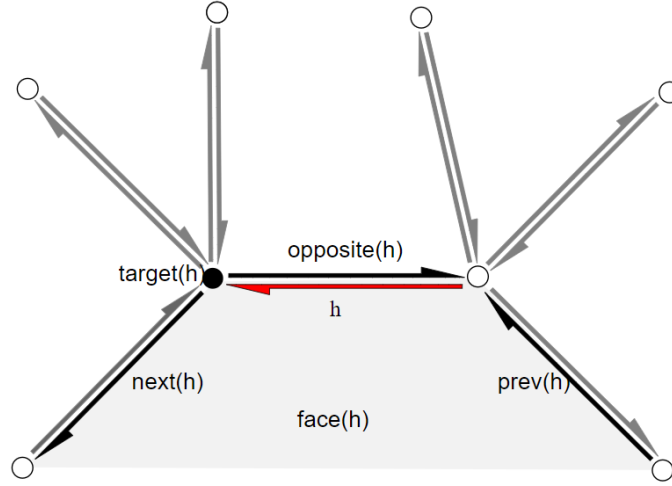
4.2.1 3B geometrinin oluşturulması

Şok tahmin hesaplamalarının yapılabilmesi için 3B geometrinin üçgen elemanlardan oluşan yüzey çözüm ağı ile ifade edilmesi gerekmektedir. Tez kapsamında gerçekleştirilen uygulamalarda geometri SALOME V9.8.0 açık kaynaklı çizim platformu kullanılarak oluşturulmaktadır. Oluşturulan geometri üzerinde HAD uygulamaları için sıklıkla kullanılan çözüm ağı üretme yazılımı Pointwise V18.0 kullanımı ile üçgensel hücrelere sahip yüzey çözüm ağı üretilmektedir. Üretilen yüzey çözüm ağları Pointwise yazılımı üzerinden STL formatında çıktı olarak alınmaktadır. Bu noktada STL formatında ifade edilen yüzey çözüm ağının C++ programlama diline aktarılması ve çözüm ağı üzerinde rahat bir şekilde hesaplama yapılabilmesi amacıyla CGAL kütüphanesi "Surface_mesh" sınıfı kullanılmaktadır. Sınıfın kullanılabilmesi için ise yüzey çözüm ağının STL (STereoLithography) dosya formatından OFF (Object File Format) formatına çevrilmesi gerekmektedir. Bu kapsamda Python programlama dili paketlerinden biri olan "meshio" kullanımı ile şok tahmin kodu üzerinden format çevrimi işlemi gerçekleştirilmektedir. Meshio paketi STL, OFF, VTK, VTU, Abaqus, ANSYS msh, Medit ve MED/Salome gibi birçok farklı format üzerinde yapısal olmayan çözüm ağları için okuma, yazma ve formatlar arası dönüşüm gibi bir çok farklı işlemi gerçekleştirebilmektedir. Özet olarak, Pointwise programı üzerinden STL çıktısı olarak alınan yüzey çözüm ağı, meshio paketi kullanımı ile OFF formatı çevrilmekte ve "Surface_mesh" sınıfı kullanımı ile birlikte çözüm ağı hesaplamalar yapılabilir hale getirilerek, kod içerisine aktarılabilir. Aşağıda sunulan bölümde ise kullanılan "Surface_mesh" sınıfı özellikleri ve kabiliyetleri aktarılmaktadır.

4.2.1.1 CGAL kütüphanesi Surface_mesh sınıfı

Surface_mesh sınıfı, yarım-kenarlı (ing. halfedge) bir veri yapısının çok yüzlü yüzeyleri temsil etmek için kullanılabilen bir uygulamasıdır. Yarım-kenarlı veri yapısında her kenar iki zıt yönlü yarım kenar ile ifade edilmektedir. Her yarım kenar, kendisi ile ilgili bir nokta ve yüzeyi referans olarak depolar. Aynı zamanda yarım kenarlar ilgili oldukları yüz üzerinde bulunan diğer yarım kenar bilgilerini de referans

olarak tutar. Bu kapsamda her bir nokta ve yüzey için bir yarım kenar depolanır. Şekil 4.43'de sunulduğu üzere bir yüze denk gelen yarım kenarlar saat yönü veya tersine bir döngü oluştururlar. Bu sayede herhangi bir yüzey üzerinde işlem yapılacağı zaman tüm nokta ve kenar bilgilerine döngü algoritması kullanılarak ulaşılabilmektedir [43].

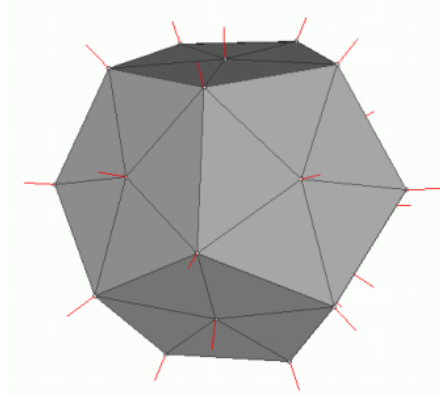


Şekil 4.43: Dışarıdan görülen bir yüzey ağındaki yarım kenarların ve köşelerin bağlantısı [Url-2].

4.2.2 Yüzey akım çizgileri hesaplanması

3B şok tahmini hesaplamaları yüzey akım çizgileri üzerinde yapılmaktadır. Bu kapsamda ilgili bölüm boyunca yüzey akım çizgileri hesabı yöntemi ve uygulamaları aktarılacaktır.

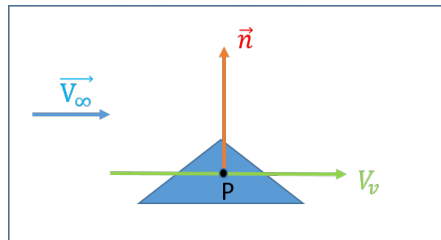
Yüzey akım çizgileri hesabı için öncelikle çözüm ağı üzerindeki her bir nokta için normal vektör (n) hesabı yapılmaktadır. Normal vektör hesabı için CGAL içerisinde bulunan "Polygon Mesh Processing" paketi ve "CGAL::Polygon_mesh_processing::compute_vertex_normals" fonksiyonu kullanılmaktadır [Url-3]. İlgili fonksiyon çözüm ağı noktalarının temas etikleri yüzey normallerinin yüzey alanına bağlı ağırlıklı ortalamalarını alarak, nokta normali hesaplamalarını yapmaktadır. Hesaplanan nokta normal vektörleri, CGAL kodu özellik haritaları (ing. property maps) kullanımı sayesinde kolayca saklanmakta ve yüzey ağıyla ilişkilendirilebilmektedir. Şekil 4.44 ile on iki yüzlü bir çözüm ağı üzerinde nokta normal vektörleri kırmızı çizgiler ile gösterilmektedir.



Şekil 4.44: On iki yüzlü çözüm ağı üzerinde yüzey normalleri [Url-3].

Noktalar için normal vektörler hesaplandıktan sonra serbest akış hız vektörü her bir nokta üzerine yansıtılmaktadır. Yansıtma işlemi temelde yönü belirli olan serbest akış hızının (V_∞), nokta normal vektörlerine dik olan bileşeninin belirlenmesine dayanmaktadır. Yansıtma işleminde kullanılan eşitlik Denklem 4.3 ile sunulmaktadır. Geometrik olarak işlemin daha net anlaşılabilmesi amacıyla işlem Şekil 4.45 ile ifade edilmiştir.

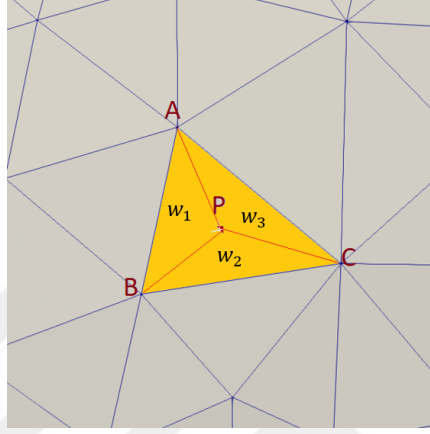
$$\vec{V}_v = \vec{V}_\infty - (\vec{n} \cdot \vec{V}_\infty)\vec{n} \quad (4.3)$$



Şekil 4.45: Yansıtma işlemi şematik gösterimi.

Yüzey çözüm ağı noktaları üzerinde hız vektörleri hesaplandıktan sonra yüzey akım çizgileri integrasyonu hesaplamalarına başlanmaktadır. Bu doğrultuda öncelikle yüzey çözüm ağı merkez noktaları hesaplanmaktadır. Ardından hesaplanan hücre merkezi noktaları, en uzun yüzey akım çizgisinin elde edilebilmesi için geometri arka noktasından başlanarak, sıralanmaktadır. En arkada yer alan geometri merkez noktası üzerinde hız hesabı yapılmaktadır. Hız hesabı ilgili noktanın bulunduğu yüzey köşe noktaları hız değerleri ve barisentrik ağırlık yöntemi kullanılarak yapılmaktadır. Barisentrik ağırlık yöntemi, Şekil 4.46 ile görülebileceği üzere ilgili nokta üzerinde w_1, w_2 ve w_3 olarak belirtilen ağırlık katsayıları kullanımı ile merkez noktası ve diğer

İlgili noktalar arasında hız özelliği bağlantısı kurmak için kullanılmaktadır. Ağırlık katsayıları, temel olarak merkez noktası ve merkez noktasının bulunduğu hücre köşe noktaları arasında hesaplanan alanlar ile toplam alan arasındaki bağlantıya dayanmakta ve köşe noktaların merkez noktaya orantısal olarak uzaklıklarını belirtmektedir. Bu kapsamda barisentrik ağırlık yöntemi ile yüzey çözüm ağı üzerinde bir noktada hız değeri hesabı Denklem 4.4 ile sunulmaktadır. Denklemde V_p hesaplanmak istenen nokta hız değerini ve A sembolü alanı ifade etmektedir.



Şekil 4.46: Barisentrik ağırlık yöntemi.

$$w_1 = \frac{A(APB)}{\text{Toplam Alan}} \quad w_2 = \frac{A(BPC)}{\text{Toplam Alan}} \quad w_3 = \frac{A(APC)}{\text{Toplam Alan}} \quad (4.4)$$

$$V_p = w_1 V_C + w_2 V_A + w_3 V_B$$

Serbest akış yönüne göre geometri en arka noktasında hız hesabı yapıldıktan sonra hız değeri ve konum bileşenleri kullanılarak, x-y-z koordinat eksenlerine bağlı akışkan kinematik denklemleri (Denklem 4.5) çözümlenmektedir. Akışkan kinematik denklemleri zamana bağlı, birinci mertebeden adi diferansiyel denklemlerdir. Bu kapsamda denklemler açık (ing. explicit) dördüncü derece Runge Kutta yöntemi ile sayısal olarak çözümlenmektedir. Zamana bağlı olan kinematik denklemlerin doğru zaman adımı (dt) ile çözümü oldukça kritiktir. Bu doğrultuda denklemler açık bir yöntem kullanılarak sayısal olarak çözümlendiği için CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) sayısının bir veya bir değerinden küçük olması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. CFL sayısının $CFL = u \frac{dt}{dx}$ olduğu düşünüldüğünde serbest akış hızı (u) ve çözüm ağı boyutuna (dx) bağlı olarak değişmekte olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda CFL hesabında kullanılan serbest akış hızı, Mach sayısına bağlı olarak

hesaplanabilmektedir. Çözüm ağı boyutu ise şok tahmini hesabı koduna girdi olarak üretilen çözüm ağı minimum boyutu (hücre boyutları arasında CFL sayısını maksimum hale getirebilecek hücre boyutu) olarak ele alınabilir. Böylece zaman adımı, $dt = CFL \frac{dx}{u}$ olarak hesaplanılarak, kullanılmaktadır. Kodun çalıştırılması sırasında hesaplama maliyetlerinin çok artmaması amacıyla CFL değerinin bir değerine yakın olarak alınması tavsiye edilmektedir. Zaman adımı belirlendikten sonra kinematik denklemler ilk iterasyonu hız bileşenlerine bağlı olarak çözümlenmekte ve hesaplama sonucunda dt zaman adımında x, y, z koordinatları elde edilmektedir. Elde edilen koordinatlar üzerinde tekrardan barysentrik ağırlık yöntemi kullanılarak, hız bileşeni hesaplanmakta ve benzer şekilde kinematik denklemler üzerinden integrasyona devam edilerek, yeni yüzey akım noktaları hesaplanmaktadır. Ancak hesaplanan her yüzey akım noktasının yüzey üzerinde olmadığına dikkat edilmelidir. Böyle durumlar ile karşılaşılması için her hesaplanan akım noktası yüzey çözüm ağı üzerinde en yakın olduğu noktaya yansıtılarak, hesaplamalara devam edilmektedir. Akım noktalarının en yakın oldukları yüzey noktası ise CGAL kodu AABB Tree algoritması kullanılarak, hesaplanmaktadır [Url-4]. Belirtildiği şekilde yüzey akım noktaları hesabına durma noktası elde edilene kadar devam edilmektedir. Bu doğrultuda ardışık olarak hesaplanan iki yüzey akım noktası arasındaki mesafe, kullanıcı tarafından belirlenen bir eşik mesafe değerinden düşük olduğunda durma noktasına ulaşıldığı belirlenip, yüzey akım çizgisi elde edilmektedir. İlgili eşik mesafe değeri 3B şok şekli tahmin algoritması içerisinde $1e-12$ olarak önceden tanımlanmıştır. Doğru dt seçimi yapılmadığında yüzey akım çizgileri durma noktalarının tespit edilemediğine dikkat edilmelidir.

$$\frac{dx}{dt} = V_{px} \quad \frac{dy}{dt} = V_{py} \quad \frac{dz}{dt} = V_{pz} \quad (4.5)$$

İlk yüzey akım çizgisi belirlendikten sonra bir sonraki yüzey akım çizgisi başlangıç noktası belirlenerek hesaplamalara devam edilmektedir. İkinci yüzey akım çizgisi için başlangıç noktası, ilk başlangıç noktası çıkarıldığında geometrinin en arkasında kalan çözüm ağı merkez noktası olarak belirlenmektedir. Ancak akım çizgilerinin belirli aralıklarla oluşturulabilmesi için başlangıç noktası olarak seçilen merkez noktasının önceden oluşturulan akım çizgisine belirli bir mesafede olması gerekmektedir. Bu kapsamda CGAL K-Dimensional Tree algoritması kullanımı ile her akım noktası

merkezine çizilen küre geometrisi (kullanıcı tarafından tanımlanan yarıçap değerinde) içerisinde kalan noktalar, yüzey çözüm ağı merkez noktaları arasında çıkarılmakta ve böylece akım çizgilerinin belirli bir mesafe aralıklı olarak belirlenmesi amaçlanmaktadır [Url-5]. Oluşturulan yüzey akım noktalarına yakın olan noktalar çıkarıldıktan sonra, merkez noktaları arasından serbest akış yönüne en uzakta bulunan nokta seçilerek, yüzey akım çizgisi hesaplamalarına devam edilmektedir. Bu şekilde tüm geometri üzerinde belirli aralıklarla akım çizgileri elde edilmektedir. Akım çizgileri eldesi sırasında kullanılan AABB Tree ve K-Dimensional Tree, CGAL algoritmaları sırasıyla EK-1 ve EK-2 bölümleri içerisinde detaylı olarak incelenmektedir.

Yüzey akım çizgileri hesabı yöntemi özet şeklinde ilgili paragraf boyunca sunulmaktadır. Yüzey akım çizgileri hesabına, yüzey çözüm ağı noktaları normal vektörleri hesabı ve vektörlerin kullanımı ile serbest akış hızının noktalar üzerine yansıtılması işlemleri ile başlanmaktadır. Ardından çözüm ağı hücreleri merkez koordinatlarına göre sıralanmakta ve akım çizgilerinin uzun elde edilebilmesi amacıyla, serbest akış geliş yönüne göre en arkadaki nokta başlangıç noktası olarak seçilmektedir. Başlangıç noktası üzerinde barisentrik ağırlık yöntemi ile hız hesabı yapılmaktadır. Daha sonra hesaplanan hız değeri ve seçilen zaman adımı (dt) kullanılarak, akışkan kinematik denklemleri ilk adımı çözümlenmektedir. Çözümleme sonucu elde edilen nokta koordinatı, CGAL AABB Tree algoritması kullanımı ile yüzeye yansıtılmakta ve yeni yüzey akım noktası elde edilmektedir. Bu kapsamda yeni nokta üzerinde benzer şekilde hız değeri barisentrik ağırlık yöntemi ile hesaplanmakta ve akışkan kinematik denklemleri çözümüne devam edilmektedir. Bu şekilde hesaplamalara, ardışık iki yüzey akım noktası birbirlerine tanımlanan belirli bir mesafe kadar yakın olana yani durma noktası tespit edilene kadar devam edilmektedir. Durma noktası tespiti ile ilk yüzey akım çizgisi oluşturulmaktadır. Ardından yeni akım çizgisi başlangıç noktası, CGAL K-Dimensional Tree algoritması kullanımı ile ilk yüzey akım çizgisine belirli bir mesafede seçilmekte ve bu kapsamda tüm geometri yüzeyi boyunca akım çizgileri hesaplanmaktadır.

4.2.3 Üç boyutlu şok tahmini hesaplamaları

Geometri üzerinde yüzey akım çizgileri belirlendikten sonra, akım çizgileri üzerinde üç boyutlu şok şekli tahmini hesaplamaları yapılmaktadır. Daha önce üzerinde durulduğu üzere 3B şok şekli tahmini yöntemi temelinde, 2B şok şekli tahmin yönteminin yüzey akım çizgileri üzerinde uygulanması sonucu oluşturulmaktadır. Ancak yöntemler arasında bazı farklılıklarda bulunmaktadır. Bu kapsamda ilgili bölüm boyunca üç boyutlu şok şekli tahmini hesaplama yöntemi, iki ve üç boyutlu şok tahmin yöntemleri arasındaki temel benzerlikler referans verilip, farklılıklar vurgulanarak aktarılacaktır.

4.2.3.1 Koordinat eksen dönüşümü

2B ve 3B şok şekli tahmin yöntemleri arasında belirtilen farklılıklardan ilki üç boyutlu uzayda ifade edilen yüzey akım çizgilerinin, iki boyutlu hesaplamalarda olduğu gibi direkt şok hesabı algoritmasına katılamamasıdır. Bu kapsamda üç boyutlu koordinat sistemi üzerinde bulunan yüzey akım çizgileri silindirik koordinatlarda ifade edilerek, 2B hale getirilmektedir. Kartezyen koordinat sisteminde (x,y,z) koordinatları ile ifade edilen yüzey akım çizgileri noktaları silindirik sistemde (x, R, θ) ile ifade edilmektedir. Koordinatlar arası dönüşüm denklemleri R ve θ koordinatları için sırasıyla Eşitlik 4.6 ve 4.7 ile ifade edilmektedir.

$$R = \sqrt{y^2 + z^2} \quad (4.6)$$

$$\theta = \arctan \frac{z}{y} \quad (4.7)$$

Silindirik koordinatlarda ifade edilen akım çizgileri x ve R koordinatları kullanılarak 2B yüzeye yansıtılmakta ve şok şekli tahmini hesaplamaları belirlenen iki boyutlu düzlemde yapılmaktadır. Hesaplamalar yapıldıktan sonra elde edilen şok noktaları buldukları θ açısına sahip düzleme taşınmakta ve ardından kartezyen koordinat eksenine geri dönüştürülerek, şok şekli tahmini hesaplamaları tamamlanmaktadır.

4.2.3.2 Ayrık şok şekli tahmini

Hesaplamalar kapsamında iki boyutlu şok şekli hesaplamalarında bahsedilen dairesel küt burunlu geometriler için ayrık şok şekli denklemi yerine, yine Billig tarafından küresel geometriler için ifade edilen hiperbol denklemi kullanılmaktadır [9]. Bu kapsamda genel dairesel hiperbol denklemi (4.1) aynı kalmakla beraber, denklemde ifade edilen deneysel şok mesafesi ve hiperbol yarıçapı parametreleri farklı olarak ifade edilmektedir. Küresel geometriler için bu parametreler Eşitlik 4.8 ile sunulmaktadır. 2B hesaplamalara benzer şekilde hiperbol denklemi, silindirik koordinat sisteminde iki boyutlu olarak ifade edilen akım çizgileri üzerinde uygulanmakta ve kullanılmaktadır.

$$\begin{aligned} R_c/R &= 1.143 \exp[0.54/(M-1)^{1.2}] \\ \Delta/R &= 0.143 \exp(3.24/M^2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2.3.3 Bitişik şok şekli tahmini

3B geometri üzerinde bitişik şok şekli tahmin algoritması, 2B tahmin algoritmasına oldukça benzemektedir. Farklı olarak üç boyutlu geometri üzerinde hesaplama noktaları, 2B silindirik koordinat düzleminde (x ve R koordinatları ile) ifade edilen yüzey akım çizgileri olarak belirtilmektedir. 2B geometriler için eğik şok denklemleri ile belirlenen şok açısı, üç boyutlu geometrilerde Taylor-Maccoll denklemi çözümlenerek, hesaplanmaktadır. Belirtilen farklılıklar dışında 3B şok şekli tahmini yöntemi, Bölüm 4.1.2 ile sunulan 2B bitişik şok şekli tahmin yöntemi kullanılarak, yapılandırılmıştır.

Tez kapsamında şok açısı, Bölüm 1.1.3.1 ile sunulan metodoloji izlenerek, Taylor-Maccoll denkleminin (1.41) çözümlenmesi sonucu hesaplanmaktadır. Özetle yöntem; tahmini olarak belirlenen bir şok açısı değerinde, eğik şok denklemleri ve geometrik bağıntılar kullanımı sonucu belirlenen sınır koşullarında, Taylor-Maccoll denkleminin çözümlenmesine dayanmaktadır. Çözümlemelere farklı şok açısı değerlerinde teğetsel hızın sifira eşit olduğu duvar açısı, geometri açısına eşit

oluncaya kadar devam edilmektedir. Çalışma boyunca ikinci mertebeden adi diferansiyel bir denklem olan Taylor-Maccoll denklemi açık (ing. explicit) dördüncü derece Runge Kutta yöntemi ile sayısal olarak çözümlenmektedir. Bu kapsamda Eşitlik 4.9 ve 4.10 ile sunulduğu üzere Taylor-Maccoll denklemi birinci mertebeden iki diferansiyel denklem şeklinde ifade edilmekte ve ilgili denklemler çözümlenmektedir.

$$\frac{dV_r'}{d\theta} = V_t' \quad (4.9)$$

$$\frac{d^2V_r'}{d\theta^2} = \frac{\left(\frac{dV_r'}{d\theta}\right)^2 V_r - \frac{\gamma-1}{2} \left[1 - V_r'^2 - \left(\frac{dV_r'}{d\theta}\right)^2\right] \left[2V_r + \left(\frac{dV_r'}{d\theta}\right) \cot \theta\right]}{\frac{\gamma-1}{2} \left[1 - V_r'^2 - \left(\frac{dV_r'}{d\theta}\right)^2\right] - \left(\frac{dV_r'}{d\theta}\right)^2} \quad (4.10)$$

$$\frac{dV_t'}{d\theta} = \frac{(V_t')^2 V_r - \frac{\gamma-1}{2} \left[1 - V_r'^2 - (V_t')^2\right] [2V_r + (V_t') \cot \theta]}{\frac{\gamma-1}{2} \left[1 - V_r'^2 - (V_t')^2\right] - (V_t')^2}$$

Denklem 4.9 için sınır koşulu $V_r'(0)$ ve 4.10 için sınır koşulu $\frac{dV_r'}{d\theta}(0) = V_t'(0)$ olarak, "Genel Bilgiler" bölümünde ifade edildiği şekilde hesaplanmaktadır. Bu doğrultuda Denklem 4.11 ile sunulan Runge Kutta formülasyonu içerisindeki y ifadesi Denklem 4.9 ve 4.10 için sırasıyla V_r ve V_θ olmaktadır. Algoritma içerisinde adi diferansiyel denklem sistemi beraber çözümlenmekte ve her bir açı adımında hız bileşenleri hesaplanmaktadır. Hesaplamalara açı adımları boyunca, teğetsel hız değeri sıfır olana yani geometri yüzeyine ulaşıncaya kadar devam edilmektedir. Algoritmada varsayılan açı adımı tecrübelerle dayalı olarak 10^{-4} olarak belirlenmiştir.

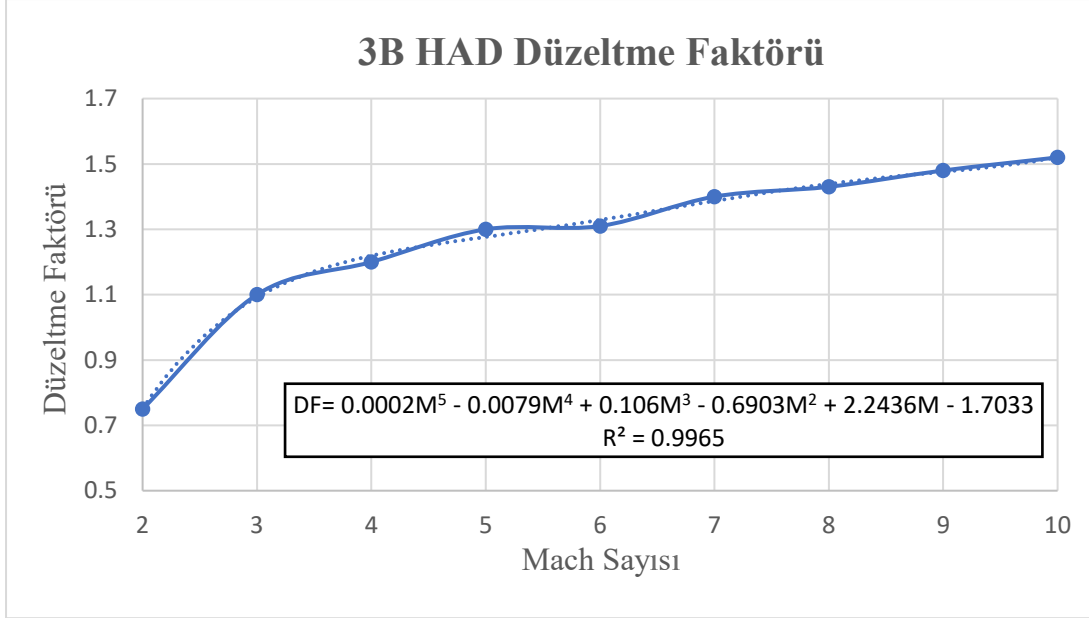
$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\theta} &= f(\theta, y), \quad y(0) = y_0 \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) h \\ k_1 &= f(\theta_i, y_i) \\ k_2 &= f\left(\theta_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\ k_3 &= f\left(\theta_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\ k_4 &= f(\theta_i + h, y_i + k_3h) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Teğetsel hız değeri sıfır olan açı değeri yani geometri açısı belirlendikten sonra, hesaplama işlemlerine hesaplanan geometri açısı, gerçek geometri açısına eşit olana kadar devam edilmektedir. Bu doğrultuda deneme yolu ile farklı şok açıları alınarak, Taylor-Maccoll denkleminin çözümlenmesi gerekliliği oluşmakta ve bu durum hesaplama maliyetlerini oldukça arttırmaktadır. Bu duruma çözüm bulmak amacıyla şok şekli tahmini algoritmasında ikiye bölme yönteminden (ing. bisection method) faydalanılmaktadır. İkiye bölme yönteminden faydalanılırken geometri ve şok açısı değerleri değişimlerinin birbirleri ile doğru orantılı olduğuna dikkat edilmektedir. Yöntem uygulanırken öncelikle şok açısı değeri için bir üst, alt ve ortalama değer belirlenmektedir. Algoritma içerisinde alt değer 80, üst değer 1 ve ilk ortalama değer hesaplanarak (40.5 derece) ele alınmaktadır. Ardından ilgili değerlerin her biri için Taylor-Maccoll denklemi sayısal olarak çözümlenerek, geometri açısı hesaplanmaktadır. Ortalama değer için hesaplanan geometri açı değerine göre kullanılan ortalama açı değeri bir sonraki iterasyonda alt veya üst değer olarak atanmakta ve bu şekilde aralık daraltılarak, gerçek geometri açısı için şok açı değeri tespit edilmektedir. Ortalama şok açı değeri için hesaplanan geometri açısı, gerçek geometri açısından fazla ise bir sonraki adım için üst değer, gerçek geometri açısından küçük ise bir sonraki adım için alt değer olarak atanmaktadır. Bu şekilde belirli bir fark ile gerçek geometri açısı değerine ulaşılan kadar ortalama değerler hesaplanmakta ve süreç tekrarlanarak, devam etmektedir. Hesaplamalar boyunca kullanılan alt-üst değerler ve belirtilen fark değeri istenildiği takdirde kullanıcı tarafından değiştirilebilmektedir.

4.2.3.4 HAD düzeltme faktörü

2B şok şekli tahmininde kullanılan HAD düzeltme faktörü değerleri üç boyutlu etkiler nedeniyle 3B hesaplamalar kapsamında kullanılamamaktadır. Bu doğrultuda üç boyutlu bir küre etrafında Mach sayısına bağlı eksenel-simetrik HAD analizleri ile düzeltme faktörleri elde edilmektedir. Analizler kapsamında 2B analizlere benzer şekilde yarıçapı 1 m olan küre geometrisi kullanılmaktadır. Çözüm alanı Şekil 4.5 ile sunulduğu üzere kullanılmakta, sadece simetri sınır koşulu yerine eksenel-simetrik sınır koşulu tanımı yapılmaktadır. Analizler çözümlendikten sonra, 2B şok tahmini

düzeltilme faktörü tespiti yöntemi aynı şekilde uygulanmaktadır. Hesaplamalar sonucu elde edilen Mach sayısına bağlı düzeltilme faktörü değerleri Şekil 4.47 ile sunulmaktadır. Grafik üzerinde aynı zamanda ,ara Mach değerlerinde düzeltilme faktörlerinin belirlenebilmesi amacıyla, beşinci derece bir polinom denklem ile Mach sayısına bağlı düzeltilme faktörü değerleri ifade edilmektedir.

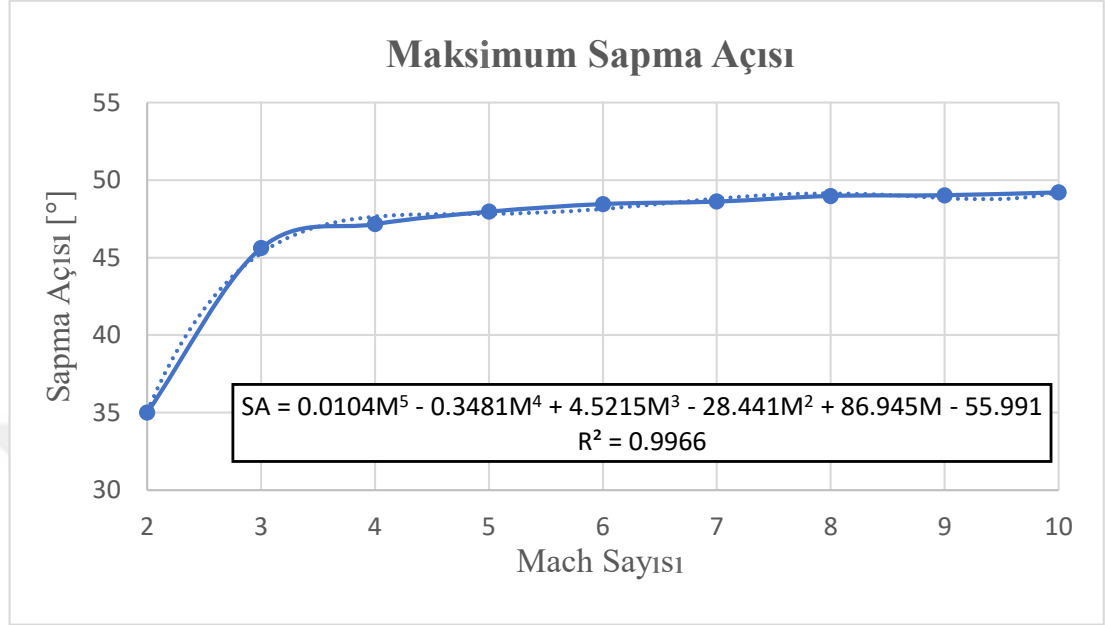


Şekil 4.47: Mach sayısına bağlı 3B HAD düzeltilme faktörü grafiği

4.2.3.5 Maksimum sapma açısı değeri tespiti

2B şok tahmini hesaplamalarında $\theta - \beta - M$ eğrisi limitleri kullanılarak maksimum sapma açısı hesabı yapılabilmektedir. Ancak üç boyutlu şok hesaplamalarında Taylor-Maccoll denkleminin limitleri maksimum sapma açısı değerlerini ifade etmemektedir. Bu durum Anderson tarafından konik akışı modellerken kullanılan ışınların izentropik olarak sıkıştırılması sonucu ses altı hızlara düşmesi şeklinde açıklanmaktadır. 3B analizler incelendiğinde maksimum sapma açısı değerlerinin denklem limitlerinden düşük olduğu gözlemlenmiştir. Bu kapsamda Mach sayısına bağlı olarak maksimum sapma açılarının belirlenmesi amacıyla "HAD Düzeltilme Faktörü" bölümü içerisinde aktarılan analiz kurgusu kullanılarak, gövde üzerinde ses üstü hız değerlerine geçişin gözlemlendiği nokta ve ilgili noktadaki gövde açısı değeri tespit edilmiştir. Mach sayısına bağlı olarak ifade edilen maksimum sapma açısı değerleri Şekil 4.48 ile sunulmaktadır. Grafik üzerinde aynı zamanda ,ara Mach

değerlerinde maksimum sapma açısının belirlenebilmesi amacıyla, beşinci derece bir polinom denklem ile Mach sayısına bağlı maksimum sapma açısı değerleri ifade edilmektedir.



Şekil 4.48: Mach sayısına bağlı maksimum sapma açısı grafiği.

4.2.3.6 Hücüm açısı etkilerinin incelenmesi

2B şok şekli tahmin algoritmasına benzer şekilde dış akış analizlerinde genel olarak gelen serbest akış üzerinden ifade edilen hücüm açısı etkisi, üç boyutlu şok şekli tahmin algoritmasında da geometrinin döndürülmesi ile hesaplamalara dahil edilmektedir. Bu kapsamda 3B şok şekli tahmin algoritmasında girdi olarak kullanılan yüzey çözüm ağları, hücüm açısı etkisinin gözlemlendiği x-z düzleminde hücüm açısı değeri kadar döndürülerek, hesaplamalar yapılmaktadır. Hesaplamalar sonucunda elde edilen 3B şok şekli, hücüm açısı değeri kadar başlangıçta döndürüldüğü yönün tersine döndürülmekte ve hücüm açısı etkisinde 3B şok şekli geometrisi elde edilmektedir. Yüzey çözüm ağı döndürme işlemleri pozitif hücüm açısı etkisi yaratmak için y-eksenine göre pozitif yönde, negatif hücüm açısı etkisi için ise negatif yönde yapılmaktadır.

4.2.3.7 Şok şekli tahmini işlemleri sonrası çalışmalar

Yüzey akım çizgileri üzerinde üç boyutlu şok noktaları hesabı yapıldıktan sonra, ilgili şok noktalarının geometri etrafında yüzey şeklinde ifade edilmesi gerekmektedir. Bu sayede yüzey akım çizgileri arasında çözümlenmeyen bölgelerde lineer geçiş ile şok şekli ifade edilmekte ve geometri etrafında şok noktaları bütünlüğü sağlanmaktadır. Bu kapsamda CGAL içerisinde bulunan "3D Convex Hull" algoritması kullanılmaktadır [Url-6]. Convex Hull algoritması temel olarak hesaplanan şok noktalarından geçen ve minimum sayıda noktayı barındıran dış bükey 3B şok geometrinin elde edilmesini sağlamaktadır. Convex Hull algoritmasının tercih nedenlerinden birisi de şok noktalarının minimum sayıda kullanımı ile 3B şok geometrisi elde edilmesi ve hesaplanan şok noktalarında meydana gelen ufak konum değişikliklerinin düzeltilmesidir. Bu doğrultuda ilgili geometri etrafında oluşturulan 3B şok yüzeyinin, çözüm ağı hizalama ve yoğunlaştırma çalışmaları kapsamında kullanılabilmesi amaçlanmaktadır. Ancak bazı çözüm ağı oluşturma algoritmalarında 3B şok yüzeyindeki nokta sayısı kritik öneme sahip olduğundan, istenildiği takdirde şok tahmin kodu içerisinde CGAL kütüphanesi "Tetrahedral Remeshing" algoritması kullanılarak, oluşturulan 3B şok yüzeyi üçgensel çözüm ağları ile ifade edilebilmektedir [Url-7].

4.2.4 Algoritmanın paralel hale getirilmesi

2B şok şekli tahmin algoritması çok hızlı bir şekilde hesaplama yapabilmektedir. Ancak 3B algoritma her bir akım çizgisi için hesaplama yapılması gerekliliği, akım çizgileri ve şok şekli hesaplamalarında sayısal çözümlenmelere ihtiyaç duyulması gibi nedenlerden özellikle zaman adımının küçüldüğü durumlarda oldukça yavaşlamaktadır. Bu kapsamda algoritmanın yüzey akım çizgileri boyunca paralel hale getirilerek, hızlandırılması konusunda çalışma yapılmıştır. Bu doğrultuda OpenMP (Open Multi-Processing) uygulama geliştirme arayüzü (ing. application programming interface, API) kullanılmaktadır. Derleyici yönergeleri, kitaplık rutinleri ve ortam değişkenlerinden oluşan OpenMP, Fortran ve C/C++ programları için yüksek seviye paralel programlama imkânı sunmaktadır [44].

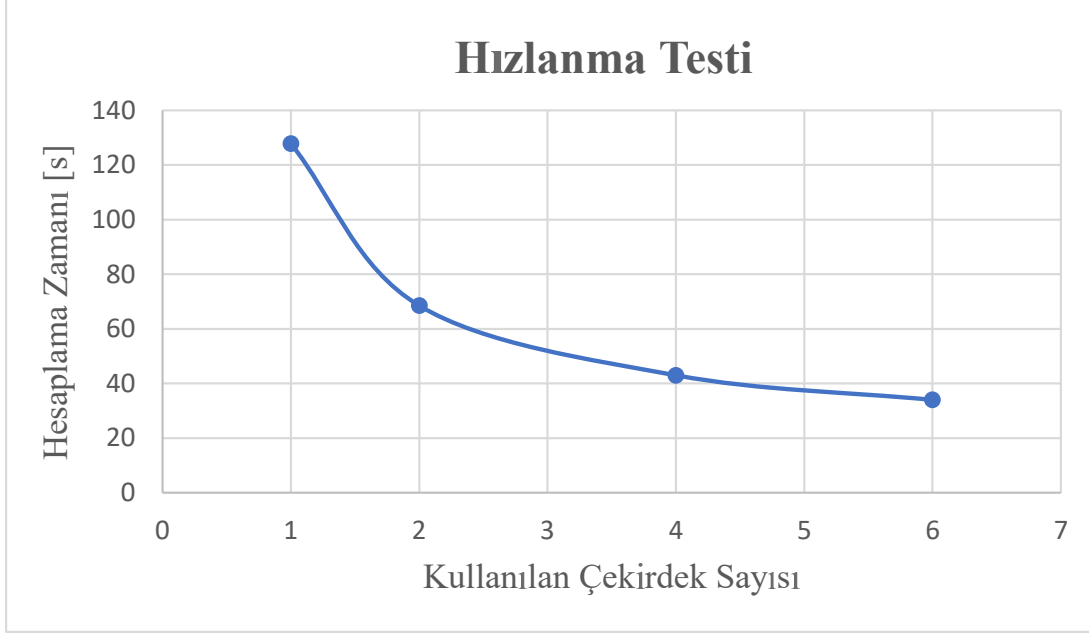
Algoritma boyunca kodun tamamen paralel hale getirilebilen yüzey akım çizgileri işlemleri, OpenMP arayüzüne ait *"omp.h"* etiketli C/C++ başlık dosyaları kullanılarak, yapılmaktadır. Kodun paralel bölümleri *"#pragma omp parallel for"* yapısı ile kullanıcı tarafından belirtilen sayıda iş parçacığına ayrılarak, hesaplanmaktadır. Bu kapsamda kod içerisinde yüzey akım çizgileri başlangıç noktalarının belirlenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Kullanıcılar isterlerse kendileri başlangıç noktalarını belirtebilir veya geometri boyu, kaç adet akım çizgisi oluşturmak istedikleri ve geometri yarıçap bilgilerini kod içerisinde tanımlayarak, dairesel olarak eşit açılarla dağılmış yüzey akım çizgileri elde edebilmektedirler. Belirtilen başlangıç noktalarının çözüm ağı üzerinde bulunmama ihtimallerine karşı AABB ağaç veri yapısı kullanılarak, bu noktalar yüzey çözüm ağı üzerine yansıtılmaktadır.

Paralel hale getirilen algoritma hızlanma performansının belirlenebilmesi amacıyla farklı iş parçacığı sayılarında çalıştırılarak, karşılaştırma çalışmaları yapılmıştır. Tez kapsamında geçерleme çalışmalarında belirtilen bir numaralı geometri üzerinde on iki tane yüzey akım çizgisi ile yapılan hızlanma çalışması Şekil 4.49 ile sunulmaktadır. Görsel incelendiğinde iş parçacığı sayısı arttıkça, parçacıklar arasında haberleşme kaynaklı hızlanma miktarında azalma gözlemlenmektedir. Bu kapsamda algoritmanın sadece çok zaman harcayan yüzey akım çizgileri boyunca paralel hale getirildiği de düşünüldüğünde hızlanma oranları uygun olarak değerlendirilmektedir. Aynı zamanda paralel iş parçacığı sayısı seçilirken, yüzey akım çizgisi sayısının parçacıklar arasında paylaşımı göz önünde bulundurulmalıdır. Eğer iş parçacıkları yüzey akım çizgilerini eşit bir şekilde paylaşamazlar ise bazı parçacıklar işlemlerini bitirdiğinde diğer parçacıkları beklemek suretiyle boşa çıkmakta ve bu durum hesaplama zamanını olumsuz etkilemektedir.

4.2.5 Algoritma geçерleme çalışmaları

3B şok şekli tahmin algoritması geçерleme çalışmaları kapsamında öncelikle "SU2 DOĞRULAMA ÇALIŞMALARI" bölümünde aktarılan küresel küt burunlu bikonik geometri üzerinde algoritma şok tahmini sonuçları, deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmaktadır. Ardından "İki Boyutlu Şok Tahmini Yöntemi" bölümü

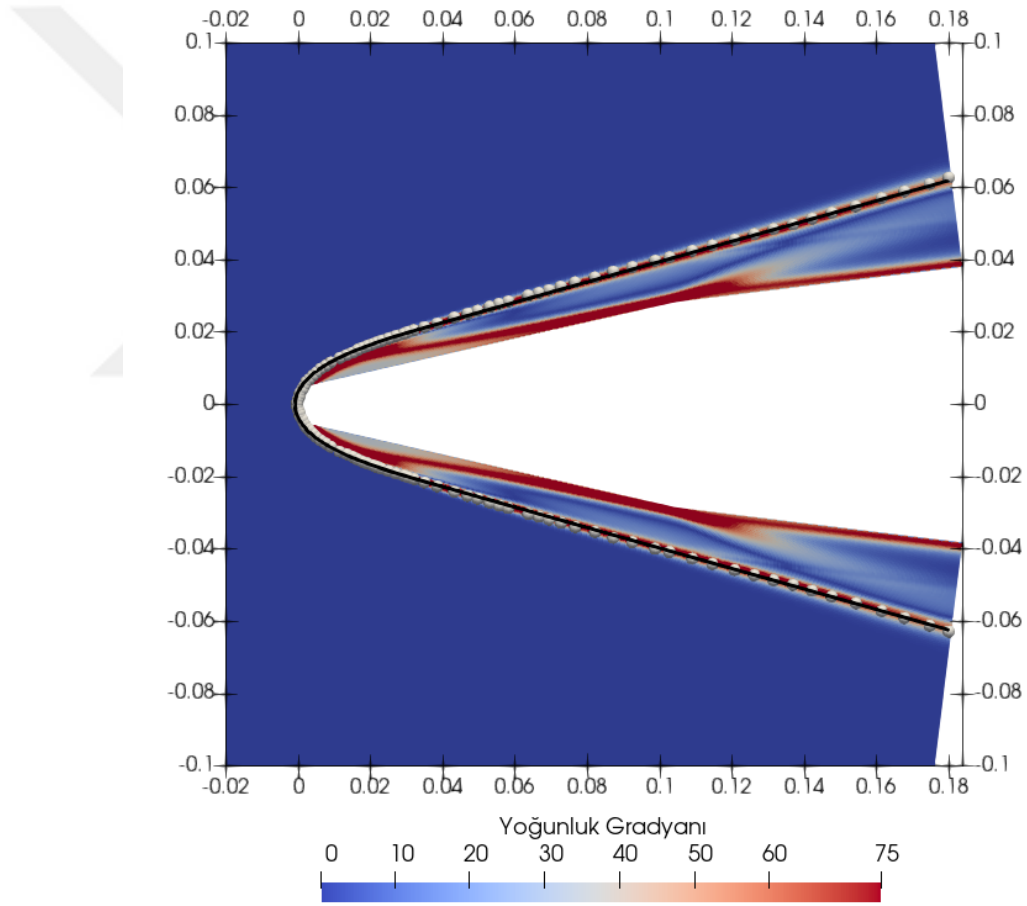
geçerleme çalışmalarında kullanılan geometriler üç boyutlu hale getirilerek, HAD yoğunluk gradyan konturları ile üç boyutlu şok tahmin algoritması sonuçları karşılaştırılmaktadır.



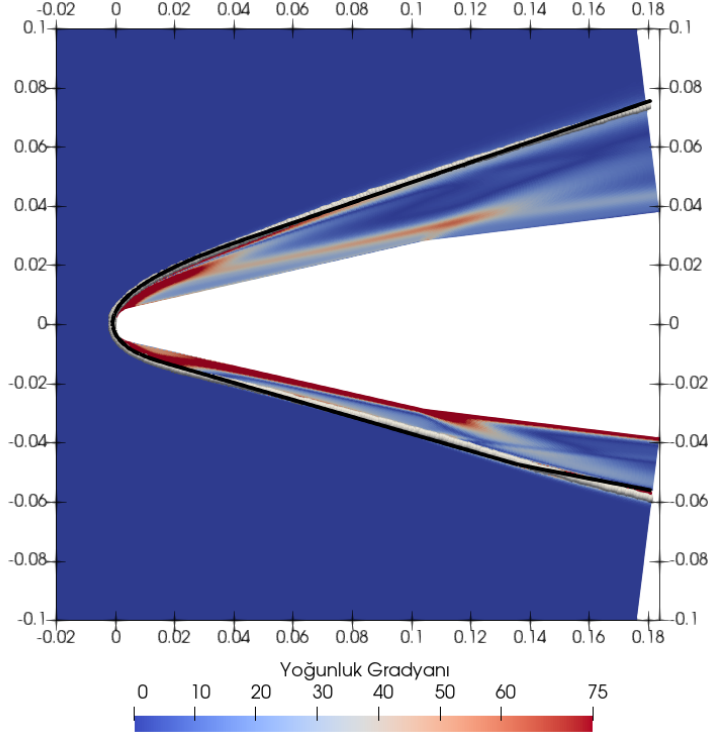
Şekil 4.49: On iki tane akım çizgisi çözümlemesi üzerinde hızlanma testi çalışması

Küresel küt burunlu bikonik geometri üzerinde algoritmanın deneysel veriler ile karşılaştırılabilmesi amacıyla sırasıyla serbest akış Mach sayısı altı ve 0, 5, 10.25 derece hücum açısı koşulu analizleri için yoğunluk gradyan konturları hesaplanmaktadır. Gradyan konturları, hücum açısı etkisinin gözlemlenebilmesi amacıyla x-z düzlemi kesiti üzerinde sırasıyla Şekil 4.50, 4.51 ve 4.52 ile sunulmaktadır. Görsellerde deneysel şok noktaları beyaz renk ile ifade edilirken, şok tahmini algoritması sonucu elde edilen 3B şok şekli kesiti ise siyah çizgi şeklinde ifade edilmektedir. Görseller incelendiğinde hücum açısı etkisi altında olmayan Şekil 4.50 özelinde algoritma ve deney sonuçlarının neredeyse üst üste olarak elde edildiği, ancak hücum açısı etkisi arttıkça deneysel değerlerden uzaklaşmalar olduğu gözlemlenmektedir. Karşılaştırmalar analiz yoğunluk gradyanları baz alınarak yapıldığında ise sapma gözlenen şok noktalarının dahi analiz gradyanlarının yüksek olduğu bölgeler içerisinde kaldığı tespit edilmiştir. Bu doğrultuda deney noktaları ile şok tahmini çizgisi arasındaki fark iki boyutlu geçerleme çalışmalarında aktarıldığı üzere buldukları konumların gövdeden uzaklığı ile orantılı olarak hesaplandığında,

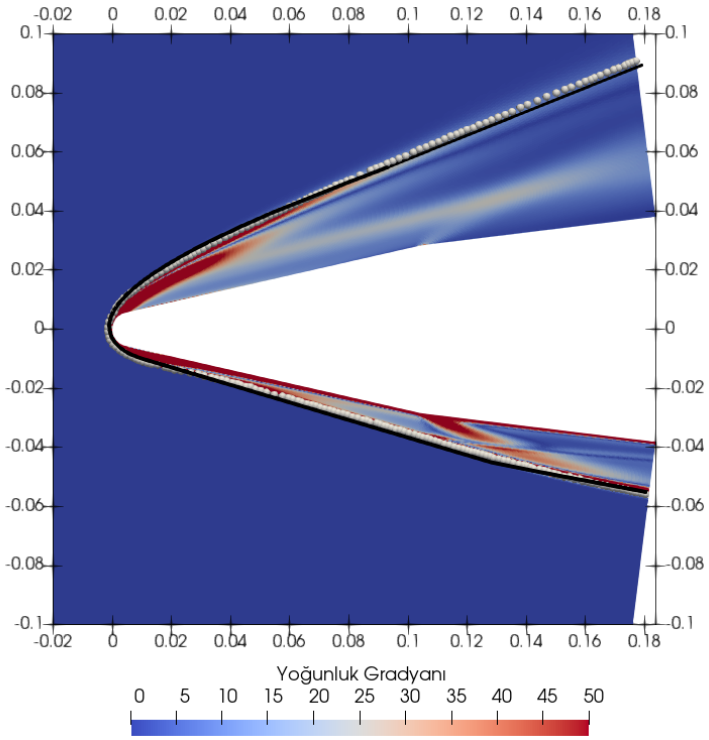
maksimum yüzde farkın %3 değerinden düşük olduğu saptanmaktadır. Deneysel verilerden sapmaların hücum açısı etkisi arttıkça artması ise temelde dönele bir karakter gösteren yüzey akım çizgileri üzerinde 3B akışın dönmediği varsayımı ile hesaplamaların yapılması ve bitişik şok hesaplamalarında kullanılan Taylor-Maccoll denkleminin dönele olmayan akış varsayımı ile hesaplamalar yapmasıdır. Bu doğrultuda sonuçlar, hücum açıları etkisi altında elde edilen şok şekillerinin deneysel verilerle uyumlu olduğu ve ilgili varsayımların 10 derece hücum açısı değerine kadar geçerli ve yeterli doğrulukta olduğu şeklinde değerlendirilmektedir.



Şekil 4.50: Hücum açısı etkisi olmayan durumda yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde deneysel şok noktaları ile şok tahmin algoritması sonuçları.

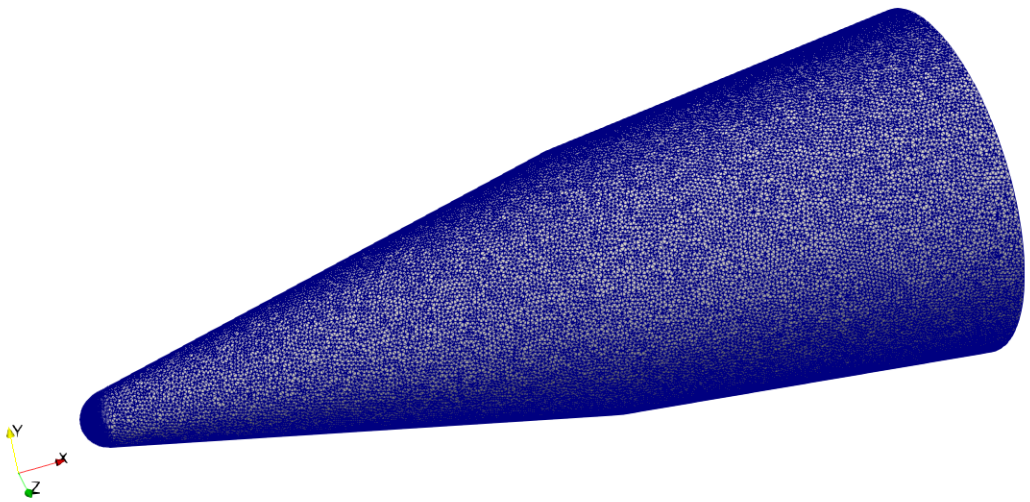


Şekil 4.51: 5° hücum açısı etkisi altında yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde deneysel şok noktaları ile şok tahmin algoritması sonuçları.

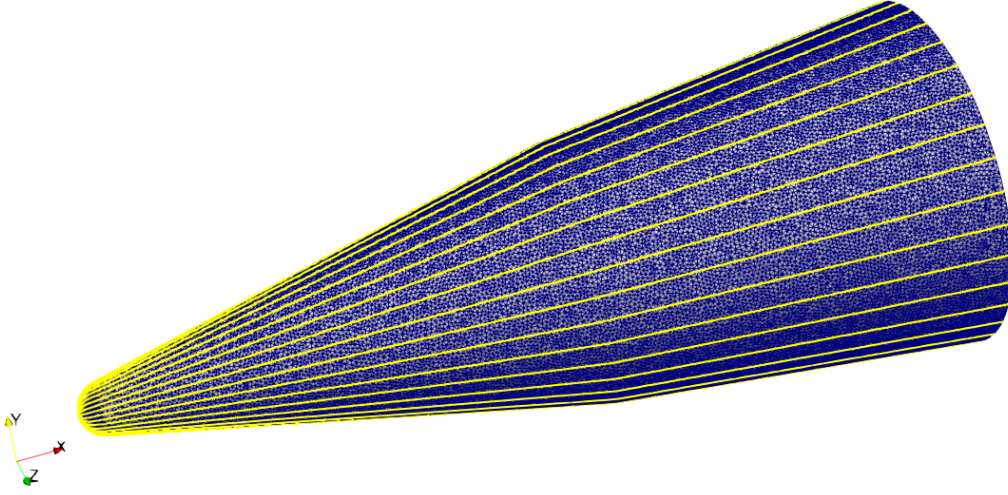


Şekil 4.52: 10.25° hücum açısı etkisi altında yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde deneysel şok noktaları ile şok tahmin algoritması sonuçları.

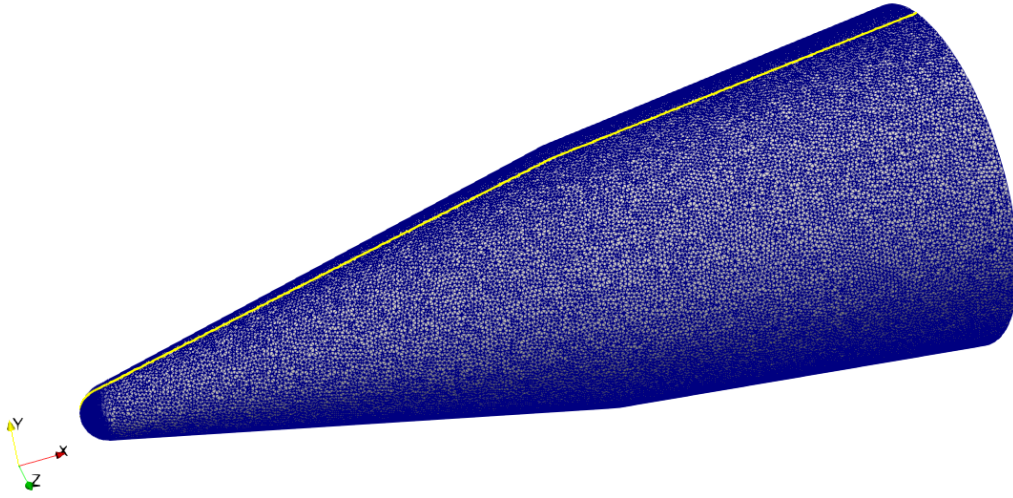
Tez kapsamında sunulan görsellerde karmaşıklık olmaması adına, sadece deneysel veri ile karşılaştırılan küresel küt burunlu bikonik geometri üzerinde 0 ve 10 derece hücum açısı etkisi altındaki durumlarda, 3B şok şekli tahmini hesaplama aşamaları detaylı olarak sunulmaktadır. Şekil 4.53-4.58 arasında hücum açısı etkisi altında olmayan durum için görseller sunulmaktadır. İlk olarak, geometriyi ifade etmek için oluşturulan yüzey çözüm ağı Şekil 4.53 ile sunulmaktadır. Ardından çözüm ağı üzerinde yüzey akım çizgileri hesabı yapılmakta ve Şekil 4.54 ile sunulduğu üzere akım çizgileri elde edilmektedir. Daha sonra Şekil 4.55 ile gösterildiği üzere akım çizgileri kartezyen koordinat sisteminden silindirik koordinat sistemine aktarılarak, iki boyutlu düzlemde ifade edilmektedir. Silindirik koordinat sisteminde şok şekli tahmin hesaplamaları gerçekleştirilerek, Şekil 4.56 ile sunulan 2B şok şekli elde edilmektedir. Hesaplanan şok noktaları kartezyen koordinat sistemine dönüştürülerek, 3B şok şekli tahmini tamamlanmakta ve Şekil 4.57 ile gösterilen şok noktaları elde edilmektedir. Son olarak şok noktaları üzerinde 3B Convex hull algoritması kullanılarak, noktalar Şekil 4.58 ile sunulduğu üzere yüzey olarak ifade edilmektedir. Benzer şekilde Şekil 4.59-4.64 arasında 10 derece hücum açısı etkisi altında durum için görseller sunulmaktadır. Görseller incelendiğinde iki durum arasındaki temel farklılığın hücum açısı etkisinin yansıtılabilmesi amacıyla şok tahmini algoritması girdilerinden olan yüzey çözüm ağının orijin etrafında 10 derece döndürülmesi ve bu nedenle yüzey akım çizgilerinin dönele karakterde olması olduğu gözlemlenmektedir.



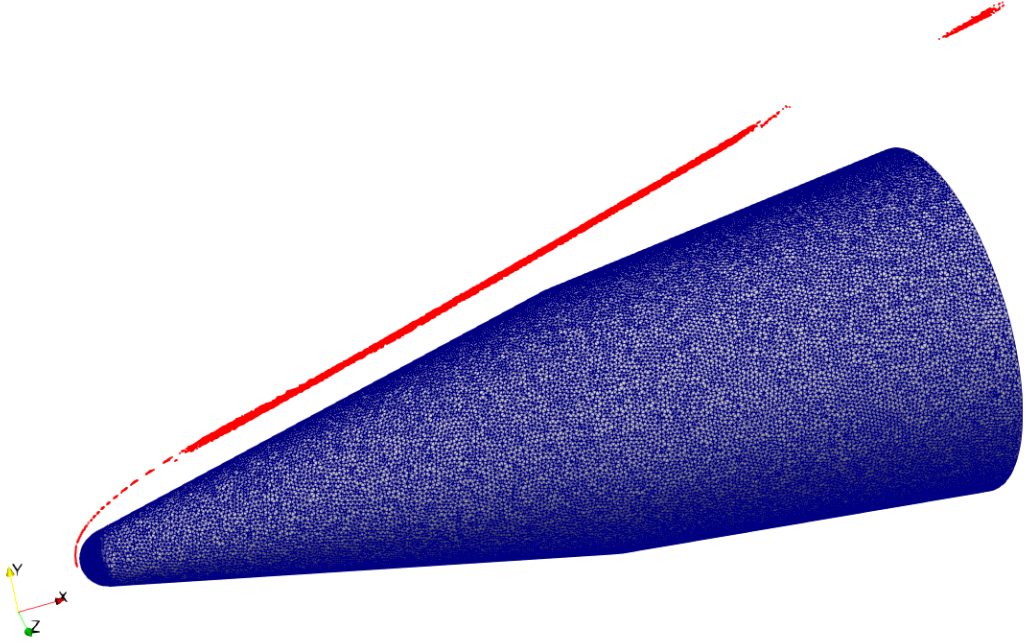
Şekil 4.53: Hücum açısı etkisi olmayan durum için kullanılan yüzey çözüm ağı



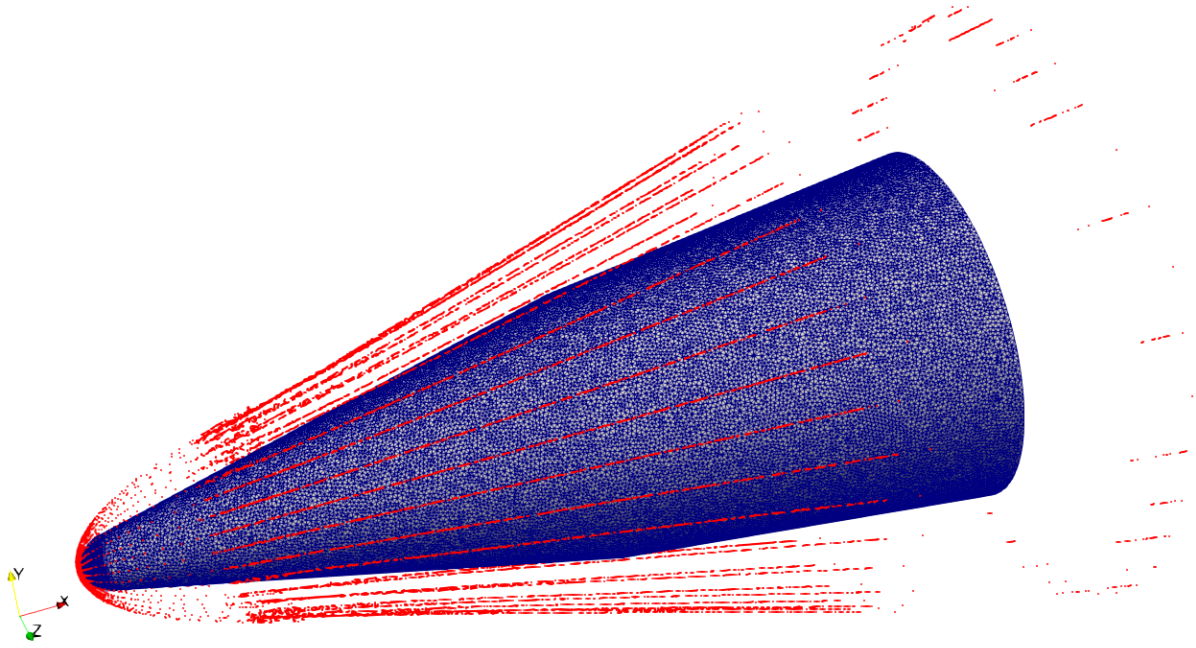
Şekil 4.54: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için 3B yüzey akım çizgileri



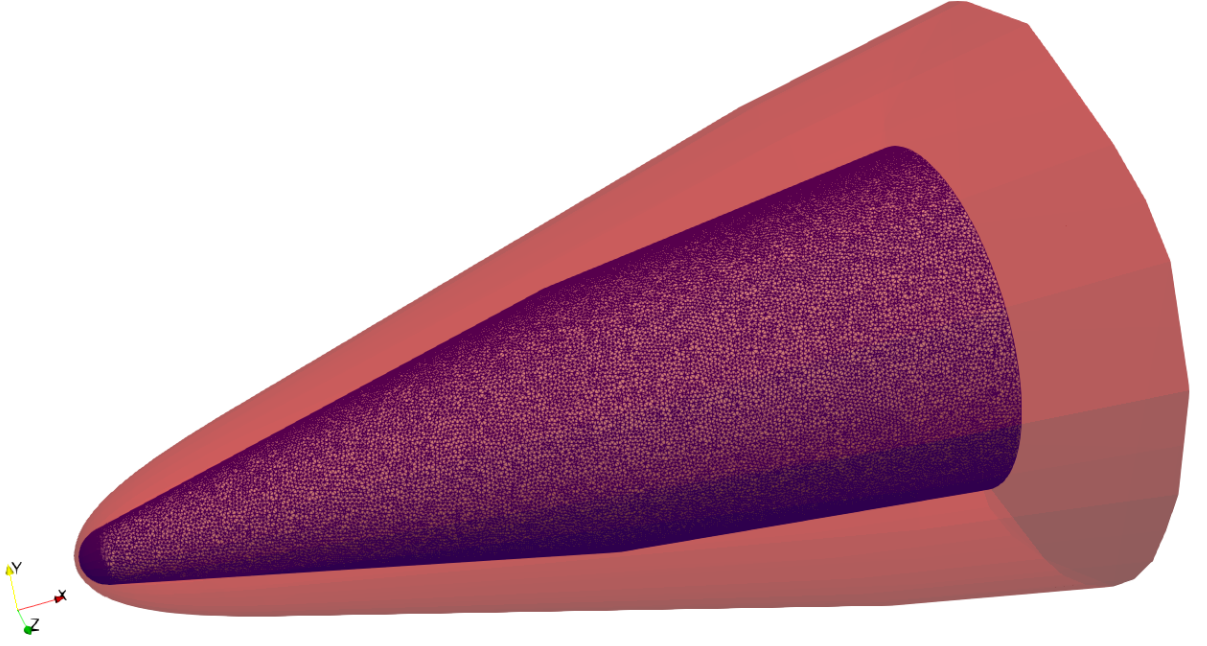
Şekil 4.55: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için silindirik koordinat sisteminde 2B yüzey akım çizgileri



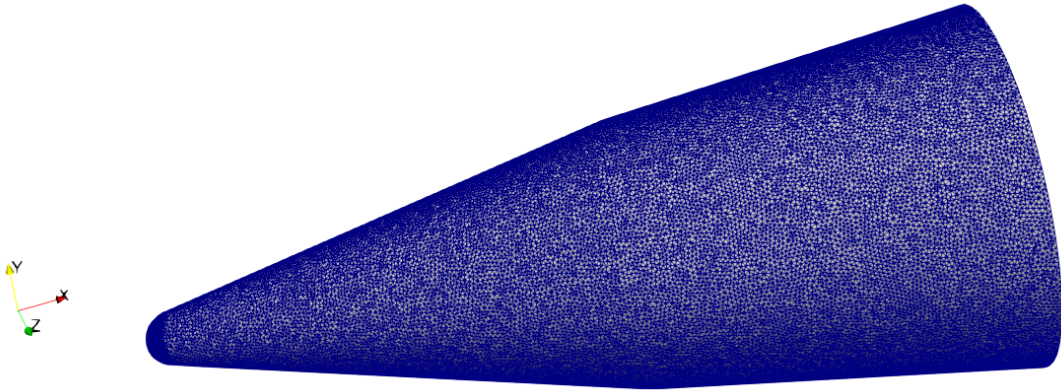
Şekil 4.56: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için silindirik koordinat sisteminde 2B şok noktaları



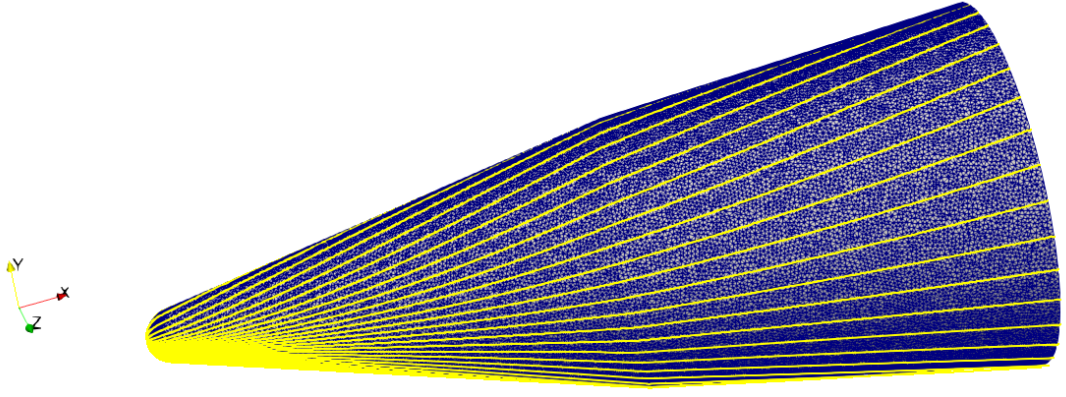
Şekil 4.57: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok noktaları



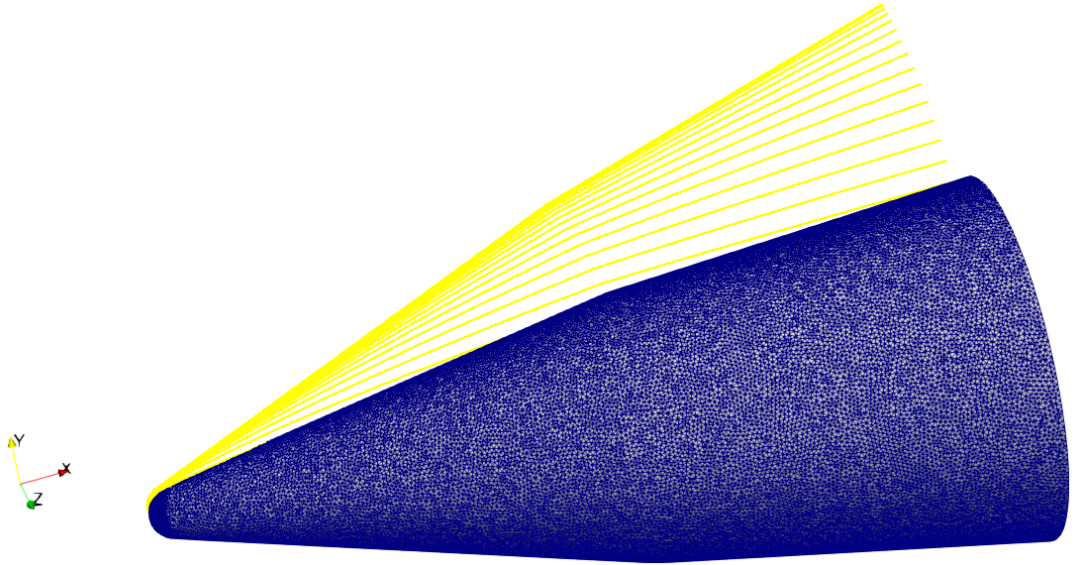
Şekil 4.58: Hücüm açısı etkisi olmayan durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok geometrisi



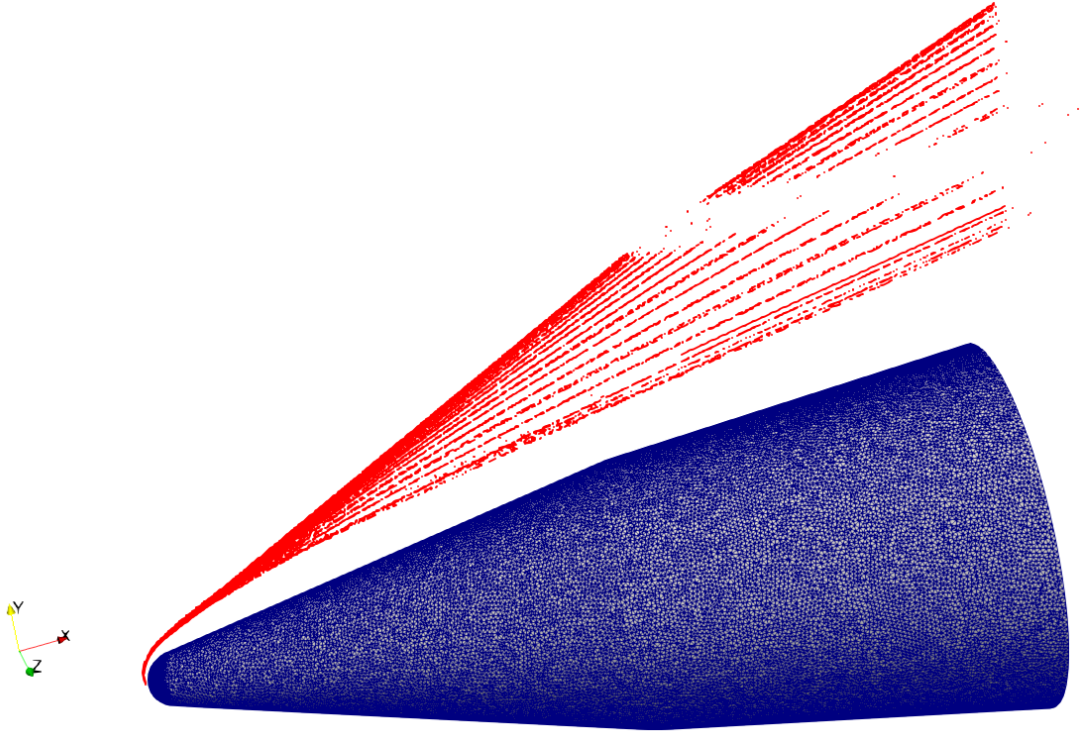
Şekil 4.59: 10° hücüm açısı etkisi altında durum için kullanılan yüzey çözüm ağı



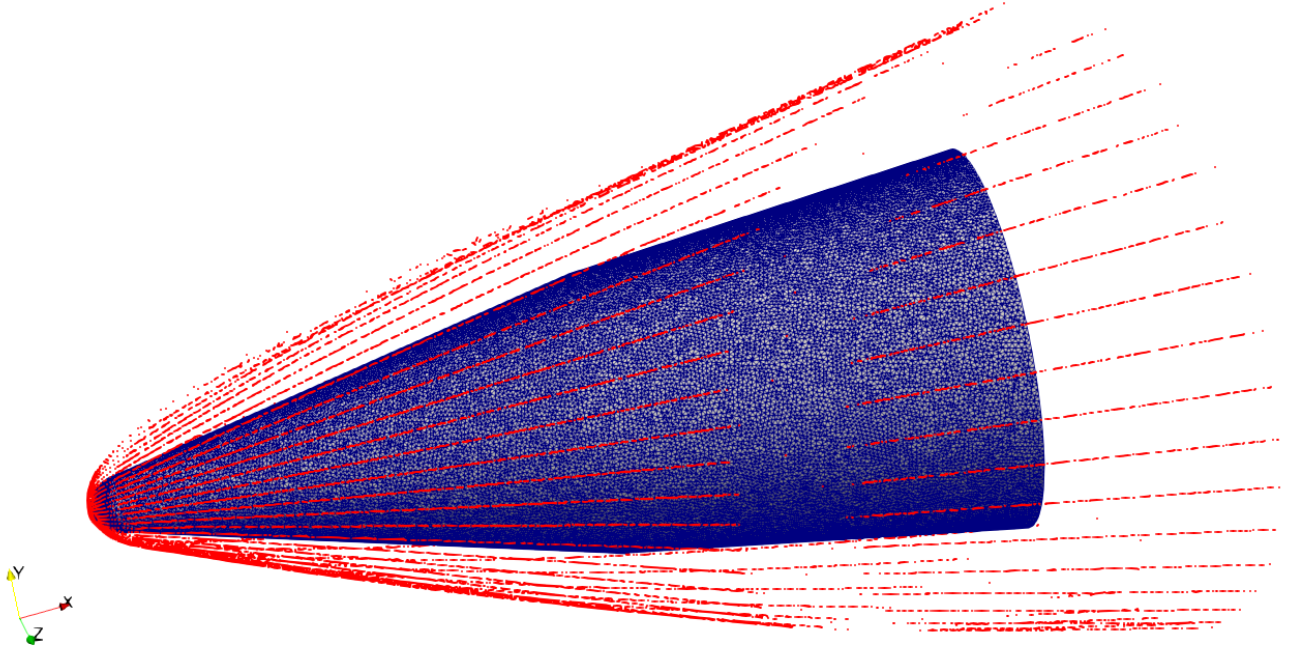
Şekil 4.60: 10° hücum açısı etkisi altında durum için 3B yüzey akım çizgileri



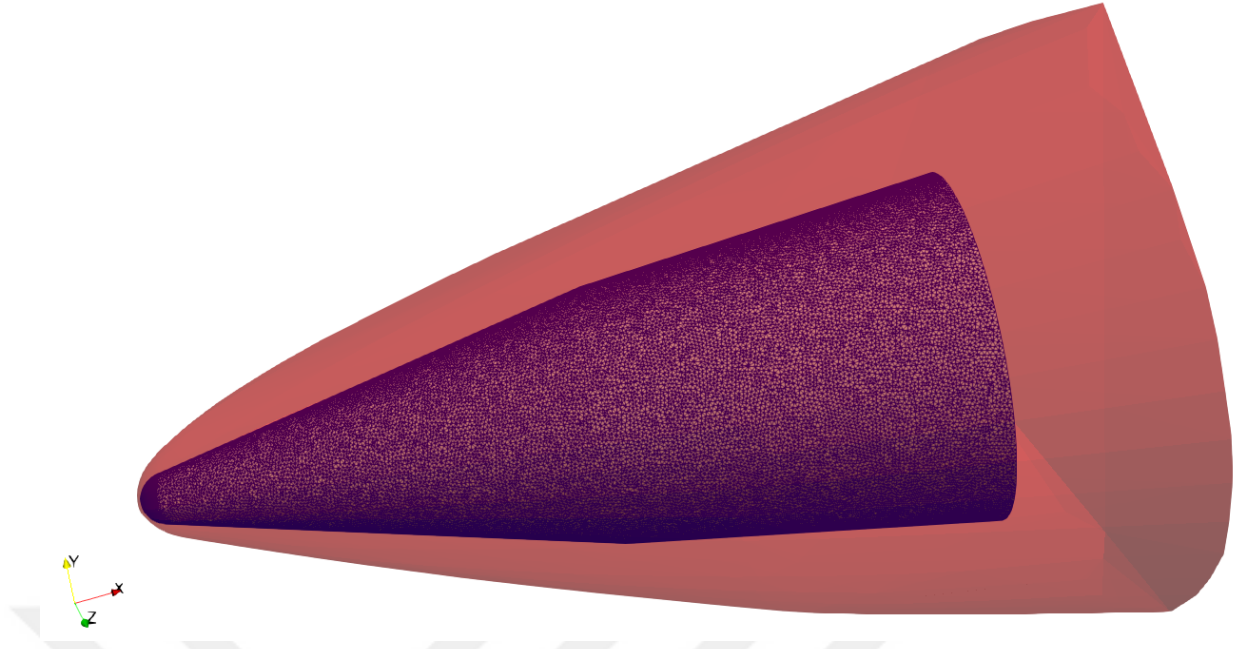
Şekil 4.61: 10° hücum açısı etkisi altında durum için silindirik koordinat sisteminde 2B yüzey akım çizgileri



Şekil 4.62: 10° hücum açısı etkisi altında durum için silindirik koordinat sisteminde 2B şok noktaları

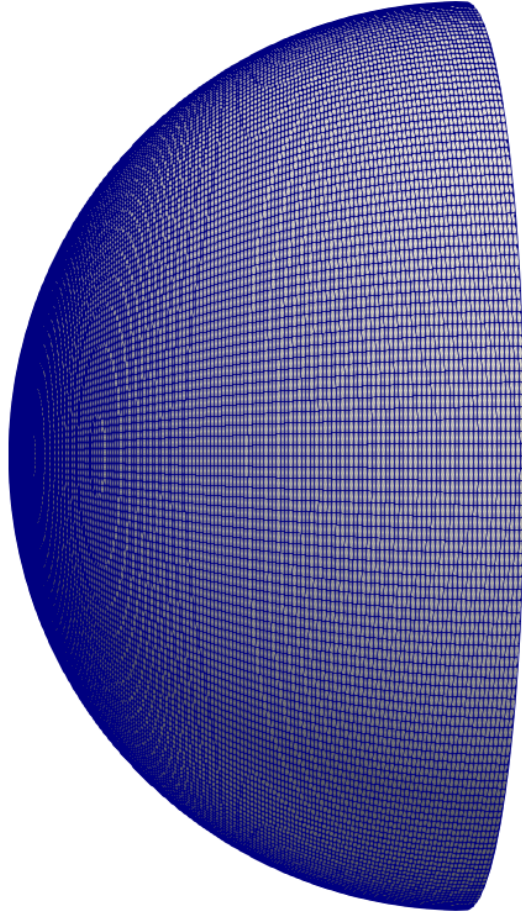


Şekil 4.63: 10° hücum açısı etkisi altında durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok noktaları

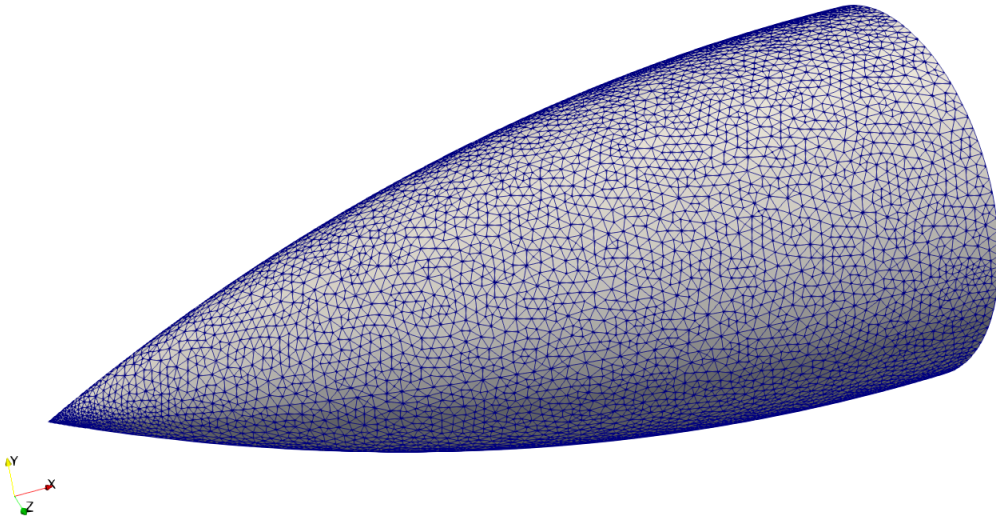


Şekil 4.64: 10° hücum açısı etkisi altında durum için kartezyen koordinat sisteminde 3B şok geometrisi

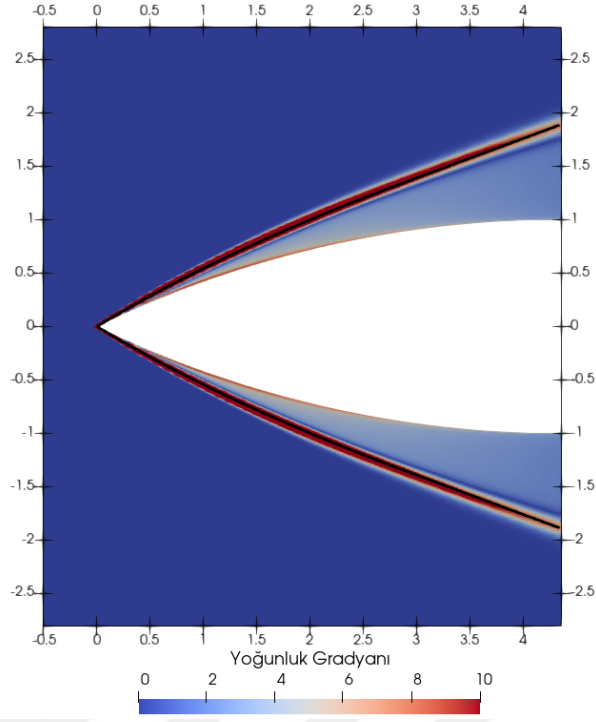
Geçerleme çalışmalarının ikinci kısmında ise 2B algoritma geçerleme bölümünde kullanılan geometri ve koşullar üç boyutlu olarak incelenecektir. Bu doğrultuda iki boyutlu bölümde ifade edilen geometri ve çözüm alanları üç boyuta genişletilerek (x-ekseni etrafında döndürülerek) ele alınmaktadır. Çalışmalara öncelikle Mach sayısı beş, hücum açısı 0, 5, 10 derece koşullarında tanjant ogive geometrisi incelenerek, başlanmaktadır. 3B geçerleme çalışmalarında ogive geometrisi için kullanılan çözüm alanı Şekil 4.65 ile sunulmaktadır. Aynı zamanda şok tahmini hesaplamalarında geometriyi ifade etmek amacıyla kullanılan yüzey çözüm ağı Şekil 4.66 ile gösterilmektedir. Analizler sonucu hesaplanan x-z düzlemi yoğunluk gradyanı üzerinde şok şekli çizgileri siyah çizgiler ile sırasıyla 0, 5 ve 10 derece hücum açıları etkisi altında Şekil 4.67, 4.68 ve 4.69 ile sunulmaktadır. Sonuçlar incelendiğinde 3B şok tahmin algoritma sonuçlarının, analizler sonucu belirlenen gradyan değeri yüksek olan bölge sınırlarının içerisinde kaldığı gözlemlenmektedir.



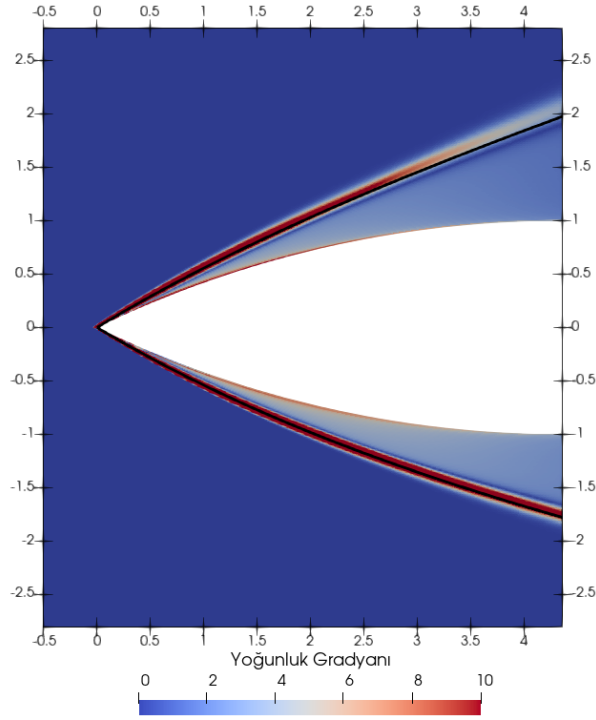
Şekil 4.65: Tanjant ogive geometrisi 3B çözüm alanı.



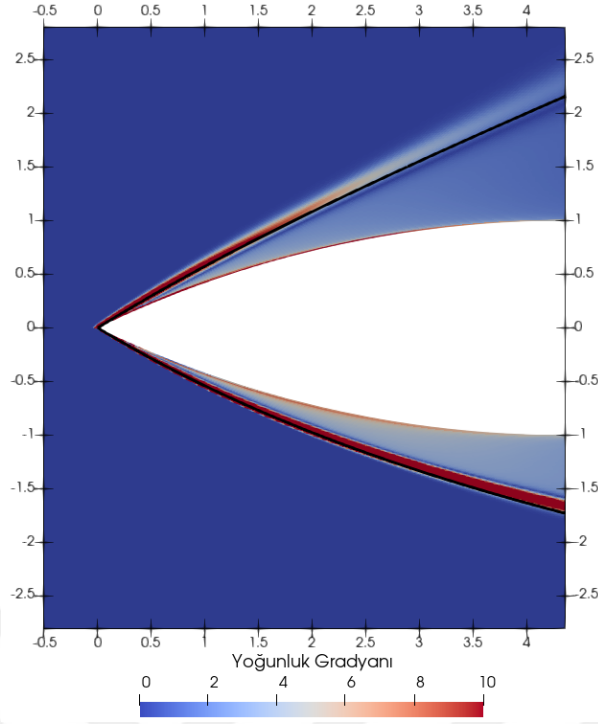
Şekil 4.66: Tanjant ogive geometrisi yüzey çözüm ağı.



Şekil 4.67: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.

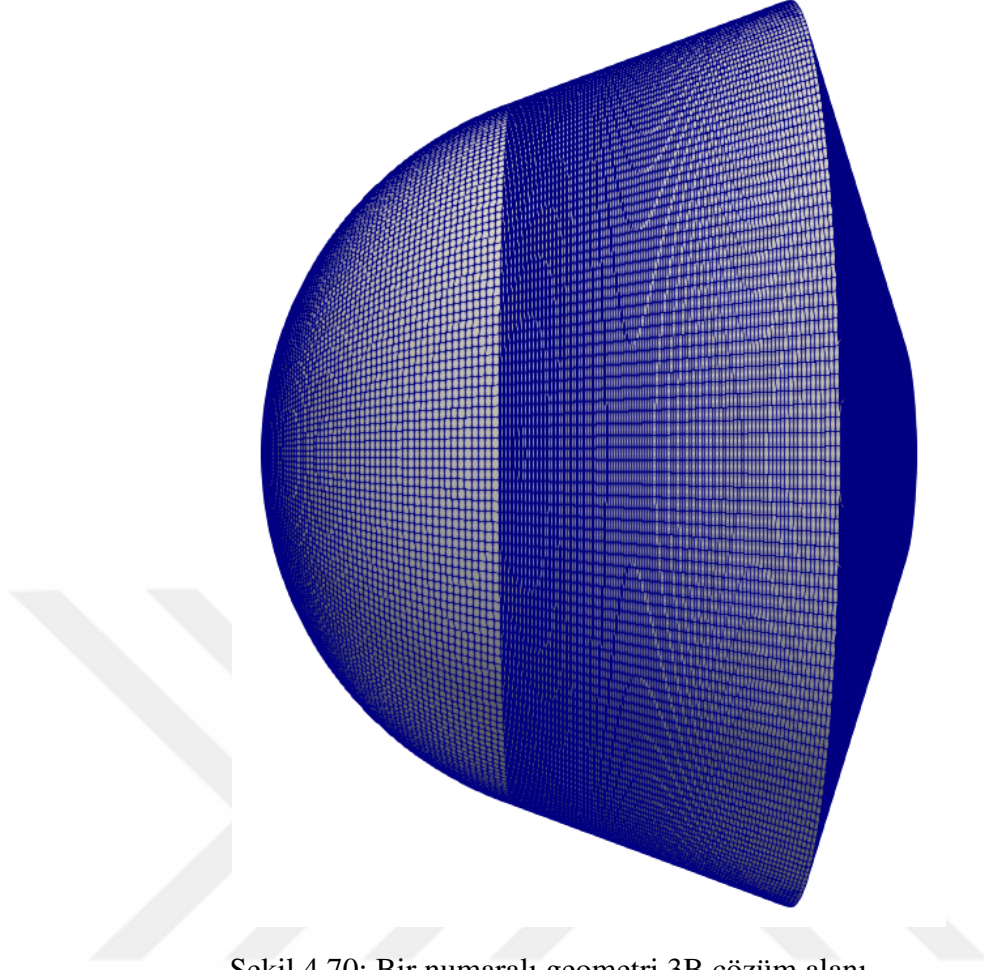


Şekil 4.68: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.

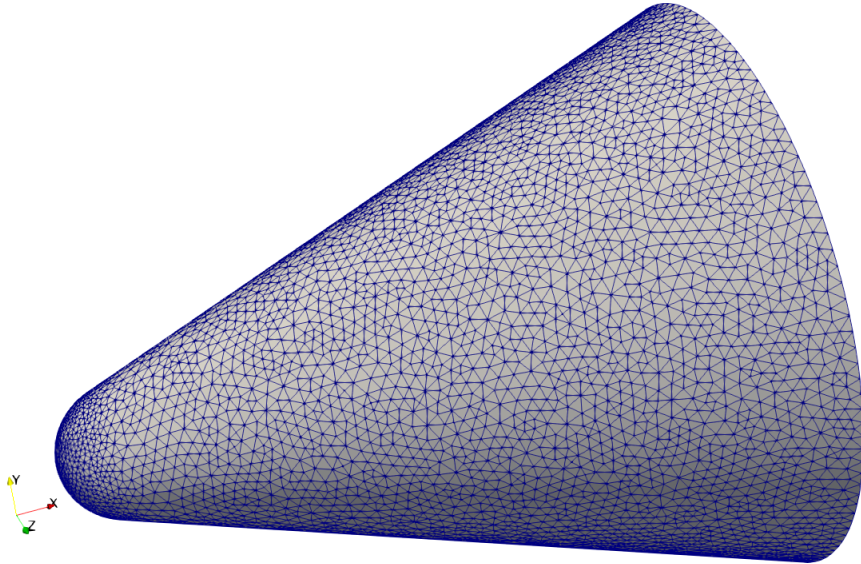


Şekil 4.69: Tanjant ogive geometrisi : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.

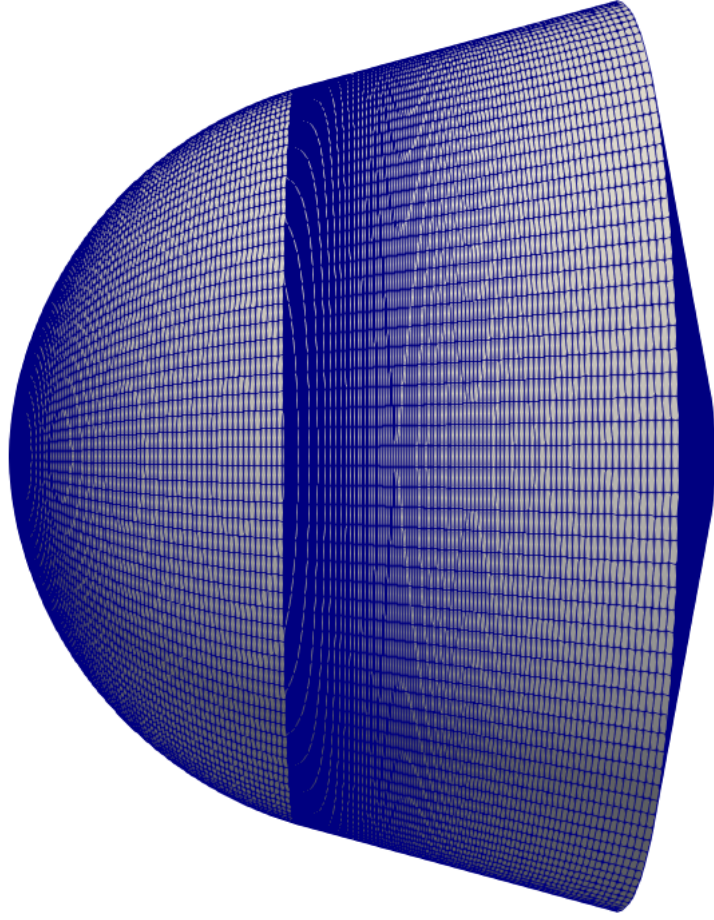
2B geçişleme çalışmalarında ifade edilen bir ve iki numaralı geometriler üzerinde de benzer şekilde 3B şok şekli algoritması geçişleme çalışmaları yapılmıştır. Bu kapsamda oluşturulan 3B çözüm alanı ve yüzey çözüm ağı sırasıyla bir numaralı geometri için Şekil 4.70 ve 4.71, iki numaralı geometri için ise Şekil 4.72 ve 4.73 ile sunulmaktadır. Mach sayısı 3, 5, 8 ve hücüm açısı 0, 5, 10 derece koşullarında çözümlenmeler sonucu elde edilen yoğunluk gradyanları, hücüm açısı etkisinin gözlemlenebilmesi amacıyla x-z düzlemi üzerinde kesit alınarak, Şekil 4.74 - 4.91 boyunca ifade edilmektedir. Gradyan konturları üzerinde şok geometrisi kesitleri siyah çizgiler ile gösterilmektedir. Sonuçlar incelendiğinde özellikle yüksek hücüm açısı gözlemlenen koşullarda analizler sonucu tespit edilen yüksek gradyan bölgelerinden az miktarda sapmalar gözlemlenmektedir. İlgili sapma değerleri buldukları konumların gövdeden uzaklığı ile orantılı olarak incelendiğinde, maksimum yüzde farkın %4 değerinden düşük olduğu hesaplanmaktadır.



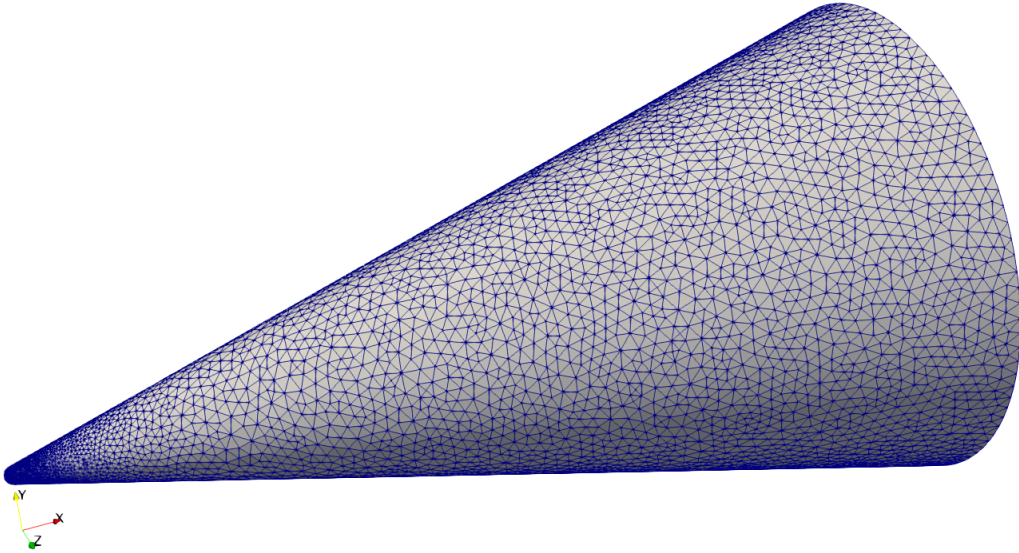
Şekil 4.70: Bir numaralı geometri 3B çözüm alanı



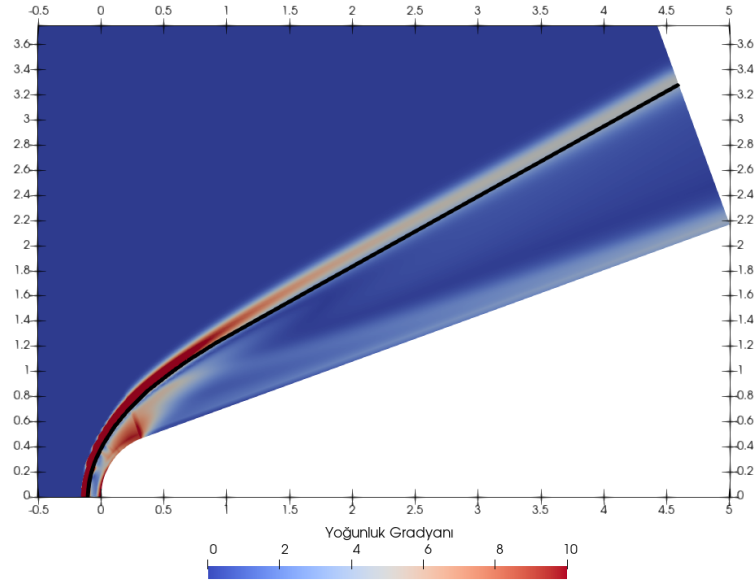
Şekil 4.71: Bir numaralı geometri yüzey çözüm ağı



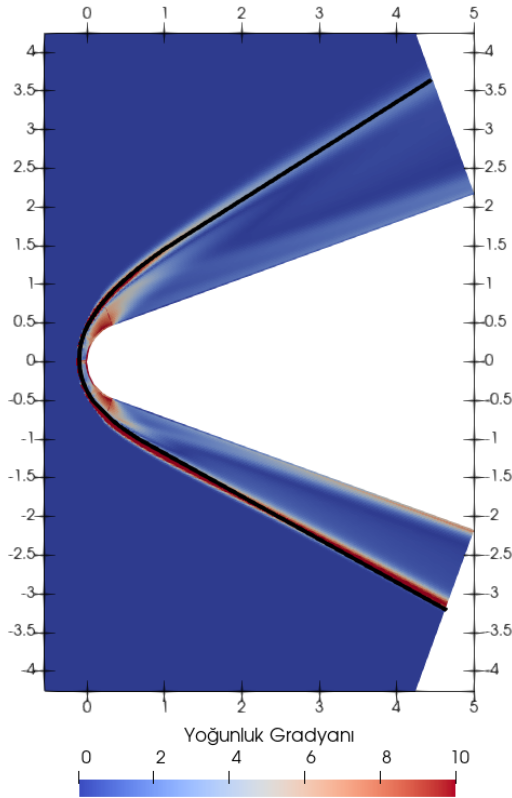
Şekil 4.72: İki numaralı geometri 3B çözüm alanı



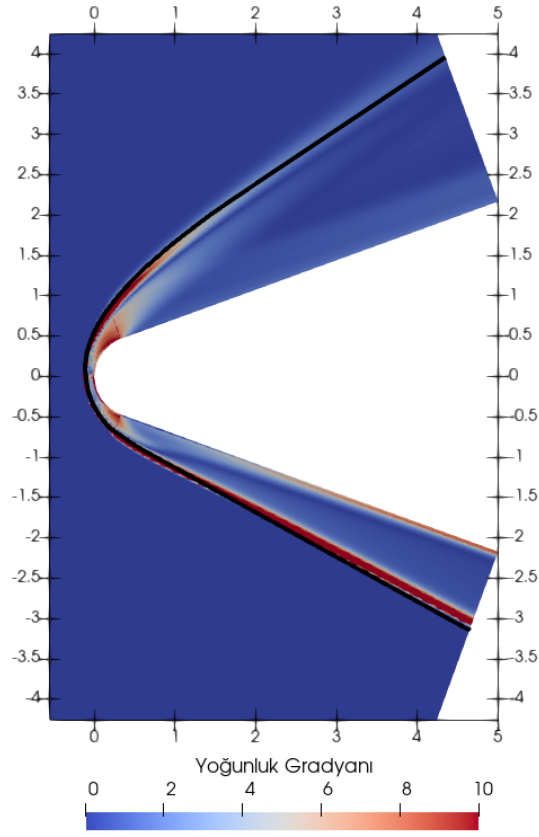
Şekil 4.73: İki numaralı geometri yüzey çözüm ağı



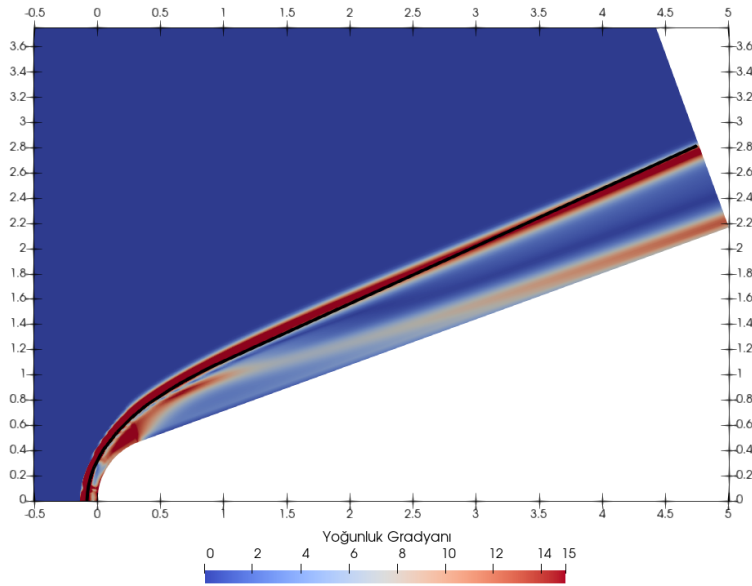
Şekil 4.74: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



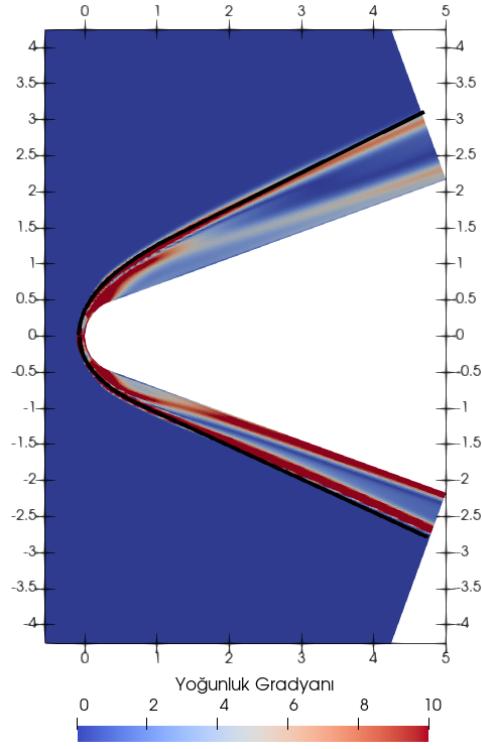
Şekil 4.75: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücum Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



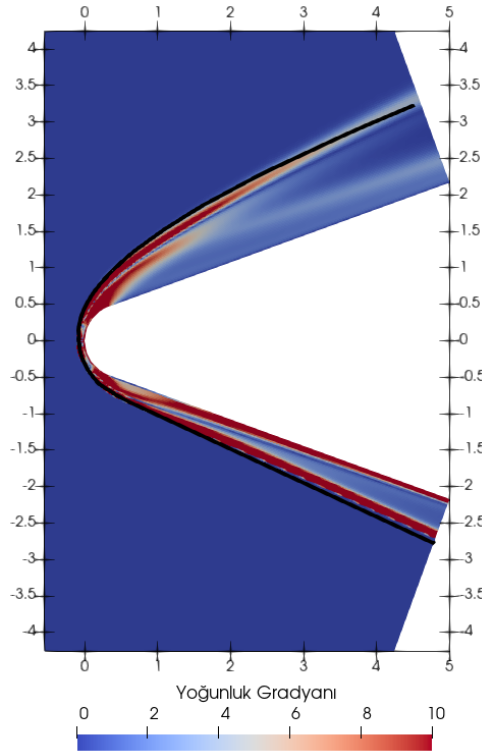
Şekil 4.76: Bir numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



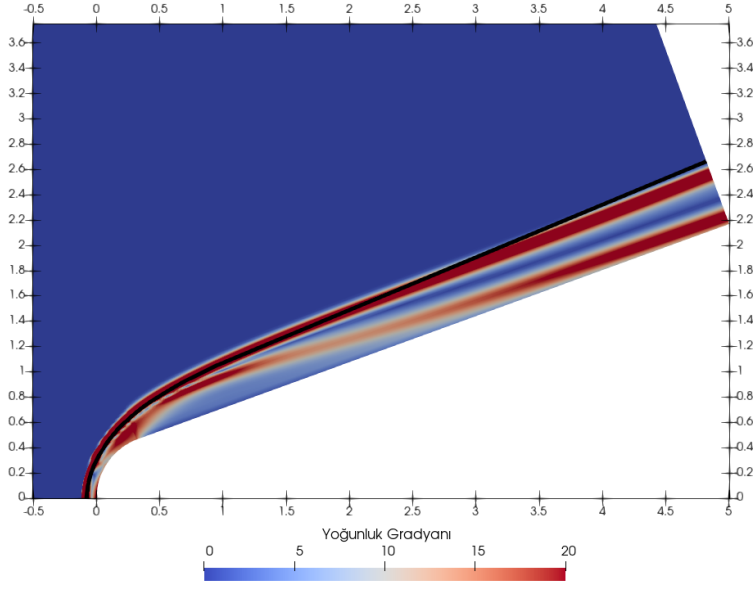
Şekil 4.77: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



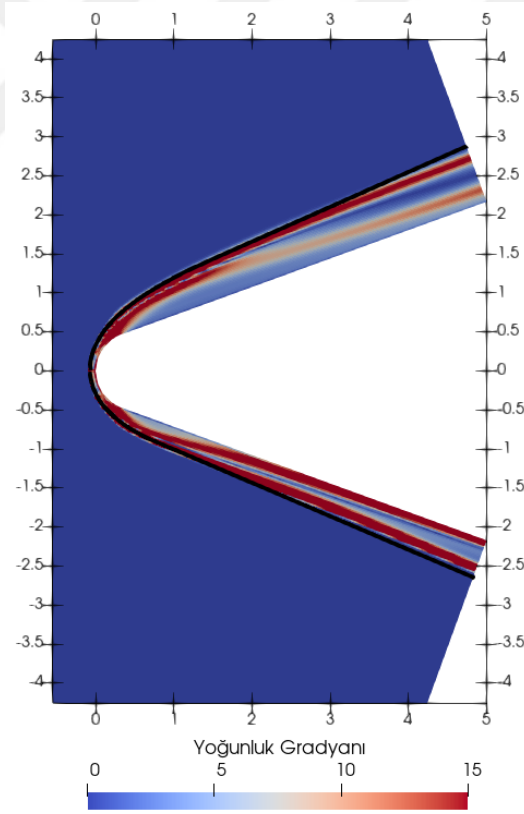
Şekil 4.78: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



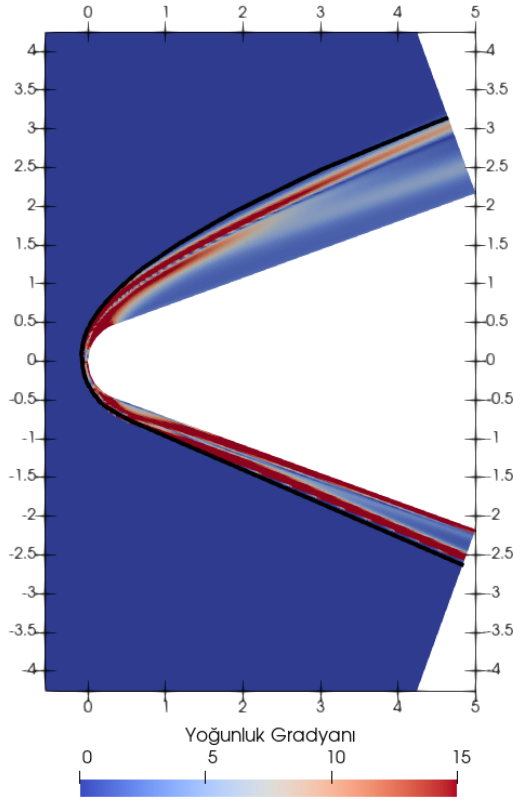
Şekil 4.79: Bir numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



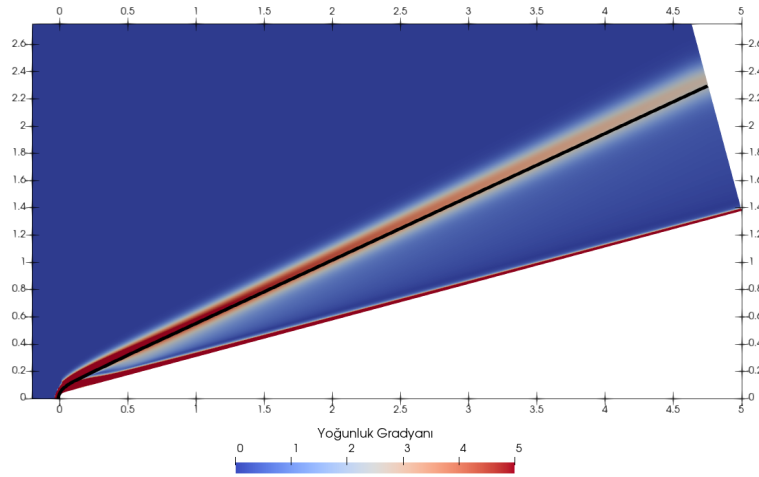
Şekil 4.80: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



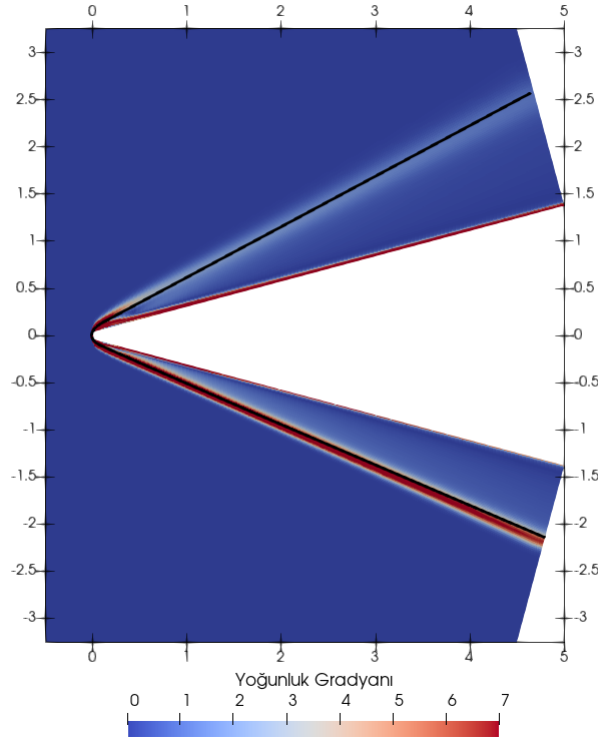
Şekil 4.81: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



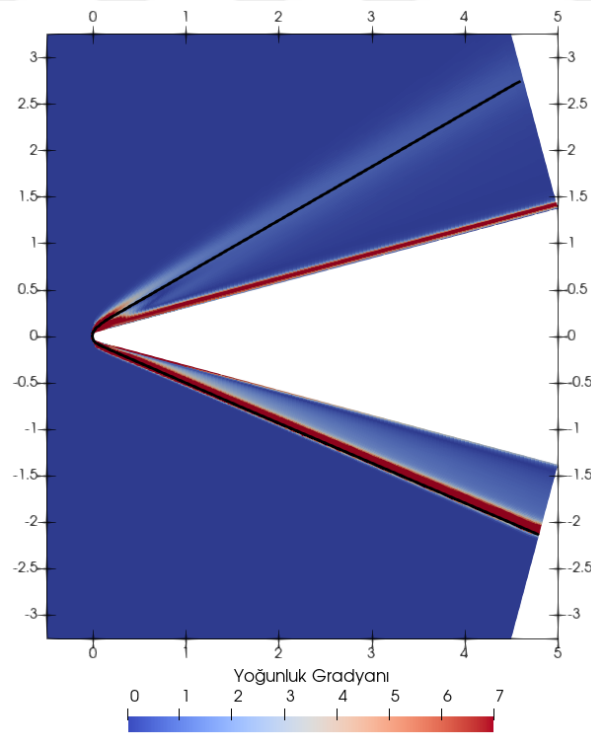
Şekil 4.82: Bir numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



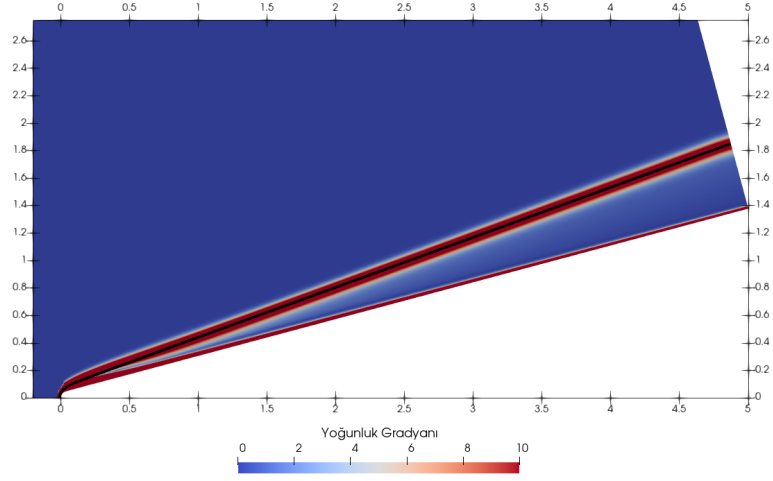
Şekil 4.83: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



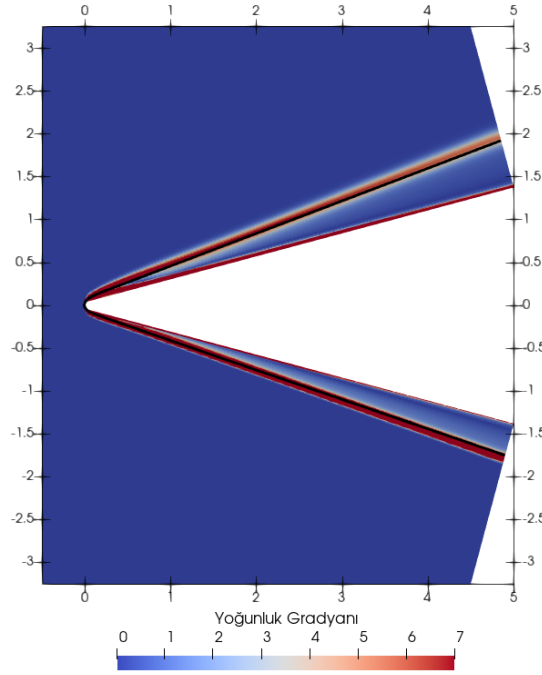
Şekil 4.84: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



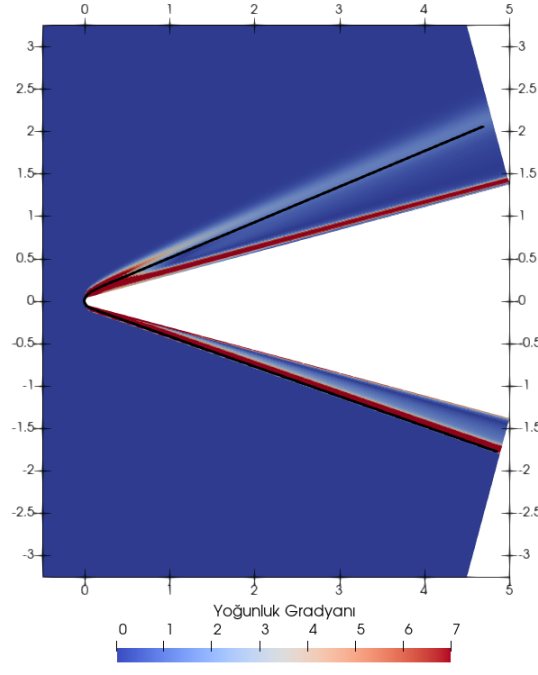
Şekil 4.85: İki numaralı geometri : $M=3$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



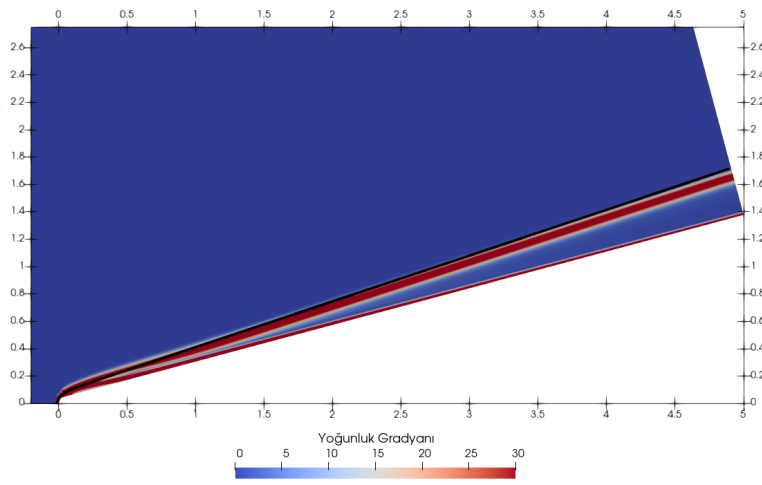
Şekil 4.86: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



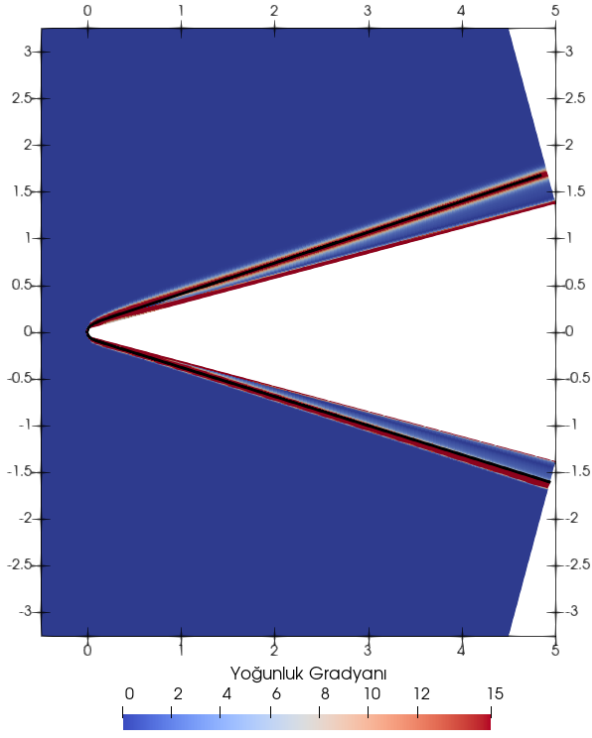
Şekil 4.87: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



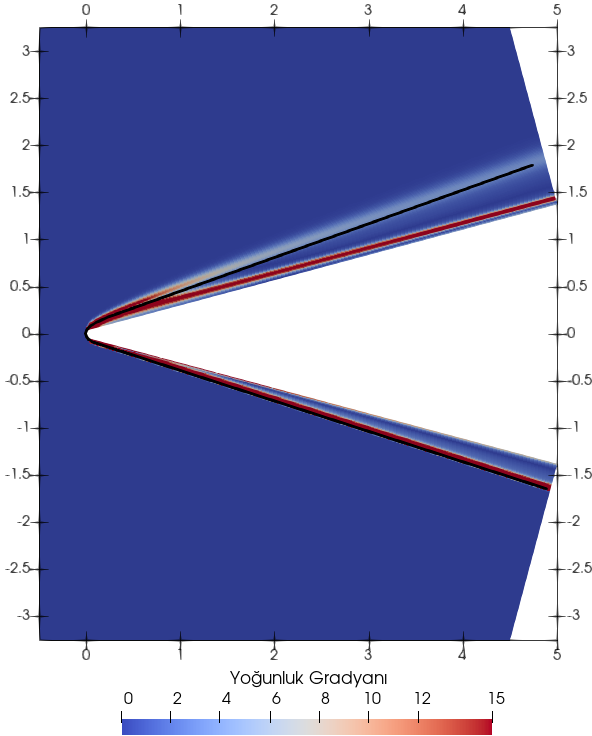
Şekil 4.88: İki numaralı geometri : $M=5$, Hücum Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



Şekil 4.89: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücum Açısı= 0° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



Şekil 4.90: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 5° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



Şekil 4.91: İki numaralı geometri : $M=8$, Hücüm Açısı= 10° serbest akış koşulu yoğunluk gradyan konturu x-z düzlemi üzerinde 3B şok şekli.



5. SONUÇLAR VE GELECEKTE YAPILMASI PLANLANAN ÇALIŞMALAR

Bu bölüm boyunca tez kapsamında yapılan çalışmalar ve sonuçlar kısaca özetlenerek, gelecekte yapılması planlanan çalışmalar aktarılacaktır.

5.1 Sonuçlar

Tez çalışması kapsamında iki ve üç boyutlu geometriler etrafında ses üstü hızlarda meydana gelen şok fenomeni şeklini tahmin etmek amacıyla bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma farklı koşullarda deneysel veriler ve hesaplamalı akışkanlar dinamiği analiz sonuçları ile karşılaştırılarak, test edilmiştir.

Tez çalışması sonucu elde edilen iki ve üç boyutlu şok geometrilerinin çözüm ağı oluşturma programları üzerinde kullanılarak, şok fenomeni gibi yüksek değişim bulunduran bölgelerde çözüm ağı hizalanması ve sıklaştırılması işlemlerinde kullanılması amaçlanmaktadır. Bu sayede HAD uygulamalarında daha az çözüm ağı hücre sayısı ile yüksek doğruluklu çözümler elde edilebilmesi hedeflenmektedir. Özellikle yüksek hızlarda hava aracı tasarımı gibi çok sayıda analiz kurgusunun kısa sürede ve yüksek doğrulukta çözümünü gerektiren mühendislik problemlerinde, şok fenomenine göre uyarlanmış çözüm ağı kullanımının kritik olduğu gözlemlenmektedir. Ek olarak, geliştirilen algoritmanın şok şeklinin önceden bilinmesini gerektiren mühendislik uygulamaları ve hızlı akış tahmin metotlarına katkı sunması beklenmektedir.

Çalışma boyunca kullanılan açık kaynaklı SU2 v7.1.1 yazılımı üzerinde doğrulama çalışmaları yapılmıştır. Bu kapsamda öncelikle küresel küt burunlu silindir geometri üzerinde aksenal simetrik olarak kurgulanan analiz sonuçları ile deneysel yüzey basınç dağılımı verileri karşılaştırılmıştır. Çalışmalarda üç farklı çözüm ağı ve iki farklı türbülans modeli kullanılmıştır.

SST $k - \omega$ türbülans modeli ile çözümlenmelerde üç farklı çözüm ağı ile çok yakın sonuçlar elde edilirken, Spalart-Allmaras türbülans modeli sonuçlarında iyi ve orta çözünürlükte çözüm ağları deneysel veriler ile uyumlu sonuçlar vermektedir. SA modeli için kaba çözüm ağı özellikle geometri burun bölgesinde deneysel verilerden sapmaktadır. Bu kapsamda SA ve SST $k - \omega$ türbülans modelleri için orta ve iyi çözünürlükte çözüm ağı sonuçları karşılaştırılmış ve sonuçların birbirlerine çok yakın olduğu tespit edilmiştir. Bu doğrultuda çözüm ağından bağımsız sonuçlar elde edilmiş ve ilerleyen çalışmalarda SA türbülans modelinin orta çözünürlükteki çözüm ağı oluşturma stratejisi ile birlikte kullanılmasının uygun olduğu ifade edilmiştir. Doğrulama çalışmasının ikinci kısmında ise küresel küt burunlu bikonik geometri üzerinde üç boyutlu olarak kurgulanan analizler ile hücum açısı etkisi altında şok şekilleri incelenerek, deneysel veriler analiz sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar sonucunda, analiz kurgularının hücum açısı etkisi altında şok şeklini deneysel verilerle oldukça uyumlu olarak hesaplayabildiği gözlemlenmiştir. Doğrulama çalışmaları kapsamında aynı zamanda viskoz etkilerin ihmal edildiği analizler kurgulanmış ve ilgili karşılaştırmalar yapılarak, şok şeklinin viskoz etkilere bağlı olarak belirgin miktarda değişmediği tespit edilmiştir. Bu doğrultuda şok şekli tahmin yöntemi viskoz etkilerden bağımsız olarak geliştirilmiş ve ilerleyen bölümlerde kurgulanan analizlerde viskoz etkiler ihmal edilmiştir.

SU2 yazılımı doğrulandıktan sonra iki ve üç boyutlu şok şekli tahmini algoritmaları için yöntem aktarılmış ve geçirme testleri kurgulanmıştır. 2B şok şekli tahmin yöntemi temel olarak deneysel Billig hiperbol eğrileri, analitik şok-genişleme teorisi ve HAD düzeltme faktörü hesabına dayanmaktadır. Yöntemde ayrık şok şekli tahmini için Billig hiperbol eğrilerinden yararlanılmakta, ardından eğik şok denklemi ($\theta - \beta - M$ bağıntısı) sapma açısı limitlerinden faydalanılarak, bitişik şok hesaplamalarına geçilmektedir. Bitişik şok tahmini, şok-genişleme teorisi kullanımı ile yapılmaktadır. Son olarak Mach sayısına bağlı olarak ifade edilen HAD düzeltme faktörleri Mach dalga açıları üzerinde uygulanarak, şok şekli tahmini hesaplamaları sonlanmaktadır. Tez çalışması kapsamında 2B şok şekli tahmin yönteminin doğrulanabilmesi amacıyla bitişik şok için bir ogive geometrisi üzerinde ve ayrık şok için küresel küt burunlu konik ince ve kalın iki geometri üzerinde inceleme çalışmaları yapılmıştır. Aynı zamanda iki kama açısı bulunduran küresel küt burunlu

geometri sonuçları da incelenmiştir. ogive geometrisi için bitişik şok şekli hesaplamalarında Mach sayısına bağlı bir değişim olmadığından serbest akış Mach sayısı beş olan durum için 0, 5 ve 10 derece hücum açısı etkisinde incelemeler yapılmıştır. Küresel küt burunlu ince ve kalın konik geometriler için ise Mach sayısı 3, 5, 8 ve hücum açısı 0, 5, 10 derece koşulları incelenmiştir. Belirtilen durumlarda analiz kurguları oluşturularak, yoğunluk gradyan konturları yüksek gözlemlenen bölgeler 2B şok şekli tahmin algoritması sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar, analiz ve tahmin yöntemi sonuçlarının akışa maruz kalan gövdeden mesafeleri baz alınarak yapılmaktadır. ogive geometrisinde sonuçlar birebir konturlar ile uyumlu olarak elde edilmiştir. Ancak küresel küt burunlu geometri sonuçlarında ufak farklılıklar gözlemlenmiş ve maksimum yüzde farkın %1.0 değerinden düşük olduğu tespiti yapılmıştır. İki kama açısı bulunduran geometri ise sadece ikili açı geçişi etkilerinin gözlemlenebilmesi amacıyla serbest akış Mach sayısı altı, hücum açısı bulundurmeyen durum için incelenmiştir. İkili kama açısı barındıran geometri üzerinde şok şekli tahmin algoritmasının benzer şekilde analizler ile uyumlu sonuç verdiği gözlemlenmiştir.

3B şok şekli tahmin yöntemi temel olarak 2B şok tahmini algoritmasının yüzey akım çizgileri üzerine uygulanması ile oluşturulmaktadır. Yüzey akım çizgileri hesabı kapsamında öncelikle 3B geometri yüzey çözüm ağı ile ifade edilmektedir. Ardından yüzey çözüm ağı üzerine serbest akış hızı yansıtılmakta ve akışkan kinematik denklemleri çözüm ağı boyutuna bağlı belirlenen bir zaman adımı (dt) ile çözümlenmektedir. Çözümlemeler sırasında geometrik bazı işlemlerde CGAL kütüphanesi fonksiyonlarından yararlanılmıştır. CGAL kütüphanesi AABB ağaç algoritmasından zaman adımlarında hesaplanan akım çizgisi noktalarının en yakın yüzeye yansıtılması ve K-Dimensional ağaç algoritmasından akım çizgilerinin belirli aralıklarla oluşturulması işlemlerinde faydalanılmıştır. Bu şekilde yüzey akım çizgileri hesabı yapıldıktan sonra silindirik koordinat sistemine dönüşüm ile 2B hale getirilen akım çizgileri üzerinden 2B şok tahmini yöntemi düzenlemeler yapılarak, kullanılmaktadır. Silindirik koordinatlarda şok şekli hesabı yapıldıktan sonra elde edilen şok noktaları tekrar kartezyen koordinat sistemine dönüştürülmekte ve CGAL 3B Convex Hull algoritması ile ilgili noktalar yüzey haline getirilmektedir. İhtiyaç duyulması halinde hesaplanan şok yüzeyi üzerinde CGAL kütüphanesi "Tetrahedral

Remeshing" algoritması kullanılarak, tekrar çözüm ağı oluşturulması ile şok yüzeyi nokta sayısı artırılabilir. 3B doğrulama çalışmaları kapsamında öncelikle küresel küt burunlu bikonik geometri için sunulan deneysel şok şekli verileri, şok tahmin algoritması sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar incelendiğinde farklılıkların hücum açısı arttıkça artmakta olduğu ve maksimum %3 değerine ulaştığı gözlemlenmiştir. Ardından iki boyutlu doğrulama çalışmaları kapsamında aktarılan geometri ve koşullar üç boyutlu olarak incelenmiştir. Benzer şekilde ogive geometrisi üzerinde yapılan çalışmalarda analizler ve tahmin algoritması arasında fark gözlemlenmezken, küt burunlu konik geometriler üzerinde fark hücum açısı arttıkça artmakta ve maksimum %4 olarak tespit edilmiştir. 3B analizler boyunca şok şekli tahmin yöntemi sonuçları ile analiz ve deneysel sonuçlar arasında farkların hücum açısı ile artmasının nedeni, normalde hücum açısı etkisinde dönel davranış sergileyen yüzey akım çizgileri üzerinde akışın dönel olmadığı varsayımına dayanan Taylor-Maccoll denkleminin kullanılması ve silindirik koordinatlara dönüşüm işlemlerinde akışın dönel karakteristiğine dikkat edilmemesi olarak yorumlanmıştır. 3B şok şekli tahmini algoritması oluşturulduktan sonra özellikle küçük zaman adımı gerektiren hesaplamalarda algoritmanın hızının artırılması amacıyla algoritma akım çizgileri boyunca paralel hale getirilerek, kodlanmıştır.

Tez çalışmaları kapsamında geliştirilen 2B ve 3B şok şekli tahmin algoritmaları etrafında durağan, bitişik şok gözlemlenen her türlü geometri ve serbest akış Mach sayısı için kullanılabilir. Ancak ayrık şok gözlemlendiği durumlarda yararlanılan deneysel hiperbol eğrilerinin sadece 2B dairesel ve 3B küresel küt burunlu geometriler için ifade edilmesi sebebiyle yalnızca bu tür geometriler etrafında şok tahmini yapılabilir. Algoritma aynı zamanda 2B ve 3B HAD düzeltme faktörlerinin belirli bir Mach sayısı aralığında ($M=2-10$) ifade edilmesi sebebiyle bu aralıkta bulunan serbest akış koşullarında çalışabilir durumdadır. Bu kapsamda ayrık şok şekli tahmin algoritması için geometri ve serbest akış Mach sayısı kısıtlamaları bulunmaktadır.

5.2 Gelecekte Yapılması Planlanan Çalışmalar

Tez kapsamında oluşturulan algoritmanın geliştirilmesi ve algoritmaya eklentilerin yapılması amacıyla çalışmaların ilerletilmesi planlanmaktadır. Bu kapsamda 3B şok şekli tahmini algoritmasında koordinat dönüşümü yapılması sırasında akışın dönel karakteristiğinin korunması amacıyla farklı bir yöntem geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Aynı zamanda akışın dönel olmadığı varsayımına dayanan Taylor-Maccoll denklemleri kullanımı yerine farklı bir bitişik şok tahmini yöntemi geliştirilmesi veya detaylı incelemeler ile Taylor-Maccoll denklemlerine hücum açısına bağlı düzeltmeler uygulanması planlanmaktadır. Geliştirilen tahmin algoritmasının farklı burun geometrilerinde çalışabilmesi amacıyla deneysel veya analiz yöntemleri ile uygun denklemlerin veya korelasyonların elde edilerek, algoritmanın genişletilmesi hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Eggers, T.** (2012). Numerical investigation on the potential of steam cooling for the skylon spaceplane in hypersonic flow. *28th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS)*, pp. 2012-2.
- [2] **Laurence, S. J., Deiterding, R., & Hornung, G.** (2007). Proximal bodies in hypersonic flow. *Journal of Fluid Mechanics, Cambridge University Press*, Vol. 590, pp. 209-237.
- [3] **D’Azevedo, E. F., & Simpson, R. B.** (1991). On optimal triangular meshes for minimizing the gradient error. *Numerische Mathematik*, Vol. 59, No. 1, pp. 321-348.
- [4] **Pirozzoli, S.** (2011). Numerical methods for high-speed flows. *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 43, pp. 163-194.
- [5] **Anderson, J. D.** (1990). Modern compressible flow: with historical perspective. *McGraw Hill*, Vol. 12.
- [6] **Zhang, T. T., Huang, W., Li, S. B., & Wang, Z. G.** (2017). A Novel Design Technique of Hypersonic Gliding Vehicle.
- [7] **Martel, J. D., & Jolly, B.** (2015). Analytical shock standoff and shape prediction with validation for blunt face cylinder. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, p0523.
- [8] **Catalano, P., Marini, M., Nicoli, A., & Pizzicaroli, A.** (2007). CFD contribution to the aerodynamic data set of the Vega launcher. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 44, No. 1, pp. 42-51.
- [9] **Billig, F. S.** (1967). Shock-wave shapes around spherical-and cylindrical-nosed bodies. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 4, No. 6, pp. 822-823.
- [10] **Carter, M., & Deere, K.** (2008). Grid sourcing and adaptation study using unstructured grids for supersonic boom prediction. *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, pp. 6595.
- [11] **Gauci, E., Belme, A., Carabias, A., Loseille, A., Alauzet, F., & Dervieux, A.** (2018). A priori error-based mesh adaptation in CFD.
- [12] **Remaki, L., & Habashi, W.** (2005). Toward an Optimal Initial Grid for CFD. *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pp. 494.
- [13] **Anderson, J. D.** (2011). Fundamentals of Aerodynamics (SI units). *McGraw Hill*.
- [14] **Wu, Z., Xu, Y., Wang, W., & Hu, R.** (2013) Review of shock wave detection method in CFD post-processing. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 26, No. 3, pp. 501-513.
- [15] **Emanuel, G.** (2000). Analytical fluid dynamics. *CRC press*.
- [16] **Anderson, J. D.** (2000). Hypersonic and high temperature gas dynamics. *Aiaa*.

- [17] **Herrera-Montojo, J., Fossati, M., & Minisci, E.** (2017). Shock-conforming mesh generation for aerodynamic analyses at supersonic regimes. *Computers & Fluids*, Vol. 157, pp. 276-293.
- [18] **Liepmann, H. W., & Roshko, A.** (2001). Elements of gasdynamics. *Courier Corporation*.
- [19] **Reshotko, E.** (1961). Estimate of Shock Standoff Distance Ahead of a General Stagnation Point. *National Aeronautics and Space Administration*.
- [20] **Busemann, A.** (1949). A review of analytical methods for the treatment of flows with detached shocks. *National Advisory Committee for Aeronautics*.
- [21] **Sinclair, J., & Cui, X.** (2017). A theoretical approximation of the shock standoff distance for supersonic flows around a circular cylinder. *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 2, p026102.
- [22] **Barnwell, R. W.** (1971). A Time-Dependent Method for Calculating Supersonic Angle-of-Attack Flow About Axisymmetric Blunt Bodies With Sharp Shoulders and Smooth Nonaxisymmetric Blunt Bodies. NASA TN D-6283.
- [23] **Zoby, E. V., & Graves Jr, R. A.** (1973). A Computer Program for Calculating the Perfect Gas Inviscid Flow Field About Blunt Axisymmetric Bodies at an Angle of Attack of 0. NASA TM X-2843.
- [24] **Gose, W. L.** (1971). A Thin-Shock-Layer Solution for Nonequilibrium, Inviscid Hypersonic Flows in Earth, Martian, and Venusian Atmospheres. NASA TN D-6529.
- [25] **Lomax, H., & Inouye, M.** (1964). Numerical Analysis of Flow Properties About Blunt Bodies Moving at Supersonic Speeds in an Equilibrium Gas. NASA TR R-204.
- [26] **Miller III, C. G.** (1975). A comparison of measured and predicted sphere shock shapes in hypersonic flows with density ratios from 4 to 19.
- [27] **Kaattari, G. E.** (1961). Predicted shock envelopes about two types of vehicles at large angles of attack. *National Aeronautics and Space Administration*.
- [28] **Kaattari, G. E.** (1973). A method for predicting shock shapes and pressure distributions on two dimensional airfoils at large angles of attack. *National Aeronautics and Space Administration*.
- [29] **Kaattari, G. E.** (1968). A method for predicting shock shapes and pressure distributions for a wide variety of blunt bodies at zero angle of attack. *National Aeronautics and Space Administration*.
- [30] **Economon, T. D., Palacios, F., Copeland, S. R., Lukaczyk, T. W., & Alonso, J. J.** (2016). SU2: An open-source suite for multiphysics simulation and design. *AIAA Journal*, Vol. 54, No. 3, pp. 828-846.
- [31] **Versteeg, H.K. & Malalasekera, W.** (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics. *Pearson Education*, "Second Edition, pp. 21-25".
- [32] **Tennekes, H., Lumley, J. L., & Lumley, J. L.** (1972). A First Course in Turbulence. *The MIT Press*, Boston.

- [33] **Cushman-Roisin, B.** (2019). Environmental Fluid Mechanics, Chapter 8 ,Turbulence. *John Wiley & Sons, Inc*, pp. 135-145.
- [34] **Spiegel, E. A., & Veronis, G.** (1960). On the Boussinesq approximation for a compressible fluid. *The Astrophysical Journal*, Vol. 131, pp. 442.
- [35] **Menter, F. R.** (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605.
- [36] **Menter, F. R.** (1993). Zonal two equation kw turbulence models for aerodynamic flows. *23rd fluid dynamics, plasmadynamics, and lasers conference*, p. 2906.
- [37] **Palacios, F., Economon, T. D., Aranake, A., Copeland, S. R., Lonkar, A. K., Lukaczyk, T. W., ... & Alonso, J. J.** (2014). Stanford university unstructured (SU2): Analysis and design technology for turbulent flows. *52nd Aerospace Sciences Meeting*, p. 0243.
- [38] **Sahoo, D., Das, S., Kumar, P., & Prasad, J. K.** (2016). Effect of spike on steady and unsteady flow over a blunt body at supersonic speed. *Acta Astronautica, Elsevier*, Vol. 128, pp. 521-533.
- [39] **Mohandas, S., Siddharth, R. K., & John, B.** (2019). Reduction of wave drag on parameterized blunt bodies using spikes with varied tip geometries. *Acta Astronautica, Elsevier*, Vol. 160, pp. 25-35.
- [40] **Miller III, C. G., & Gnoff, P. A.** (1981). Pressure distributions and shock shapes for 12.84 deg/7 deg on-axis and bent-nose biconics in air at Mach 6.
- [41] **Miller, C., & Gnoffo, P.** (1982). An experimental investigation of hypersonic flow over biconics at incidence and comparison to prediction. *9th Atmospheric Flight Mechanics Conference*, p1382.
- [42] **Miller, C., Blackstock, T., Helms, V., & MIDDEN, R.** (1983). An experimental investigation of control surface effectiveness and real-gas simulation for biconics. *21st Aerospace Sciences Meeting*, p213.
- [43] **Sieger, D., & Botsch, M.** (2011). Design, implementation, and evaluation of the surface_mesh data structure. *In Proceedings of the 20th international meshing roundtable, Springer*, pp. 533-550.
- [44] **Supinski, B., Klemm, M.** (2021). OpenMP Application Programming Interface.
- [45] **Pons Crespo, M. M.** (2010). Design, Analysis and Implementation of New Variants of Kd-trees. (*Master's thesis, Universitat Politècnica de Catalunya*).

Url-1: TRUBA Kullanıcı Dökümanları: SU2 Teori Kılavuzu, <https://docs.truba.gov.tr/education/CFD/SU2/theory.html>, Son erişim tarihi:28.11.2022

Url-2: CGAL User Manual: Surface Mesh, https://doc.cgal.org/latest/Surface_mesh/index.html, Son erişim tarihi:28.11.2022

Url-3: CGAL User Manual: Polygon Mesh Processing, https://doc.cgal.org/latest/Polygon_mesh_processing/index.html, Son erişim tarihi:28.11.2022

Url-4: CGAL User Manual: 3D Fast Intersection and Distance Computation (AABB Tree), https://doc.cgal.org/latest/AABB_tree/index.html, Son erişim tarihi: 28.11.2022

- Url-5:** CGAL User Manual: dD Spatial Searching, https://doc.cgal.org/latest/Spatial_searching/index.html, Son erişim tarihi: 28.11.2022
- Url-6:** CGAL User Manual: 3D Convex Hulls, https://doc.cgal.org/latest/Convex_hull_3/index.html, Son erişim tarihi:28.11.2022
- Url-7:** CGAL User Manual: Tetrahedral Remeshing, https://doc.cgal.org/latest/Tetrahedral_remeshing/index.html, Son erişim tarihi: 28.11.2022
- Url-8:** Introductory Guide to AABB Tree Collision Detection, <https://www.azurefromthetrenches.com/introductory-guide-to-aabb-tree-collision-detection/>,
Son erişim tarihi: 28.11.2022



EKLER

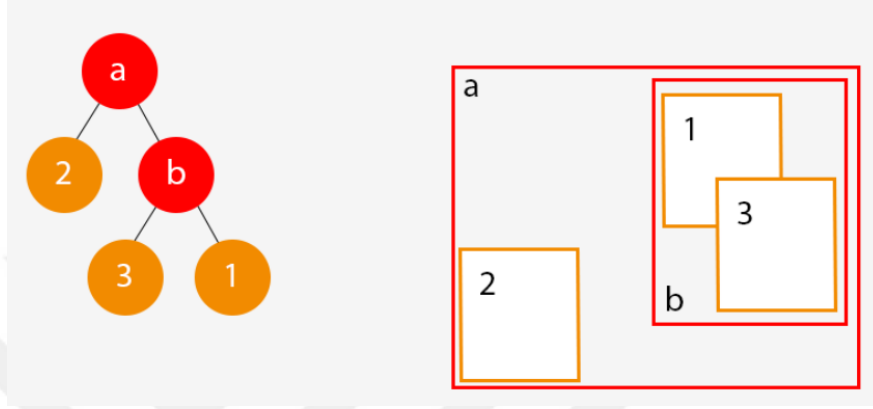
EK 1 : AABB Ağaç Algoritması

EK 2 : K-Dimensional Ağaç Algoritması



EK 1: AABB Ağaç Algoritması

AABB (An Axis-Aligned Bounding Box) ağaç algoritması ikili (ing. binary) bir ağaç veri yapısıdır. Algoritma; çarpışmaları, kesişmeleri algılamak ve mesafe sorgularını yapmak için oldukça yararlıdır. Tez kapsamında hesaplanan akım çizgilerinin yüzeye yansıtılması amacıyla mesafe sorgulama işlevinde kullanılmaktadır.

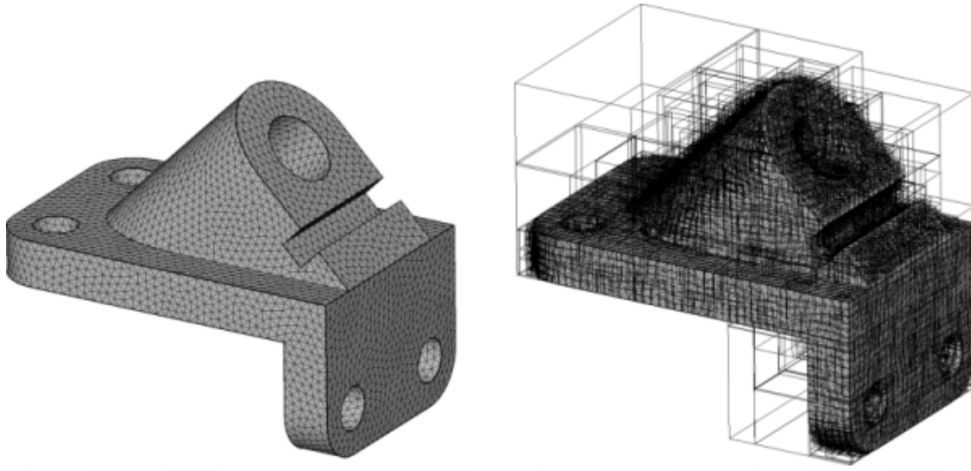


Şekil Ek.1: 2B AABB ağaç algoritması şeması [Url-8].

Şekil Ek.1 ile sunulduğu üzere 2B ağaç algoritması; kök düğüm, bu düğüme bağlı sonlu sayıda düğümler ve düğümleri birbirine bağlayan dalları olan bir veri modelidir. AABB ağaç algoritması aksel olarak hizalanmış kutular ile parçalara ayrılmış ve bir düğümün en fazla iki alt düğümünün (ikili) olduğu bir yapıya sahiptir. Algoritmada alt düğümler, üst düğümlerin içinde yer almakta ve uzaklık, keşim gibi bir inceleme yapıldığında üst düğümlerden başlanılarak sorgulama yapılması sayesinde ilgisiz düğümler incelenmeyerek, zaman kazancı sağlanmaktadır. Ağaç algoritmasında aksel hizalı kutular iki ve üç boyutlu olmaları fark etmeksizin iki uç nokta ile ifade edilebilmektedirler [Url-8].

AABB ağaç algoritması yüzey çözüm ağı hücrelerini ifade etmek için kullanıldığında (Şekil Ek.2) ise CGAL Surface_mesh yapısı sayesinde indeks değerleri ile ifade edilebilen yüzey çözüm ağı, üçgensel hücrelerini içeren kutulara ayrılmakta ve kutular yukarıda aktarılan hiyerarşik yapı şeklinde en uzun eksen boyunca sıralanmaktadır. Bir noktanın çözüm ağına uzaklığı sorgulandığında; öncelikle üst düğümler özelinde bir karşılaştırma yapılmakta, ardından alt düğümler incelenmektedir. Bu sayede her düğümün tek tek kontrol edilmesine gerek kalmadığından zaman kazancı sağlanmaktadır. CGAL AABB ağaç algoritması

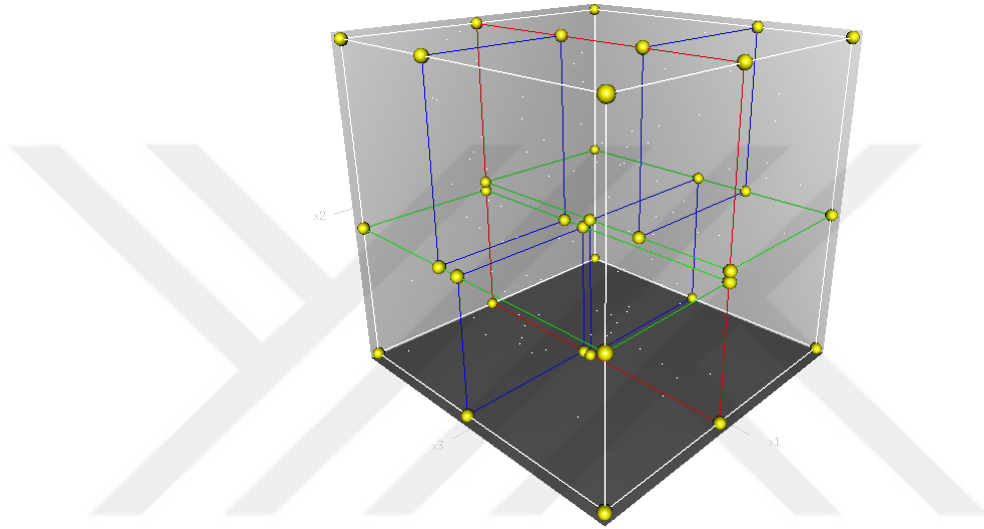
fonksiyonu kullanıldığında en yakın nokta koordinatı, noktayı içeren yüzey numarası ve uzaklığın karesi gibi bilgiler elde edilebilmektedir [Url-4].



Şekil Ek.2: 3B AABB ağaç yapısı [Url-4].

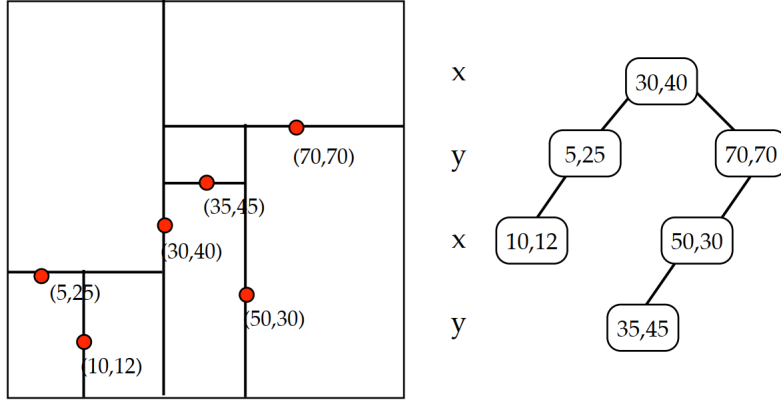
EK 2: K-Dimensional Ağaç Algoritması

Bentley tarafından önerilen K-Dimensional ağaç yapısı, noktaları k-boyutlu bir uzayda ifade etmek için kullanılan, ikili (ing. binary) bir ağaç veri yapısıdır. Yapı k-boyutlu uzayda belirtilen bir geometrik yapıya en yakın noktanın tespit edilmesi, geometri içinde ve dışında kalan noktaların tespiti ve çeşitli arama işlemleri gibi birçok uygulamada sıklıkla kullanılmaktadır. Algoritma ismini, kullanılan nokta boyutuna göre K-Dimensional olarak almaktadır [45].



Şekil Ek.3: 3B K-Dimensional ağaç yapısı [Url-5].

Tez kapsamında üç boyutlu noktalar ile işlem yapılacağı için üç boyutlu uzayda ağaç yapısı kullanılmaktadır (Şekil Ek.3). Ancak ilgili bölümde ağaç yapısı genel mantığının daha rahat ifade edilebilmesi açısından algoritma iki boyutlu düzlem üzerinden aktarılmaktadır. K-Dimensional ağaç yapısı temel olarak yapı içerisinde bulunan her bir noktanın uzayı iki parçaya ayırmasına dayanmaktadır. İki boyutlu uzayda noktalar düzlemi çizgi ile bölerken, üç boyutlu uzayda düzlem ile bölmektedirler. İki parçaya bölünen yapıda geri kalan noktalar, sağ ve sol tarafta kalan noktalar şeklinde ayrılmakta ve bu şekilde ağaç yapısı şekillendirilmektedir.

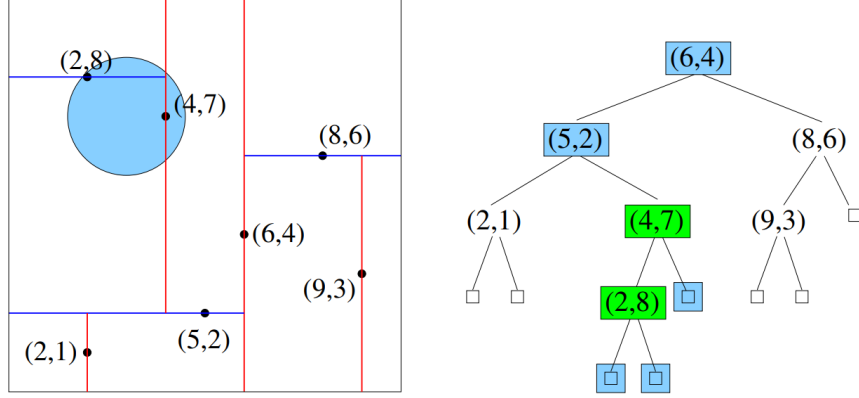


Şekil Ek.4: 2B K-Dimensional ağaç yapısı [45].

İki boyutlu örnek ağaç yapısı Şekil Ek.4 ile sunulmaktadır. Yapıda öncelikle ana nokta (30,40) belirlenmiş ve noktanın x-ekseninden geçen bir çizgi ile düzlem iki parçaya ayrılmıştır. Ardından ilk olarak ana nokta ve x-ekseni kullanılarak uzay bölündüğü için y-ekseni baz alınarak bölme işlemi yapılabilmesi için alt noktalar belirlenmiştir (5,25 ve 70,70). Noktaların x-ekseni koordinat değerleri ana nokta x değeri ile karşılaştırılarak, sağ ve sol alt noktalar seçilmektedir. Bu doğrultuda x değeri küçük olan nokta sağ alt nokta (5,25) ve büyük olan nokta sol alt nokta (70,70) olarak belirlenmekte ve y-eksenlerinden geçen çizgiler oluşturularak, düzlem bölünmektedir. Bu şekilde tüm noktalar öncelikle bir üst nokta bölme eksenini koordinat değeri ile karşılaştırılarak, sağ ve sol alt nokta olarak sınıflandırılmakta ve daha sonra farklı bir bölme eksenini ile uzayı bölmektedir [45].

Aktarılan yöntem ile ağaç yapısı oluşturulmaktadır. Oluşturulan ağaç yapısının tez kapsamında ifade edildiği şekilde, belirli bir geometrik şekil içerisinde bulunan noktaların tespit edilmesinde kullanılması gerekmektedir. Bu kapsamda Şekil Ek.5 ile 2B düzlem üzerinde belirtildiği üzere öncelikle geometrik şekil uzayda ifade edilmektedir. Şekilde geometrik cisim mavi daire şeklinde (merkez noktası 3,7 koordinatında yer alan 1.5 yarıçaplı daire) ifade edilmiş ve önceki bölümde aktarıldığı üzere ağaç veri yapısı ilgili noktalar ile oluşturulmuştur. Ardından daire merkezi ile noktalar arasındaki uzaklık değerinin, daire yarıçapından küçük olduğu tespit edilen noktaların daire içerisinde yer aldığı belirtilmektedir. Bu doğrultuda ağaç veri yapısı öncelikle ilk katman (ana nokta) ele alınarak, sırasıyla katmanlar boyunca incelenmektedir. Her katman için alt noktalar değerlendirilerek, ilgili dairenin sağ

veya sol alt bölgelerin hangisinde yer aldığı tespit edilmektedir. Ardından dairenin bulunduğu alt bölgelerden devam edilerek, daire içinde yer alan noktaların tespiti gerçekleştirilmektedir. Şekilde ilerlenen alt bölge noktaları mavi ve daire içerisinde yer alan noktalar yeşil renk ile gösterilmektedir. Tez kapsamında benzer şekilde üç boyutlu uzayda veri yapısı oluşturulmakta ve küre ile ifade edilen şekil içerisinde bulunan üç boyutlu noktaların tespiti yapılmaktadır [Url-5].



Şekil Ek.5: 2B K-Dimensional ağaç yapısı üzerinde yarıçap mesafesine bağlı sıralama algoritması [45].

