

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**GÜRBÜZ KARARLILIK VE GÜRBÜZ PERFORMANS ODAKLI KONTROL
TEORİSİ GELİŞTİRİLMESİ VE UYGULAMALARI**

DOKTORA TEZİ

Burak KÜRKÇÜ

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Coşku KASNAKOĞLU

Ocak 2019

Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

.....
Prof. Dr. Osman EROĞUL
Müdür

Bu tezin Doktora derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığımı onaylarım.

.....
Doç. Dr. Tolga GİRİCİ
Anabilimdalı Başkanı

TOBB ETÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 141217010 numaralı Doktora öğrencisi **Burak KÜRKCÜ**'nün ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**GÜRBÜZ KARARLILIK VE GÜRBÜZ PERFORMANS ODAKLI KONTROL TEORİSİ GELİŞTİRİLMESİ VE UYGULAMALARI**” başlıklı tezi **30.01.2019** tarihinde aşağıda imzaları olan jüri tarafından kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı: **Prof. Dr. Coşku KASNAKOĞLU**
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Jüri Üyeleri: **Prof. Dr. Bülent TAVLI (Başkan)**
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Prof. Dr. Hitay ÖZBAY
Bilkent Üniversitesi

Doç. Dr. Tolga GİRİCİ
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Ali Türker KUTAY
Orta Doğu Teknik Üniversitesi

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Burak Kürkçü

ÖZET

Doktora Tezi

GÜRBÜZ KARARLILIK VE GÜRBÜZ PERFORMANS ODAKLI KONTROL TEORİSİ GELİŞTİRİLMESİ VE UYGULAMALARI

Burak Kürkçü

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Coşku Kasnakoğlu

Tarih: Ocak 2019

Bu tez çalışmasının kapsamı, bozucu-etki/belirsizlik tahmincisine dayalı kontrol sistemleri için açık bir problem olan gürbüz kararlılık, performans ve bant genişliği gereksinimlerinin açık matematiksel ifadelerle elde edilmesidir. Bu problem, tek-giriş-tek-çıkışlı (TGTC) doğrusal sistemler, çok-giriş-çok-çıkışlı (ÇGÇÇ) doğrusal sistemler, minimum/minimum-olmayan fazlı sistemler ve doğrusal olmayan sistemler olarak dört kategoriye ayrılabilir. Tezde, bu açık problemi çözmek için bozucu-etki/belirsizlik tahmincisine dayalı gürbüz kontrol yaklaşımları ele alınmıştır. Verilen tüm durumlar için gürbüz kararlılık, performans ve bant genişliği gereksinimi için açık matematiksel ifadeler türetilmiştir. Önerilen yapı ve geliştirilen teorinin TGTC ve minimum-olmayan fazlı kısmı, pan-tilt sistemi ve rotasyonel bir mekanik sistem üzerinde doğrulanmıştır. Teorinin ÇGÇÇ kısmı, yanal ve boylamsal kanalları arasında önemli kenetlenmelere sahip olan özel bir uçak için tam ölçekli bir otopilot sistemi ile doğrulanmaktadır. Bozucu-etki/belirsizlik tabanlı integral kayan kipli kontrol sistemi için, doğrusal-benzeri gösterimi aracılığı ile analitik gürbüzlük ifadeleri ortaya atılmıştır. Önerilen metodoloji, yüksek hassasiyetli bir gimbal kontrol uygulamasında deneysel olarak gösterilmiştir. Literatürdeki en son yöntemlerle yapılan karşılaştırmalar, tez çalışması kapsamında önerilen yöntemin dikkat çekici performans ve gürbüzlük avantajları getirdiğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Gürbüz kontrol, Bozucu-etki/Belirsizlik gözleyicisi, Kayan kipli kontrol, Gürbüz kararlılık, Gürbüz Performans, \mathcal{H}_∞ -Sentezlemesi.

ABSTRACT

Doctor of Philosophy

DEVELOPMENT OF ROBUST STABILITY AND ROBUST PERFORMANCE BASED CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Burak Kürkçü

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Coşku Kasnakoğlu

Date: January 2019

An open problem in disturbance/uncertainty estimator based control is to obtain explicit mathematical expressions for robust stability, performance, and bandwidth requirement. This problem can be divided into four categories as single-input-single-output (SISO) linear systems, multi-input-multi-output (MIMO) linear system, minimum/non-minimum phase systems, and nonlinear systems. In this thesis, a disturbance/uncertainty estimator based robust control approaches are studied to resolve this open problem respectively. Explicit mathematical expressions for robust stability, performance and bandwidth requirement are derived for all cases. The SISO and non-minimum phase parts of the theory are verified on a pan-tilt system and a rotary mechanical system. The MIMO part of the theory is verified on a full scale autopilot for a custom aircraft with significant couplings among its lateral and longitudinal channels. Moreover, an integral sliding mode controller is built and integrated into the robustness analysis via its quasi-linear representation. The proposed methodology is experimentally verified on a high-precision gimbal control application. Comparisons with state-of-the art methods in literature show noticeable performance and robustness improvements.

Keywords: Robust control, Disturbance/Uncertainty estimator, Sliding mode control, Robust stability, Robust performance, \mathcal{H}_∞ -Synthesis.

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasının her aşamasında engin tecrübesini, zamanını, desteğini ve hoşgörüsünü benden esirgemeyen, karşılaştığım her zorlukta beni yönlendiren, bu tez çalışmasının teknik olarak yapılmasını sağlayan ve her zaman bana karşı çok sabırlı olan değerli hocam Prof. Dr. Coşku KASNAKOĞLU'na teşekkürü bir borç bilirim. Bu anlamda, tüm saygımı hak eden az sayıdaki insanlardan birisidir. Ayrıca, doktora çalışmalarım boyunca daha iyi bir iş ortaya çıkarmam için harcamış olduğu uzun saatler nedeni ile sonsuz şükranlarımı sunuyorum.

Kıymetli vakitlerini ayırıp tez savunmama katılan, tezi okuyan ve yapmış oldukları çok değerli yorumlarla çalışmalarımı bir üst basamağa taşıyan değerli bilim insanları ve saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Hitay ÖZBAY'a, Prof. Dr. Bülent TAVLI'ya, Doç. Dr. Tolga GİRİCİ'ye, Dr. Öğr. Üyesi. Ali Türker KUTAY'a ve tez izleme kurulumda yer alan Doç. Dr. Ender CİGEROĞLU'na teşekkürü bir borç bilirim.

Doktora çalışmalarım boyunca desteklerini hiçbir zaman benden esirgemeyen çok sevgili arkadaşlarım Mustafa KARAKURT ve ailesine, M. Sami BÜYÜKSARIKULAK ve ailesine, Faruk YURTSEVER ve ailesine, Mustafa KARABULUT ve ailesine, Hasan HAMZAÇEBİ ve ailesine, Mehmet İSLAM ve ailesine teşekkür ederim. Benim için yapmış olduklarınızı hep hatırlayacağım.

Kıymetli tecrübelerinden faydalandığım TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Elektrik-Elektronik Bölümü öğretim üyelerine ve bana doktora çalışmalarım boyunca kesintisiz burs desteği sağlayan TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne çok teşekkür ederim.

Beni sevdiğini hissettiren ve sürekli destek olan dayım Hüsamettin OTÇU ve ailesine derin şükranlarımı sunarım. Son olarak, bana her zaman destek olan, yanımdan hiçbir zaman ayrılmayan, beni bugüne kadar büyüten, hayattaki doğruları gösteren, değerini ve anlamını öğreten, en zor günlerimde bana tutunmak için umut veren, çalışmalarım boyunca bazen küçük bir tebessümle bile olsa çıkmaza girdiğim zamanlarda yolumu aydınlatan ve yazarak ifade etmenin mümkün olmadığı hisleri yaşatan değerli eşim İrem KÜRKCÜ'ye, kardeşim Esra KÜRKCÜ'ye, annem Saliha KÜRKCÜ'ye ve babam Macit KÜRKCÜ'ye gönülden en derin şükranlarımı sunuyorum ve bu tez çalışmasını onlara ithaf ediyorum.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
KISALTMALAR	xii
SEMBOL LİSTESİ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Literatür Araştırması	2
1.2 Tezin Amacı	6
2. BETK-TABANLI GÜRBÜZ KONTROL SİSTEMİ TASARIMI	8
2.1 Ön Hazırlıklar	8
2.2 TGTC-Sistemler	10
2.2.1 TGTC-sistemler için önerilen BETK yapısı ve özellikleri	10
2.2.2 TGTC-sistemler için kontrol sistemi tasarımı	16
2.2.2.1 Arkaplan bilgisi ve tanımlar	16
2.2.2.2 TGTC-sistemler için \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi ile K_{obs} tasarım prosedürü	18
2.2.2.3 TGTC-sistemler için BETK tabanlı kontrol sistemlerinin sağladığı gürbüzlük avantajları	20
2.2.2.4 TGTC-sistemlerde temel kontrolcü K için \mathcal{H}_∞ tasarımı	25
2.3 ÇGÇÇ-Sistemler	26
2.3.1 ÇGÇÇ-sistemler için önerilen BETK yapısı ve özellikleri	26
2.3.2 ÇGÇÇ-sistemler için kontrol sistemi tasarımı	33
2.3.2.1 ÇGÇÇ-sistemler için \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi ile K_{obs} tasarım prosedürü	33
2.3.2.2 ÇGÇÇ-sistemler için BETK tabanlı kontrol sistemlerinin sağladığı gürbüzlük avantajları	35
2.3.2.3 ÇGÇÇ-sistemlerde temel kontrolcü K için \mathcal{H}_∞ tasarımı	41
2.4 BETK tabanlı IKKK Sistemi	42
2.4.1 IKKK için önerilen BETK yapısı ve özellikleri	42
2.4.2 BETK tabanlı IKKK sistemi için kontrol sistemi tasarımı	42
2.4.2.1 Model-eşleme yöntemi ile K_{obs} için \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi tasarım prosedürü	43
2.4.2.2 Kontrol sistemi K için IKKK tasarımı	46
2.4.2.3 IKKK sisteminin doğrusal-benzeri gösterimi	54
2.4.2.4 BETK-tabanlı IKKK sistemlerin gürbüzlük avantajları	56
2.5 μ -Sentezleme	57

3. UYGULAMA VE SİMÜLASYON ÖRNEKLERİ	60
3.1 Minimum-olmayan Fazlı TGTC Sistemler	60
3.1.1 Pan-tilt sistemi kontrolü	60
3.1.2 Rotasyonel mekanik sistem kontrolü	66
3.2 ÇGÇÇ Sistemler: Uçuş Kontrol Sistemi Tasarım Örneği	67
3.2.1 Uçak dinamiği	67
3.2.2 Simülasyon sonuçları	70
3.2.2.1 BETK tabanlı \mathcal{H}_∞ kontrol sistemi	73
3.2.2.2 μ -sentezleme tabanlı kontrol sistemi ile kıyaslama	73
3.3 BETK Tabanlı IKKK Sistemler: Gimbal Kontrol Örneği	79
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	84
KAYNAKLAR	86
ÖZGEÇMİŞ	94

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1: Genel BEBTG yapısının şeması [39]	4
Şekil 2.1: Önerilen kontrol sisteminin genel yapısı.	11
Şekil 2.2: Tahmin <i>performansı</i> ve BBT yapısının temel prensibinin örnek bir tamamlayıcı hassaslık fonksiyonu ile temsili.	13
Şekil 2.3: TGTÇ Nominal ve perturbe sistemler için blok diyagramları.	14
Şekil 2.4: TGTÇ sistemler için K_{obs} sentezlemesi için blok diyagramları.	19
Şekil 2.5: TGTÇ sistemler için K sentezlemesi için blok diyagramları.	25
Şekil 2.6: ÇGÇÇ sistemler için önerilen kontrol sisteminin genel yapısı.	28
Şekil 2.7: ÇGÇÇ-Nominal ve perturbe sistemler için blok diyagramları.	30
Şekil 2.8: ÇGÇÇ sistemlerde K sentezlemesi için blok diyagramları.	33
Şekil 2.9: ÇGÇÇ-Sistemlerde K sentezlemesi için blok diyagramları.	41
Şekil 2.10: IKKK bloğu K sisteminin iç yapısı	54
Şekil 2.11: μ -sentezleme için kontrol sistemi şeması.	57
Şekil 3.1: Pan-tilt sistemi ve gerçek-zaman hedef makinası.	61
Şekil 3.2: Deneysel veriler için sistemin bağıl hataları: Birinci dereceden sınırlı gürbüzlük fonksiyonu W_T ve yeni gürbüzlük fonksiyonu \hat{W}_T	61
Şekil 3.3: Bozucu-etki profilinin genlik spektrumu.	62
Şekil 3.4: Bozucu-etki/belirsizlik tahmincisi ve nominal sistem için hassaslık ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları.	63
Şekil 3.5: Farklı yükler için çeşitli frekanslardaki tahrik altında BBT’li/BBT’siz sistemin çıkışları.	64
Şekil 3.6: BBT’li/BBT’siz durumlar için gürbüz kararlılık/performans koşulları karşılaştırması.	65
Şekil 3.7: Önerilen yöntem, EGB yaklaşımı ve klasik PID için açısız yer değiştirme karşılaştırılması.	65
Şekil 3.8: Rotasyonel mekanik sistem için sürekli bozucu-etkiler altında basamak-giriş tepkisi.	67
Şekil 3.9: Doğrusallaştırılmış uçak modelinin frekans cevabı.	72
Şekil 3.10: Çarpımsal belirsizlik modeli.	74
Şekil 3.11: BETK için giriş hassaslık ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları.	74
Şekil 3.12: Gürbüz kararlılık/performans sonuçlarının karşılaştırılması.	74
Şekil 3.13: BETK tabanlı kontrol uygulanan uçak için doğrusal olmayan simülasyon sonuçları.	75
Şekil 3.14: BETK tabanlı kontrol sisteminin kontrol yüzeylerine uyguladığı kontrol girişleri.	76
Şekil 3.15: μ -Sentezleme tabanlı uçağın doğrusal olmayan simülasyon sonuçları.	77
Şekil 3.16: μ -Sentezlemesindeki kontrol girişleri.	78

Şekil 3.17: Gimbal sistemi ve gerçek-zaman hedef makinası.	79
Şekil 3.18: IKKK için hassaslık/tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları	80
Şekil 3.19: Farklı durumlar için kontrol giriş sinyali.	81
Şekil 3.20: IKKK için gürbüz kararlılık/performans durumları: BBT'li/BBT'siz	81
Şekil 3.21: Deney: incelenen yöntemler için açısız yerdeğişim karşılaştırması. .	82
Şekil 3.22: Simülasyon: İncelenen yöntemler için bozucu-etki tahmini kıyaslaması.	83
Şekil 3.23: Anahtarlama değişkeni $\sigma(t)$	83



ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1: Uçağın Kütle, Geometri ve Sınır Değişkenleri.	70
Çizelge 3.2: Uçağın kararlılık türevleri.	71



KISALTMALAR

TGTC	: Tek-Giriş-Tek-Çıkış
ÇGÇÇ	: Çok-Giriş-Çok-Çıkış
DKG	: Doğrusal Karesel Gauss
DTK	: Döngü Transfer Kurtarımı
SYD	: Sağ Yarı Düzlem
KKK	: Kayan Kipli Kontrol
IKKK	: İntegral Kayan Kipli Kontrol
BETK	: Bozucu-Etki Tabanlı Kontrol
BEBTG	: Bozucu-Etki/Belirsizlik Tahmini ve Giderimi
OIT	: Oransal-İntegral-Türev
BTAK	: Bozucu-Etki Tatbik Kontrolü
BGG	: Bilinmeyen Giriş Gözleyicisi
PG	: Pertürbasyon GÖzleyicisi
EGB	: Eşdeğer Giriş Bozucu-Etki
GDG	: Genişletilmiş Durum Gözleyicisi
BELBT	: Belirsizlik ve Bozucu-Etki Tahmincisi
BEG	: Bozucu-Etki Gözleyicisi
GOIG	: Genelleştirilmiş Oransal-İntegral Gözleyici
ABGK	: Aktif Bozucu-Etki Giderim Kontrolü
KHBOK	: Kompozit Hiyerarşik Bozucu-Etki Önleme Kontrolü
GK	: Gürbüz Kararlılık
GP	: Gürbüz Performans
BG	: Bant Genişliği
DZD	: Doğrusal Zamanla Değişmez
BBT	: Bozucu-etki/Belirsizlik Tahmincisi
TEB	: Toplam-Eşdeğer-Bozucu-Etki
BKB	: Belirsizlik Kaynaklı Bozucu-Etki
DKT	: Doğrusal Kesirsel Transformasyon

SEMBOL LİSTESİ

Bu çalışmada kullanılan simgeler ve açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
\mathbb{R} ve \mathbb{C}	gerçek ve kompleks sayılar alanı
$\mathbb{R}^{n \times m}$	$n \times m$ 'lik gerçek matrisler
\in	elemandır
$:=$	tanımlıdır
L_1	tüm integrallenebilir fonksiyonlar kümesi
L_∞	tüm sınırlı fonksiyonlar kümesi
\mathbf{A}^\dagger	\mathbf{A} matrisinin sahte-terisi
\mathbf{A}^T ve \mathbf{A}^*	\mathbf{A} matrisinin transpozu ve kompleks-eşlenik transpozu
\mathbf{A}^{-1}	\mathbf{A} matrisinin tersi
\mathbf{I}	uygun boyutlu birim matris
Δ	kararlı ve yapısal olmayan belirsizlik fonksiyonu
(M_{ik}, ϕ_{ik})	ω_i frekansı ve k ncı deney için genlik-faz çifti ölçümü
(M_i, ϕ_i)	nominal sistem için genlik-faz çifti
$\text{Re}(a)$	$a \in \mathbb{C}$ 'nin gerçek kısmı
$\mathcal{L}_\infty(j\omega)$	∞ dahil $\text{Re}(s) = 0$ üzerindeki sınırlı fonksiyonlar
\mathcal{H}_∞	$\text{Re}(s) > 0$ içindeki $\mathcal{L}_\infty(j\mathbb{R})$ analitik fonksiyonlar kümesi
Ω	tüm kararlı, düzgün ve gerçek değerli transfer fonksiyonları kümesi
$ a $	$a \in \mathbb{C}$ 'nin mutlak değeri
$\ \mathbf{A}\ _2$	transfer matrisi \mathbf{A} 'nın \mathcal{H}_2 normu
$\ \mathbf{A}\ _\infty$	transfer matrisi \mathbf{A} 'nın \mathcal{H}_∞ normu
$a \subset b$	a kümesi b kümesinin bir alt-kümesidir
$\mathcal{F}_1(G, K)$	alt-DKT
$\bar{\sigma}(\mathbf{A})$	\mathbf{A} 'nın en yüksek tekil değeri
$\sigma_i(\mathbf{A})$	\mathbf{A} 'nın i nci tekil değeri
$\underline{\sigma}(\mathbf{A})$	\mathbf{A} 'nın en küçük tekil değeri
σ	kayma manifoldu
\mathbf{D}	türevleme operatörü
V	Lyapunov fonksiyonu
$\dot{\mathbf{A}}$	\mathbf{A} 'nın zamana göre türevi
$a^{(k)}$	a 'nın k adet türevi

1. GİRİŞ

Mühendislik sistemleri için kontrol sistemleri tasarımında, gürbüzlük(robustness), bozucu-etki(disturbance) giderimi(rejection) ve performans karakteristiği başlıca konulardandır. Bilim ve teknolojiye ilerlemeler, hızlı ve gürbüz sistemlerin sürekli olarak gelişimini zorlamaktadırlar. Özellikle, mühendislik problemlerindeki ihtiyacı karşılama baskısı sayesinde, araştırmacılar yenilikçi yöntemler ortaya atmaktadır. Kontrol sistem teorisi, ihtiyaçların giderilmesi adına gelişimini düzenli olarak sürdürmektedir. Bu gelişmeleri tarihsel olarak incelemek ise teori ile pratik sistemlerin eşleştirilmesinde önemli bir araç olarak görülebilir. 1970'lerin sonlarına doğru, John C. Doyle, klasik Doğrusal Karesel Gauss(LQG) (DKG) regülatör yaklaşımının model değişimi altında oldukça zayıf kaldığını göstermiş [1] ve bu problemin giderilmesi için döngü transfer kurtarım(LTR) (DTK) metodunu ortaya atmıştır [2, 3]. Ancak DTK metodu bazı durumlar için elverişli değildir. Özellikle minimum-olmayan fazlı sistemlerde DTK metodunun gürbüzlük özellikleri kaybolmaktadır [4]. Bu ve yukarıda anlatılan temel tasarım prensiplerine uygun bir kontrol sistemi metodu için ise 1980'li yılların başında Zames, \mathcal{H}_∞ optimizasyon yaklaşımını ortaya atmıştır [5]. Bu yaklaşım sayısız birçok avantajın yanı sıra yıllar içerisinde birçok farklı araştırmacı tarafından geliştirilmiş ve mühendislik sistemlerine uygulanmıştır [6–8]. Bahsedilen çalışmalar, gürbüz kontrol sistemi tasarım problemini, sınırlı(bounded) belirsizlik(uncertainty) altında çözebilmektedir.

Ancak, yukarıda bahsedilen metodların bazı cebirsel ve analitik sınırları vardır. Bu sınırlar yüzünden başarılı olacak kontrol sisteminin performans ve gürbüzlük özellikleri de benzer şekilde sınırlıdır [9]. Bu sınırlandırmalar (ki bunlar arzulanan tasarım gerekliliklerinin sağlanmasını zor veya imkansız kılabilir) ise sağ yarı düzlem(right-half-plane) (SYD) sıfırlarının sayısı/yeri, belirsizlikler ve modellenemeyen dinamikler olarak özetlenebilir. Ayrıca, bozucu-etkiler ve belirsizlikler hakkında tasarımcı genellikle çok sınırlı bir bilgiye sahiptir. Bu problemlerle başa çıkılabilmesi için birçok farklı tasarım yöntemi literatürde önerilmektedir. Bu yöntemler temel olarak iki ana grup altında toplanabilir. İlk grup geniş bir doğrusal ve doğrusal olmayan(nonlinear) kontrol sistem tasarımı yaklaşımıdır. Bu metodların genel prensipleri ise bozucu-etkilerin ve belirsizliklerin sistem cevabına etkisini azaltmak için kontrol sisteminin hassasiyetinin(sensitivity) artırılmasıdır tabii ki bu sırada sistemin gürbüz davranışının da devam etmesi amaçlanmaktadır.

Bu amaç için karşımıza çıkan en yaygın yöntemlerin başında \mathcal{H}_∞ kontrol sistemi gelmektedir. \mathcal{H}_∞ kontrol, çok değişkenli kontrol gibi birkaç farklı gürbüz kontrol problemine uygulanabilen, sistemin hassasiyetini önceden tanımlanmış performans ve gürbüzlük ağırlık fonksiyonları altında şekillendirebilen önemli bir analiz ve

tasarım yöntemidir [7, 9]. Literatürde \mathcal{H}_∞ tabanlı gürbüz kontrol üzerine çeşitli araştırmalar yapılmıştır [10, 11]. \mathcal{H}_∞ kontrol sistem tasarımının başlıca dezavantajları ise, uygulayıcılar/araştırmacılar için çok ciddi bir problem olan karmaşık bir matematiksel yapıya sahip olması, \mathcal{H}_∞ kontrol yöntemlerini kullanarak tasarlanan gürbüz kontrol sistemlerinin yüksek mertebeli olarak elde edilmesi (ki bu durum pratik uygulamalarda çok zorlu bir mesele olarak karşımıza çıkmaktadır) ve tutucu(conservative) sonuçlardır. Ancak tutuculuk, μ -sentezlemesi aracılığı ile (yani, yapısal tekil değerler(structural singular values) ile) azaltılabilir [12]. Bununla birlikte, μ -sentezi tabanlı analiz ve tasarım yöntemleri de karmaşık matematiksel yapılara sahiptir. Bozucu-etkilerin ve belirsizliklerin sistem cevabına etkisini azaltmak için kullanılan diğer bir yaygın yöntem ise kayan kipli kontrol (KKK)(sliding mode control (SMC)) yaklaşımıdır. KKK tasarımı temel olarak iki alt grup altında toplanabilir: (1) kayma yüzeyi tasarımı ve (2) sistem yörüngelerini bu yüzeyde tutmaya çalışan (sonlu zamanda) ve yüzey üzerinde kalmaya zorlayan kontrol kanununun tasarımı. Burada bahsedilen kontrol kanunu sürekli olmayan bir fonksiyondur. Öyle ki KKK değişken yapılı bir kontrol metodudur [13]. KKK metodu 1950'lerdeki Emel'yanov ve arkadaşlarının çalışmalarına kadar uzanmaktadır [14, 15]. Ancak yeterli popülerliğe ve doyumluğa 1970'lerden sonra Utkin [16] ve Itkis [17] ile birlikte kavuşmaya başlamıştır. Özellikle son 30 yılda birçok başarılı teorik ve pratik çalışma literatürde bulunabilmektedir [18–22]. Hassaslık fonksiyonunun ayarlanması ile alakalı başlıca örnekler ise kısıtlı(constrained) uyarlamalı(adaptive) gürbüz kontrol [23], optimize uyarlamalı hareket kontrolü [24], uyarlamalı geri-adım(back-step) kontrolü [25] ve kayan kipli kontrol [26] olarak sıralanabilir. İkinci grup ise bozucu-etki gözleyicisi tabanlı (BGT)(disturbance observer-based) kontrol sistemleri tasarımı metodlarıdır. Bu metodlar genellikle sistem-tersleme(system inversion) üzerine kurulu olup bozucu-etkilerle ilgili olarak bir tahmin vererek bunların sistem davranışı üzerindeki etkilerini minimum seviyede tutmaya yöneliktir [27–29]. Takip eden bölümde, bozucu-etki tabanlı kontrol (BETK) hakkında yapılan önemli çalışmalar ve seviyeleri hakkında literatür araştırması verilecektir.

1.1 Literatür Araştırması

Bozucu etkiler ve belirsizlikler tüm endüstriyel sistemlerde yaygın olarak bulunmaktadır ve kontrol sistemlerinin performansı ve hatta kararlılığı üzerinde olumsuz etkiler yaratmaktadır [30–32]. Beklendiği gibi, bozucu-etki/belirsizlik giderimi, kontrol sistemi tasarımında kilit bir amaçtır. Bozucu-etkiler ölçülebilir olduğunda, ileri-besleme yapısının, bozucu-etkilerin tesirini azaltabileceği veya ortadan kaldıracabileceği iyi bilinir [33, 34]. Bununla birlikte, harici kaynaklı bozucu-etkiler genellikle doğrudan ölçülemez. Bu problemin üstesinden gelmek için, bozucu-etkilerin (veya sistem üzerindeki tesirlerinin) ölçülebilir değişkenler vasıtası ile tahmini akla gelmektedir. Bu işlemin ardından bozucu-etki tahminine dayanarak bir kontrol sistemi tasarlanabilir. Bu temel fikir, belirsizlikleri veya modellenmemiş dinamikleri, bir tür bozucu-etki olarak düşünerek baş etmek için sezgisel olarak genişletilebilir. Sonuç olarak, bozucu-etkilere benzer bir şekilde, belirsizliklerin etkisi de ortadan kaldırılabilir ve sistem gürbüzlüğü geliştirilebilir [35, 36]. Bu

durum, araştırmacılar ve uygulayıcılar tarafından bağımsız olarak, çok çeşitli bozucu-etki/belirsizlik giderim algoritmalarının geliştirilmesini ve uygulanmasını motive eder.

Her ne kadar farklı isimler altında ve farklı bakış açıları ile geliştirilmiş olsalarda, bu algoritmalar/yöntemler benzer bir temel fikri paylaşır, yani bozucu-etkileri veya belirsizlikleri (veya her ikisini de) tahmin etmek için bir gözleyici yapısı tasarlanır. Bu bağlamda, bozucu-etkiler bir kontrol sistemine sadece haricen uygulanan etkileri değil, aynı zamanda modellenmemiş dinamikleri ve parametre bozulmalarını içeren sistemsel belirsizlikleri de ifade eder [31, 32, 37]. Literatürde bu tür tekniklere genel olarak bozucu-etki/ belirsizlik tahmini ve giderimi (BEBTG) ismi verilmektedir.

Bozucu-etkilerin ve belirsizliklerin etkisi genellikle klasik geri-beslemeli(feedback) kontrol sistemi tasarımı ile ele alınabilir. Aslında, belirsizliklerden ve ölçülemeyen bozucu-etkilerden kaynaklanan etkinin azaltılması, bir geri besleme stratejisi geliştirmek ve uygulamak için temel itici güçtür [38]. Bununla birlikte, kontrol sistemleri için kararlılık, performans, takip(tracking), regülasyon(regulation), bozucu-etki giderimi ve gürbüzlük gibi bir takım şartlar vardır. Geleneksel geri besleme diyagramında, aynı zamanda tek-serbestlik-dereceli(one-degree-of-freedom) kontrol yapısı olarak da adlandırılan bazı içsel(inner) tasarım kısıtlamaları olduğu iyi bilinmektedir. Diğerleri arasında en dikkat çekenler, referans takibine karşı bozucu-etki giderimi ve gürbüzlüğe karşı nominal performanstır. BEBTG teknikleri bu kısıtlamaları ele almak için umut verici bir yaklaşım sunar. BEBTG kavramını açıklamak ve karşılaştırmalar için bir kıyaslama yöntemi olarak farklı yaklaşımlar arasından BETK yöntemi seçilmiştir. BETK yönteminin seçim nedeni ise:

1. En yaygın olarak kabul edilen ve uygulanan BEBTG yöntemlerinden biridir,
2. Anlaşılması kolay ve oldukça sezgiseldir,
3. Diğerleriyle karşılaştırıldığında, kararlılık analizi ve diğer özellikleri hakkında daha kesin sonuçlar mevcuttur (örneğin, [32]).

BEBTG yapısının arkasındaki temel fikir Şekil 1.1 ile verilmektedir. Burada $G(s)$ gerçek fiziksel sistem, $G_n(s)$ kontrol tasarımı için seçilmiş nominal sistem, $Q(s)$ kararlı bir filtre, c kontrol sistemi çıkışı, u sisteme uygulanan toplam kontrol girişi, y sistem çıkışı, y_r referans sinyali, \bar{y} ölçülen çıkış, n ölçüm gürültüsü, d harici bozucu-etkiler, d_l tümleşik bozucu-etkiler (belirsizlik, modellenmemiş dinamikler, bozucu-etkiler), \hat{d}_l tümleşik bozucu-etki tahmini olarak tanımlanır.

Şekil 1.1 ile anlaşılacağı üzere, bozucu-etki ve belirsizliğin yokluğunda (yani, nominal $G_n(s)$ sistemin gerçek fiziksel sistem $G(s)$ sistemi ile aynı olduğu durumda), bozucu-etki/belirsizlik tahmin döngüsünün aktif olmadığı kolaylıkla gösterilebilir. Bu nedenle, dayanak(baseline) kontrol sistemi $C(s)$, takip performansı özelliklerine ve kararlılığa göre tasarlanırken, iç-döngü(inner-loop) bozucu-etkileri/belirsizlikleri tahmin edip gidermek için tasarlanmıştır. Bu iki bağlayıcı gereklilik, normal geri-besleme döngüsünü ve bozucu-etki gözleyici döngüsünü ayrı ayrı tasarlayarak sağlanabilir [32]. Bu iki döngünün ayrılabilirliği ve farklı görevlerde kullanılabilirliği, bahsedilen BETK

uygulamaların gerisindedir [39]. Tecrübe ve deneme-yanılmaya dayalı tasarımlar, belirli sistem sınıfları için bozucu-etki/belirsizlik tahmin edici kontrol sistemlerinin başarıyla tasarlanmasında önemli bir rol oynamaktadır [54]. Ancak son zamanlarda tüm-döngülerde kararlılık(all-stabilizing) gibi teorik özellikleri analiz etmeye yönelik araçların geliştirilmesi de hız kazanmıştır [55]. Ayrıca, bu BEBTG yöntemleri farklı endüstriyel sektörlerde ve farklı uygulamalar üzerinde çalışan araştırmacılar tarafından geliştirilmektedir. Ancak konunun, güncel olarak, araştırmacıların ilgisini çekmesi nedeni ile BEBTG kapsamında benzer fikirler de önerilmektedir.

Diğer bir taraftan, BEBTG yöntemleri, büyük ölçüde çeşitli endüstrideki uygulama ihtiyaçlarına göre geliştirildiğinden, geniş bir uygulama yelpazesi bulunmaktadır. BEBTG için bazı tipik uygulamalar aşağıdaki ana başlıklar altında özetlenmiştir.

1. **Mekatronik Sistemler:** Mekatronik sistemlerde performans ve hassasiyete olan talep giderek artmaktadır. Takip hassasiyeti, genellikle harici bozucu-etkilerden dolayı azalmaktadır. Bu harici bozucu-etkiler; belirsiz tork bozucular, yük kaynaklı tork değişimleri, bir manyetik raylı trende(maglev) yatay pozisyondaki titreşimler ve mil sürtünmeleri olarak özetlenebilir [50, 51, 56, 57]. Ayrıca, bu mekanik sistemlerin kontrol performansları, çalışma koşullarındaki sistem parametrelerindeki değişikliklerin ve modellenememiş dinamiklerin etkilerine de tabidir. BETK ve ilgili teknikler, bu iç ve dış bozucu-etkiler/belirsizliklerle başa çıkma konusunda umut verici bir yaklaşım sağlar ve endüstriyel robot manipülatörleri [49, 58], hareket servo sistemleri [35, 51], güç dönüştürücüleri [59] ve disk sürücü sistemleri [60] gibi çeşitli mekanik ve elektriksel sistemlere uygulanmaktadır.
2. **Kimyasal Sistemler:** Petrol, kimya ve metalurji endüstrisi olarak süreç(process) kontrol topluluklarında, üretim süreçleri genellikle ham madde kalitesindeki değişiklikler, üretim yükündeki değişiklikler ve karmaşık üretim ortamı değişiklikleri gibi bozucu-etkilerden etkilenir. Ek olarak, farklı üretim süreçleri arasındaki etkileşimler çok yönlüdür ve hassas bir şekilde analiz edilmesi zor olabilir. Bu faktörler ve kombinasyonları genellikle üretim kalitesinin önemli miktarda düşmesi ile sonuçlanır. Bu problemlerle başa çıkmak için BETK ve ilgili yöntemler uygulanmıştır. Başlıca örnekler kimyasal reaktörler [61, 62], ısı eşanjörü [63], sıkma(extrusion) işlemi [64] ve bilyalı değirmen öğütme devreleri [65, 66] şeklinde sıralanabilir.
3. **Havacılık Sistemleri:** BETK ve ilgili teknikler aynı zamanda füze sistemleri [67–69], otopilot sistemleri [10] ve hipersonik uçaklar [70] gibi havacılık ve uzay mühendisliğinde geniş bir uygulama alanı bulmuşlardır. Bu uygulamalarda temel amaç, rüzgarlar, modellenmemiş dinamikler veya aerodinamikteki belirsizliklerin neden olduğu bozucu-etkiler ile başa çıkmaktır [67]. NASA'nın ihtiyacı doğrultusunda, BTAK yönteminin erken gelişimi, Hubble Uzay Teleskobunun işaretleme doğruluğunu(pointing accuracy) iyileştirmek için de kullanılmıştır [71]. İşaretleme sistemlerinin kontrolü ile ilgili bir diğer örnek ise [72] içinde mevcuttur. Kompozit hiyerarşik bozucu-etki önleme kontrolü (KHBOK) (Composite hierarchical anti-disturbance control (CHADC)) yöntemi

ise, Mars gezegenine hassas iniş ve esnek-uzay gemisinin uçuş kontrolü için uygulanmıştır [73].

Yukarıda anlatılan yöntemler, bozucu-etkiler için iyi bir tahmin sağlmasına rağmen genellikle limitleri vardır ve özel bazı sistem sınıfları için geçerlidir. Ek olarak gürbüz kararlılık için garanti ettikleri analitik bir ifade yoktur.

Tüm gelişmelere ve uygulamalara rağmen, BEBTG yöntemleri hala olgun olmaktan uzaktadır. Bu alanda hala çok fazla kafa karışıklığı ve yanlış anlaşılma mevcuttur. Her ne kadar yüksek miktarda uygulama, yöntemin potansiyelini göstermiş olsa da, bu yöntemlerin gerçek faydalarını ve eksikliklerini (veya sınırlamalarını) anlamak için daha fazla araştırma yapılması gerekmektedir. Bu konu ile ilgili yapılan güncel bir değerlendirme makalesi, literatürdeki önemli sonuçların toplanmasında büyük bir fayda sağlamıştır [39]. Sonuç olarak, 1990'lı yıllarda ortaya atılan BETK stratejisi üzerinden geçen uzun yıllara rağmen hala birçok açık problem barındırmaktadır ve bu açık problemler [39]'de özetlenmiştir. Özellikle teorik alandaki açık problemleri belirtmek gerekirse:

Teorik araştırmalar hala bu alandaki uygulamaların gerisindedir. Bozucu-etki/belirsizlik tahminindeki temel fikir, bir durum gözleyicisinin ölçülemeyen durumu tahmin etmek için tasarlanması ve bu gözleyici dinamiklerinin, sistemin kapalı-çevrim(closed-loop) dinamiklerinden daha hızlı olmasıdır. Bu durum geçerli olduğu sürece kontrol sistem performansı büyük ölçüde onarılabilir(recover). Bununla birlikte, bu yaklaşımın sınırı nedir veya bu yaklaşımla ne tür belirsizliklerle başa çıkılamaz? Tasarlanmış bir BETK stratejisi ile tümleşik sistem için gürbüz kararlılık ve performans nasıl analiz edilebilir? Ek olarak, tanımlanmış bir belirsizlik düzeyi için, minimum düzeyde kontrol bant genişliği(bandwidth) gerektiren bir strateji nasıl geliştirilebilir?. Ancak, bu soruları tamamen cevaplamak için temel bazı araştırmaların yapılması gerekmektedir. Ayrıca, bahsedilen problemin minimum-olmayan fazlı(nonminimum phase) sistemlerdeki çözümleri de (gürbüz kararlılık/performans, bant-genişliği seçimi vb.) minimum fazlı sistemlerde olduğu gibi hala açık bir problem olarak karşımıza çıkmaktadır [39].

1.2 Tezin Amacı

Literatürdeki çalışmaların birçoğu minimum fazlı sistemler için yapılmıştır. Bu sebepten ötürü çoğu çalışma sistem-tersleme prensibini kullanabilmektedir. Bu durum ise yukarıda tanımlanan açık problemlerin hem minimum fazlı sistemler hemde minimum olmayan fazlı sistemlerde ayrı olarak ele alınması gerekliliğini ortaya koymaktadır. Benzer şekilde, BETK stratejilerinin çoğu TGTC sistemler için geçerliyken, ÇGÇÇ sistemler literatürde sınırlı bir yer tutmaktadır. Bu durumlar göz önüne alındığında, tanımlı açık problemlerin bu perspektifte çözümlenebilmesi elzem bir öneme sahip olmaktadır.

Ek olarak, özellikle BETK ile KKK veya integral-KKK (IKKK)'nın birleştirilerek yeni bir yapıda sunulması ve tasarlanan tüm yapının tanımlı bir belirsizlik

altında gürbüz kararlılık ve gürbüz performans kriterlerini sağlayabilmesi (ki bu sırada çatırtı(chattering) etkilerinin azaltılarak süreksizlik(discontinuity) kaynağı olan fonksiyonların sürekli(continuity) olan fonksiyonlarla değiştirilebilmesi) kontrol teorisinin gelişimi bakımından oldukça önemlidir [74].

Bu tez çalışması kapsamında, özellikle minimum olmayan fazlı sistemlerde dahi çalışabilecek yeni bir BETK yapısı ortaya atılacaktır. Bu BETK yapısı ile TGTÇ yapılar ve ÇGÇÇ yapılar için gürbüz kararlılık ve gürbüz performans kriterleri teorik olarak belirlenecek ve analitik olarak çözümlenecektir. Ayrıca frekans-tabanlı bir gözleyici yapısı kurularak BETK tabanlı tümleşik sistemler için gereken minimum seviye geri-besleme (bantgenişliği) miktarları analitik olarak türetilenecektir. Aynı zamanda ortaya atılacak doğrusal BETK yapısı ile IKKK stratejisi birleştirilerek bütünsel sistemin gürbüz kararlı ve gürbüz performans kriterlerini sağlayan, çatırtı etkilerinin azaltılmış ve sürekli fonksiyonlara sahip melez(hybrid) bir kontrol yapısının oluşturulması hedeflenmektedir. Tez çalışması kapsamında yapılacak işleri aşağıdaki maddeler ile özetleyebiliriz:

1. Tümleşik sistem için Gürbüz Kararlılık (GK), Gürbüz Performans (GP) ve Bant-Genişliği (BG) koşullarının analitik olarak çözümlenmesi,
2. İşlemin iyi bilinen ve yaygın olan (\mathcal{H}_∞ -Sentezlemesi, IKKK vb.) metotlarla yapılabilmesi,
3. Frekansa bağlı bir tahmincinin ayarlanması,
4. TGTÇ ve ÇKÇÇ sistemler için geçerli bir teorisinin geliştirilmesi,
5. IKKK/KKK yapılarına entegre edilmesi ve bu yapıların sahip olduğu dezavantajların giderilmesi,
6. Tümleşik tasarımın minimum fazlı/minimum-olmayan fazlı sistemlere uygun olması,
7. Perturbe sistemin, nominal sistem gibi davranmaya zorlanması,
8. Çeşitli pratik uygulamalar ve simülasyonlar vasıtası ile geliştirilen teorisinin doğrulanması,
9. Önerilen yapının, bilinen gürbüz kontrol yöntemleri ve BETK yapıları ile karşılaştırılması.

2. BETK-TABANLI GÜRBÜZ KONTROL SİSTEMİ TASARIMI

Bu bölümde, önerilen kontrol sistemi yapısı, sırasıyla, ön hazırlıklar, TGTÇ ve minimum olmayan fazlı yapılar için BETK sistemi, ÇGÇÇ yapılar için BETK sistemi ve IKKK yapısı ile entegre tümleşik yapılar için BETK sistemini için açıklanacaktır.

2.1 Ön Hazırlıklar

Doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin genel durum-uzayı gösterimi

$$\begin{aligned}\dot{x}_0(t) &= \mathbf{A}x_0(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{B}_d d(t) \\ y_0(t) &= \mathbf{C}x_0(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

burada $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$, $\mathbf{B}_d \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$, $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$, $y_0(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ ve $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ şeklindedir. Bu sistem, eşleşmemiş(mismatched) sistem olarak adlandırılmaktadır çünkü bozucu-etkiler bilinmeyen bir $\mathbf{B}_d d(t)$ kanalı üzerinden sisteme etki etmektedir [28]. Genel olarak, (2.1) ile verilen sistemi eşleşmiş(matched) bozucu-etkilerin mevcut olduğu sisteme dönüştürmek istenmektedir. Dönüştürülmüş sistemde bozucu-etkiler sistem girişinde toplamsal olarak etki etmektedirler. Bu yaklaşım literatürde EGB olarak isimlendirilmektedir [45, 75].

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}(u(t) + d_{ed}(t)) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\tag{2.2}$$

burada $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ ve $d_{ed}(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ şeklindedir ve EGB olarak isimlendirilen sistemin tanımı aşağıda verilmektedir:

Tanım 1 Sistem (2.1)'in çıkışı $y_0(t)$ ve sistem (2.2)'nin çıkışı $y(t)$ dikkate alındığında, eğer $\forall t \geq 0$ için $y_0(t) = y(t)$ ise bozucu-etki $d_{ed}(t)$ eşdeğer-giriş-bozucu-etkiler (EGB) şeklinde tanımlanır [45].

EGB'nin varlığı belirli bazı varsayımlar altında kanıtlanabilmektedir. Bu varsayımlar ise:

Varsayım 1 \mathbf{B} tam sütun rankına sahiptir ki buda matrisin doğrusal bağımsız sütunlardan oluşmasını gerektirmektedir.

Varsayım 2 $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ matrisleri ile tanımlanmış doğrusal sistemin sanal eksen üzerinde kutup(pole) veya sıfırı(zero) yoktur ayrıca matris (\mathbf{A}, \mathbf{B}) çifti kontrol edilebilirdir(controllable) ve matris (\mathbf{A}, \mathbf{C}) çifti ise gözlemlenebilirdir(observable).

Yorum 1 Nominal sistemin iç(internal) kararlılığını garanti etmek ve sistem çıkışının kalıcı durum hatası olmadan referans komutu takibini sağlamak için Varsayım 2 gereklidir [76].

Varsayım 3 (2.1) üzerinde tanımlı bozucu-etki $d(t)$ sınırlı ve integrallenebilirdir ki buda $d \in L_1 \cap L_\infty$ şeklinde ifade edilir.

(X, σ, μ) bir σ -sonlu ölçü uzayı(finite measure space) olsun, bu durumda L_1 ifadesi integrallenebilir fonksiyonları belirtir, yani $\int_X |f| d\mu < \infty$. Benzer şekilde L_∞ , esas olarak sınırlandırılmış tüm fonksiyonları ifade eder, yani $\exists M \mid |f| \leq M < \infty$. Bu çalışma hemen hemen her yerde tanımlı gerçek fonksiyonlarla ilgilidir, bu nedenle $f \in L_1$ ile $\int_{\mathbb{R}} |f| dx < \infty$ ifadesi $f \in L_\infty$ ile $\text{ess sup}_{\mathbb{R}} |f| < \infty$ ifadesi kastedilmektedir.

Tanım 2 [77] $n \times n_u$ boyutlarındaki bir \mathbf{B} matrisi için terslenebilirlik kavramının genelleştirilmiş haline o matrisin sahte-tersi(pseudo-inverse) denilir. Herhangi bir matrisin sahte-tersi her zaman mevcuttur. Ancak sahte-terslenecek matris tam rank ise, matrisin sahte-tersi basit cebirsel bir formül ile ifade edilebilir.

- i. \mathbf{B} matrisi tam sütun rankına sahipse, yani $\text{rank}(\mathbf{B}) = n_u \leq n$ ise, $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ ifadesi tekil(singular) değildir. Bu durumda \mathbf{B}^\dagger matrisi, $\mathbf{B}^\dagger \mathbf{B} = \mathbf{I}_{n_u}$ ifadesini sağlayacak şekilde, \mathbf{B} matrisinin soldan tersini temsil eder. \mathbf{B}^\dagger matrisinin kapalı-ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{B}^\dagger = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \quad (2.3)$$

burada $\mathbf{B}^T \in \mathbb{R}^{n_u \times n}$, \mathbf{B} matrisinin transpozunu temsil eder.

- ii. \mathbf{B} matrisi tam satır rankına sahipse, yani $\text{rank}(\mathbf{B}) = n \leq n_u$ ise, $\mathbf{B} \mathbf{B}^T$ ifadesi tekil değildir. Bu durumda \mathbf{B}^\dagger matrisi, $\mathbf{B} \mathbf{B}^\dagger = \mathbf{I}_n$ ifadesini sağlayacak şekilde, \mathbf{B} matrisinin sağdan tersini temsil eder. \mathbf{B}^\dagger matrisinin kapalı-ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{B}^\dagger = \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1}. \quad (2.4)$$

- iii. \mathbf{B} matrisi karesel(square) ve terslenebilir(invertible) ise matrisin sahte-tersi $\mathbf{B}^\dagger = \mathbf{B}^{-1}$ ile verilir.

Lemma 1 Varsayımlar 1-3 altında, her zaman EGB (d_{ed}) tanımlıdır ve Tanım 1'i sağlar.

İspat 1 $y_0(t)$ ve $y(t)$ 'in Laplace dönüşümleri

$$Y_0(s) = C(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}U(s) + C(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}_d D(s) \quad (2.5)$$

$$Y(s) = C(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}U(s) + C(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}D_{ed}(s) \quad (2.6)$$

ile verilmektedir. Burada \mathbf{I} birim matris ve s ise laplace operatörüdür. Denklem (2.5) ve (2.6)'ün eşdeğerliği, aşağıdaki eşitliklerin yardımı ile gösterilebilmektedir.

$$\mathbf{B}_d d = \mathbf{B} d_{ed} . \quad (2.7)$$

Diyelim ki $\mathbf{B}^\dagger \in \mathbb{R}^{n_u \times n}$ ifadesi \mathbf{B} matrisinin sahte-tersini temsil etsin. Bu durumda sahte tersin tanımı

$$\mathbf{B}^\dagger = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \quad (2.8)$$

şeklindedir ki bu ifadenin varlığı Varsayım 1 ile garanti edilmektedir. Denklem (2.7)'ün her iki tarafını \mathbf{B}^\dagger ifadesi ile çarparsak

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}_d d &= \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B} d_{ed} \\ \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}_d d &= (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{B} d_{ed} \end{aligned} \quad (2.9)$$

ki bu sayede

$$d_{ed} = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}_d d \quad (2.10)$$

ifadesi elde edilir ki buda ispatı tamamlar.

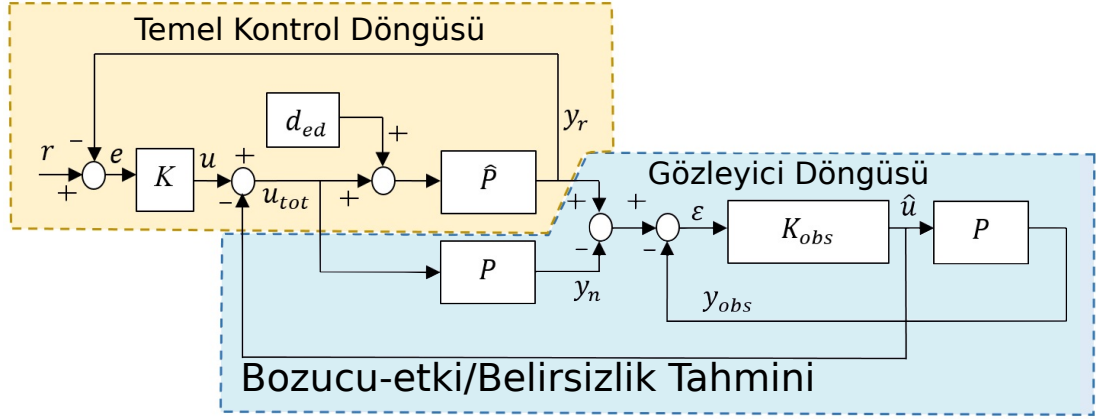
2.2 TGTC-Sistemler

2.2.1 TGTC-sistemler için önerilen BETK yapısı ve özellikleri

Bu bölümde, TGTC-sistemler için önerilen BETK yapısı ve özellikleri verilecektir. Denklem (2.1-2.2) ile verilen sistemler için uygun boyutlar $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{B}_d \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$, $y_0(t) \in \mathbb{R}^1$, $u(t) \in \mathbb{R}^1$, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^1$, $d_{ed}(t) \in \mathbb{R}^1$ ve $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ şeklindedir. Bu durumda Varsayım 1, $\mathbf{B} \neq 0$ durumuna indirgenmektedir. Artık, EGB ve çarpımsal-giriş(multiplicative-input) belirsizlik kavramı ile verilen yapının matematiksel modeli tanıtılabilir. Önerilen yapı temel olarak iki ayrı geri-besleme yapısının birleşiminden meydana gelmektedir. Bunlardan ilki, kontrolcü K 'yi içeren, bilinmeyen bozucu-etkiler altında ki pertürbe edilmiş sistemi kararlı hale getiren ana döngüdür. İkinci döngünün amacı ise sisteme etkiyen bozucu-etkiler/belirsizlerin tahmin edilmesidir. Bu döngünün çıkışı (bozucu-etki/belirsizlik tahmini) ise \hat{u} 'dur. Bu amaç için, pertürbe edilmiş sistem çıkışı (y_r) ve sisteme uygulanan kontrol girişi (u_{tot}) birlikte değerlendirilmiştir. Bozucu-etki/Belirsizlik Tahmincisi (BBT)(Disturbance/Uncertainty Estimator) ile güçlendirilmiş kontrol sisteminin blok diyagram gösterimi Şekil 2.1 ile verilmektedir. Burada, K_{obs} BBT kontrolcüsünü, $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}$ BBT'nin hatasını ve $u(t) \in \mathbb{R}$ ise ana kontrolcüsünün ürettiği kontrolcü çıkışını temsil etmektedir. Ayrıca, $u_{tot} = u - \hat{u}$ sisteme giriş olarak uygulanan ve bütün girişlerin toplanması ile elde edilen bütünleşik kontrol girişi, P nominal olarak seçilen sistem ve \hat{P} ise gerçek sistemin davranışını betimleyen pertürbe edilmiş sistemler ailesini temsil eder.

Pertürbe edilmiş sistem ailesi \hat{P} aşağıdaki şekilde tanımlanabilir

$$\hat{P} \in \{P(1 + \Delta W_T) \mid \forall \|\Delta\|_\infty \leq 1\} \quad (2.11)$$



Şekil 2.1: Önerilen kontrol sisteminin genel yapısı.

burada W_T gürbüzlük ağırlık fonksiyonu ve Δ ise herhangi bir kararlı(stable), norm-sınırlı ve yapısal olmayan(unstructured) bir fonksiyondur. Ayrıca, W_T fonksiyonu çarpımsal-belirsizlik tanımı gereği kararlı ve düzenli(proper) bir yapıda olmak zorundadır [78].

W_T fonksiyonunun belirlenmesi için kullanılan genel bir prosedür ise [9]

$$\left| \frac{M_{ik}e^{j\phi_{ik}}}{M_i e^{j\phi_i}} - 1 \right| \leq |W_T(j\omega_i)|, \quad i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n \text{ için} . \quad (2.12)$$

Burada genlik ve faz, belirlenen frekans noktalarında (ω_i ki $i = 1, \dots, m$) ölçülür ve deney uygulamaya bağlı olarak n kere tekrar edilir. (M_{ik}, ϕ_{ik}) ise ω_i frekansı ve k ncı deney için genlik-faz çifti ölçümünü temsil etmektedir. (M_i, ϕ_i) ise nominal sistem P için genlik-faz çiftini temsil etmektedir. Ayrıca nominal sistem P aşağıdaki şekilde ifade edilebilir

$$P = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & 0 \end{array} \right] = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}. \quad (2.13)$$

BBT'nin analizi için, nominal sistem P ve perturbe sistem \hat{P} birlikte düşünülmelidir. Bu sistemlerin çıkışları sırasıyla

$$y_r = \hat{P}(u_{tot} + d_{ed}), \quad y_n = Pu_{tot} \quad (2.14)$$

şeklindedir. Gözleyici döngüsünde, nominal sisteme uygulanan $\hat{u}(t)$, $y_{obs}(t)$ çıkışına yol açmaktadır, yani $y_{obs} = P\hat{u}$. Böylece, $\epsilon(t)$

$$y_r - y_n - y_{obs} = \hat{P}u_{tot} - Pu_{tot} + \hat{P}d_{ed} - P\hat{u} =: \epsilon \quad (2.15)$$

şeklinde tanımlanır.

K_{obs} 'un tasarlanabilmesi ise Varsayım 2 ile mümkün olmaktadır. Bunun sebebi, istenilen frekans bölgesinde $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ ifadesinin sağlanabilmesidir.

Burada bahsedilen frekans bölgesindeki kazanımlar, ileride detayları verilecek olan gözleyici-döngüsü hassaslık fonksiyonunun şekillendirilmesi sayesinde olmaktadır. Bunun sebebi ise

$$\varepsilon = (1 + PK_{obs})^{-1}(y_r - y_n) = S_{obs}(y_r - y_n) . \quad (2.16)$$

Takip eden Lemma, *Tahmin performansı* adını verdiğimiz bazı özelliklerin sağlandığını göstermektedir.

Lemma 2 *Gözleyicinin Tahmin performansı, yine gözleyicinin tamamlayıcı hassaslık fonksiyonu olan T_{obs} ($T_{obs} := PK_{obs}(1 + PK_{obs})^{-1} = 1 - S_{obs}$) ile analitik bir şekilde ilintilidir.*

$$\hat{u} = T_{obs}(\Delta W_T u_{tot} + d_{ed} + \Delta W_T d_{ed}) . \quad (2.17)$$

İspat 2 *Denklem (2.16)'nin (2.15) içinde kullanılması aşağıdaki eşitliğe yol açar*

$$\begin{aligned} P\Delta W_T u_{tot} + P u_{tot} - P u_{tot} + P\Delta W_T d_{ed} \\ + P d_{ed} - P\hat{u} = S_{obs}(y_r - y_n) . \end{aligned} \quad (2.18)$$

Denklem (2.14)'in (2.18) içinde kullanılması

$$P\hat{u} = T_{obs}P(\Delta W_T u_{tot} + d_{ed} + \Delta W_T d_{ed}) \quad (2.19)$$

ve $P \neq 0$ 'nin sayesinde

$$\hat{u} = T_{obs}(\Delta W_T u_{tot} + d_{ed} + \Delta W_T d_{ed}) \quad (2.20)$$

ki buda (2.17) ifadesini ispatlar.

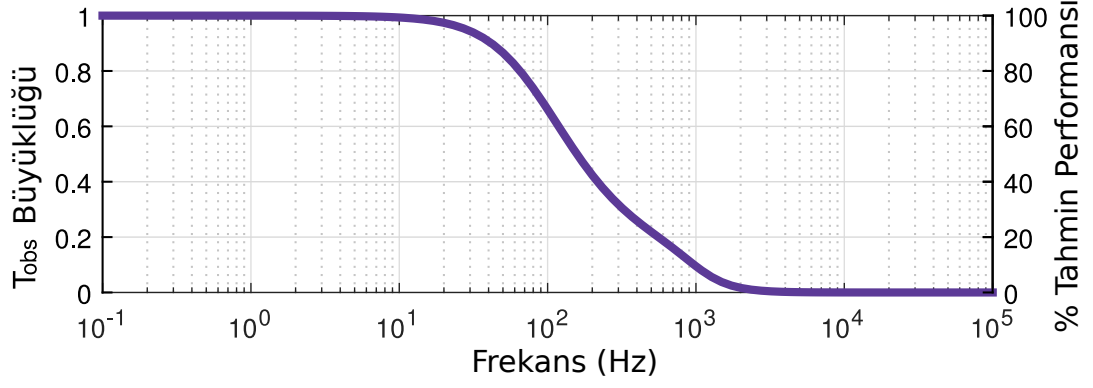
Yukarıda bahsedilen Lemma'ya ait iki özel durum mevcuttur. Eğer sistemde herhangi bir belirsizlik söz konusu değilse (yani, $\hat{P} = P$), tahmin (\hat{u})

$$\hat{u} = T_{obs}d_{ed} \quad (2.21)$$

ifadesine indirgenmiş olur. Diğer özel durum için, eğer sisteme etkiyen herhangi bir dış bozucu-etki yoksa (yani, $d_{ed} = 0$), aşağıdaki ifade geçerlidir

$$\hat{u} = T_{obs}\Delta W_T u_{tot} \quad (2.22)$$

Lemma 2 ile özetlenen temel prensip Şekil 2.2 ile verilmiştir. Burada gösterilen T_{obs} grafiği 1'den 0'a doğru giderken, tahmin edilen bozucu-etki/gözleyici bütünü, frekans arttıkça, 100% den 0%'a doğru azalmaktadır.



Şekil 2.2: Tahmin *performansı* ve BBT yapısının temel prensibinin örnek bir tamamlayıcı hassaslık fonksiyonu ile temsili.

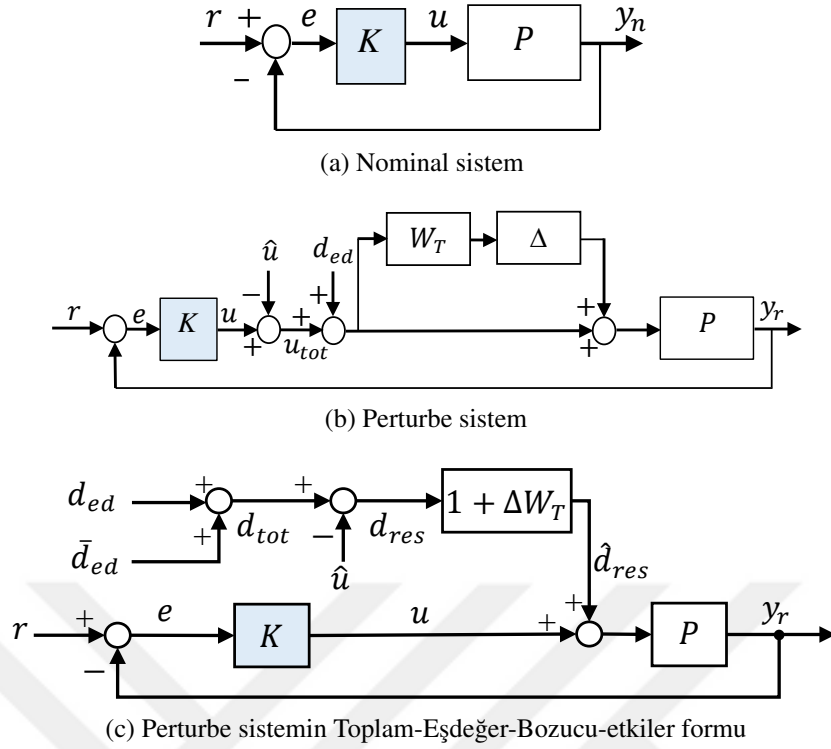
$T_{obs} \approx 1$ olduğu frekans aralığında gözleyici mükemmel bir şekilde çalışmakta ve sisteme etkileyen bozucu-etki/belirsizliklerin tamamı tahmin edilmektedir. Ancak, şekilde gözüktüğü gibi tahmincinin (fiziksel sistemlerin katı-düzgün olma zorunluluğundan ötürü T_{obs} 'nin azalan bir fonksiyon olmasını göz önünde bulundurarak) $|T_{obs}(j\omega)| = 0.5$ ifadesinin gerçekleştiği frekans noktasında, sisteme etkileyen bozucu-etki/belirsizliklerin yarısı tahmin edilebilmektedir. Bu sebepten ötürü tahminci döngüsünün performansı, döngünün sahip olduğu bant genişliği ile ilintilidir. S_{obs} ve T_{obs} fonksiyonlarını (ki dolayısıyla bant-genişliği) şekillendirme tabanlı problem gereksinimleri, \mathcal{H}_∞ kontrolcü tasarımı ile başarılabilmektedir. BBT'nin oluşturulması için gereken temel adımlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- i. $u_{tot} = u - \hat{u}$ kontrol girişini oluştur ve y_n 'yi elde etmek için gözleyici döngüsündeki (seçilmiş olan) nominal sisteme uygula.
- ii. y_r sinyalinden y_n sinyalini çıkararak BBT döngüsü için gerekli referans sinyalini elde et.
- iii. Nominal sistem P üzerinde çalışacak öyle bir K_{obs} tasarla ki ε ifadesi istenilen frekans bölgesinde sıfıra yakınsasın.

Lemma 2'ye göre \hat{u} ifadesi d_{ed} ifadesinin bir tahminini verirken belirsizlik kaynaklı bazı ifadeleri de içerisinde barındırmaktadır ($T_{obs}\Delta W_T u_{tot}$ ve $T_{obs}\Delta W_T d_{ed}$). Bu yüzden, bütün bu ifadeleri içinde barındıracak tek bir eşdeğer bozucu-etki sinyali tanımlamak ilerideki geliştirmeler için büyük bir fayda sağlayacaktır.

Tanım 3 Şekil 2.3a nominal sistem P 'yi, Şekil 2.3b ise perturbe edilmiş sisteme ve ona etkileyen d_{ed} 'ye ait blok-diyagramlarını göstermektedir. Toplam Eşdeğer Bozucu-etkiler (TEB)(Total Equivalent Disturbances(TED)) aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$d_{tot} := \bar{d}_{ed} + d_{ed} \quad (2.23)$$



Şekil 2.3: TGTC Nominal ve perturbe sistemler için blok diyagramları.

burada \bar{d}_{ed} ifadesi Belirsizlik Kaynaklı Bozucu-etki (BKB)(Uncertainty Induced Disturbance (UID)) olarak adlandırılır ve

$$\bar{d}_{ed} = (1 + \Delta W_T)^{-1} \Delta W_T u . \quad (2.24)$$

Bu terim, d_{ed} terimine toplamsal eşdeğer olarak, giriş (u) tarafından tahrik edilen belirsizlik (ΔW_T) etkisini temsil eder. Bu durumda EGB ve BKB'in toplamı TEB'i oluşturur. d_{res} ile ifade edilen artık bozucu-etkiler ise TEB (d_{tot}) ve tahmin (\hat{u}) arasındaki fark şeklinde tanımlanır. Yani

$$d_{res} := d_{tot} - \hat{u} . \quad (2.25)$$

Son olarak, perturbe artık bozucu-etkiler ise

$$\hat{d}_{res} := (1 + \Delta W_T) d_{res} \quad (2.26)$$

şeklinde ifade edilir.

Lemma 3 Tanım 3 ile, Şekil 2.3b ile verilen sistem Şekil 2.3c ile verilen sisteme eşdeğerdir.

İspat 3 Şekil 2.3b ve Şekil 2.3c'nin eşdeğer olması eğer verilen girişler altında bütün durumlarda aynı çıkışlar (y_r) elde ediliyorsa mümkündür. Şekil. 2.3b için

$$y_r = P(1 + \Delta W_T)(u_{tot} + d_{ed}) . \quad (2.27)$$

Tanım 3'in yardımıyla, Şekil 2.3c'deki y_r çıktısı

$$\begin{aligned}
 y_r &= Pu + P\hat{d}_{res} = Pu + Pd_{res} + P\Delta W_T d_{res} \\
 &= Pu + P(1 + \Delta W_T)(d_{tot} - \hat{u}) \\
 &= Pu + P(1 + \Delta W_T)(\bar{d}_{ed} + d_{ed} - \hat{u}) \\
 &= Pu + P(1 + \Delta W_T)((1 + \Delta W_T)^{-1}\Delta W_T u + d_{ed} - \hat{u}) \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

şeklinde yazılır. Denklem (2.28) üzerindeki genişletmeler ve manipülasyonlar ise

$$\begin{aligned}
 y_r &= Pu + P(1 + \Delta W_T)(1 + \Delta W_T)^{-1}\Delta W_T u + P(1 + \Delta W_T)(d_{ed} - \hat{u}) \\
 &= Pu + P\Delta W_T u + P(1 + \Delta W_T)(d_{ed} - \hat{u}) \\
 &= P(1 + \Delta W_T)u + P(1 + \Delta W_T)(d_{ed} - \hat{u}) \\
 &= P(1 + \Delta W_T)(u + d_{ed} - \hat{u}) \\
 &= P(1 + \Delta W_T)(u_{tot} + d_{ed})
 \end{aligned}$$

eşitlikleri ile ifade edilir ki buda (2.27)'e eşittir.

TEB konsepti kullanılarak Lemma 2, takip eden teorem ile daha açık bir biçimde ifade edilebilir.

Teorem 1 *BBT'in tahmini*

$$\hat{u} = \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T} d_{tot} \quad (2.29)$$

şeklindedir.

İspat 4 u_{tot} ve $u - \hat{u}$ 'un (2.17)'ün içine yerleştirilmesiyle

$$\hat{u} = T_{obs}(\Delta W_T(u - \hat{u}) + d_{ed} + \Delta W_T d_{ed}) .$$

\hat{u} 'lu ifadelerin yeniden düzenlenmesi

$$(1 + T_{obs}\Delta W_T)\hat{u} = T_{obs}(\Delta W_T u + d_{ed} + \Delta W_T d_{ed})$$

ve \hat{u} için çözülmesi ile

$$\hat{u} = \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T} ((1 + \Delta W_T)^{-1}\Delta W_T u + d_{ed}) .$$

ifadesi elde edilir. Tanım 3'ün kullanılması ile birlikte

$$\hat{u} = \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T} (\bar{d}_{ed} + d_{ed}) = \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T} d_{tot}$$

ispat tamamlanmış olur.

Teoreme göre, BBT'nin performansı tahmincinin bant genişliği (BG) olan ω_{obs} ifade ile belirlenmektedir. Artık aşağıdaki terminoloji tanımlanabilir.

1. BG içinde $\Leftrightarrow T_{obs} \approx 1 \Leftrightarrow S_{obs} \approx 0 \Leftrightarrow \omega \ll \omega_{obs}$
2. BG dışında $\Leftrightarrow T_{obs} \approx 0 \Leftrightarrow S_{obs} \approx 1 \Leftrightarrow \omega \gg \omega_{obs}$
3. Geçiş $\Leftrightarrow T_{obs}, S_{obs} \not\approx \{0, 1\} \Leftrightarrow \omega$ yaklaşık ω_{obs}

bu durumda aşağıdaki yorumlar faydalıdır.

Yorum 2 BG içinde durumunda, TEB'in mükemmel tahmin performansı sayesinde, BBT yapısı perturbe edilmiş sistemi nominal sistem gibi davranmaya zorlar. Şekil. 2.3c incelenmesi, $d_{res} = d_{tot} - \hat{u} = 0$ bu yüzden $\hat{d}_{res} = (1 + \Delta W_T)d_{res} = 0$ ifadesine yol açmaktadır.

BG dışında ise herhangi bir tahmin bulunmamaktadır çünkü bu bölgede $T_{obs} = 0$ 'dır. Böylece BBT yapısının bu bölgede perturbe sistem üzerinde herhangi bir etkisi bulunmamaktadır ($\hat{u} = 0$).

Yorum 3 Önerilen BBT yapısı minimum olmayan fazlı sistemler için de geçerlidir. Bunun sebebi önerilen yapının herhangi bir doğrudan tersleme operatörü barındırmamasıdır. Ancak sistemin minimum olmayan fazlı olması durumunda, BBT yapısının tasarımının, ilerideki bölümlerde verilecek, bazı cebirsel ve analitik sınırlandırmaları sağlaması zorunludur.

2.2.2 TGTÇ-sistemler için kontrol sistemi tasarımı

Bu bölümde, doğrusal kesirsel transformasyon (DKT)(linear fractional transformation (LFT)) tabanlı \mathcal{H}_∞ -kontrolcü tasarımı hem BBT döngüsü kontrol sistemi (K_{obs}) hemde ana döngü kontrol sistemi (K) için ele alınacaktır.

2.2.2.1 Arkaplan bilgisi ve tanımlar

Birçok endüstriyel sistemde olduğu gibi bu çalışmada da kontrol edilecek sistemin minimum olmayan fazlı sistemlerden seçilebilmesi mümkündür. Minimum olmayan fazlı sistemler genel olarak takip eden analitik kısıtları yerine getirir [9, 78]. Genel olarak, sistemlerin iç kararlılığı aşağıdaki durumları empoze eder:

- i. Hassaslık fonksiyonu S için $S \in \Omega$ [9] olmalıdır. Burada Ω tüm kararlı, düzgün ve gerçek değerli transfer fonksiyonlarını temsil eder.
- ii. Sistemin açık çevrim transfer fonksiyonunda herhangi bir SYD sıfır-kutup iptali (pole-zero cancellation) bulunmamalıdır [78].

Nominal bir sistem için (Şekil 2.3a ile gösterilebilen sistemler), yukarıda bahsedilen iki koşul, aşağıdaki analitik kısıtları empoze eder.

$$L_p(z_i) = 0 \quad (2.30)$$

burada $L_p = PK$ nominal sistemler için döngü transfer fonksiyonunu ve $z_i := \text{Re}(z_i) \pm j\text{Im}(z_i)$ ise L_p 'nin SYD'deki sıfırlarını temsil eder. Ayrıca mümkün olan bütün sistem aileleri \hat{P} için SYD sıfırları ise

$$\hat{z} = \{z : \text{Re}(z) > 0 \mid \forall \hat{P}\} \quad (2.31)$$

ile tanımlanır. Not edilmelidir ki bu küme(set) sonsuz elemana sahip olabilir. Aynı zamanda bu kümeyi yine sonsuz elemana sahip olabilecek dört alt-kümeye(subset) ayırmak mümkündür:

- i. $\hat{z}_1 = \{z : \text{Im}(z) = 0 \mid \forall z \in \hat{z}\}$
- ii. $\hat{z}_2 = \{z : \text{Re}(z) \gg \text{Im}(z) \mid \forall z \in \hat{z}\}$
- iii. $\hat{z}_3 = \{z : \text{Re}(z) \ll \text{Im}(z) \mid \forall z \in \hat{z}\}$
- iv. $\hat{z}_4 = \{z : \text{Re}(z) \approx \text{Im}(z) \mid \forall z \in \hat{z}\}$.

Bu durumlara ek olarak, kontrol sistemleri tasarımı için önemli bir koşul ise tasarlanan kontrolcünün, sistemi gürbüz bir şekilde kararlı hale getirirken, gürbüz performans koşullarını sağlayabilmesidir. Eğer takip eden iki koşul eşzamanlı olarak sağlanabiliyorsa sistemin *gürbüz performans koşulunu* sağladığı söylenebilir.

$$\|W_P \hat{P} \hat{S}\|_\infty < 1 \quad (2.32)$$

$$\|W_T T\|_\infty < 1 \quad (2.33)$$

burada, W_P performans ağırlık fonksiyonu, $T := PK(1 + PK)^{-1}$ nominal sistem için tamamlayıcı hassaslık fonksiyonu, $S := (1 + PK)^{-1}$ nominal sistem için hassaslık fonksiyonu ve $\hat{S} := (1 + \hat{P}K)^{-1}$ ise perturbe sistem ailesi için hassaslık fonksiyonudur. Not edilmelidir ki (2.33) ifadesi başlı başına *gürbüz kararlılık* için gerek ve yeter koşuldur [9]. W_P 'nin genel tanımı [78]

$$W_P(s) = \left(\frac{s / \sqrt[k]{M_p} + \omega_b}{s + \omega_b \sqrt[k]{\xi_p}} \right)^k \quad (2.34)$$

şeklinde verilebilir. Burada ω_b hassaslık fonksiyonu için sınır frekansını, M_p katsayısı W_P fonksiyonu için mücade edilen en yüksek fazla-aşımı, $\xi_p \ll 1$ hassaslık fonksiyonundaki integral aksiyonu temsil eden yaklaşımı ve k ise 1'den büyük herhangi bir tam sayıyı ifade eder. $k = 1$, $M_p = 2$ ve $\xi_p = 0$ için (2.30) ifadesi bazı bant genişliği sınırlarını empoze eder [79]. Bunlar:

$$\begin{aligned}\omega_{b,1} &\leq |z|/2, \text{ eğer } z \in \hat{z}_1, \omega_{b,2} \leq |z|/4, \text{ eğer } z \in \hat{z}_2 \\ \omega_{b,3} &\leq |z|/2.8, \text{ eğer } z \in \hat{z}_3, \omega_{b,4} \leq |z|, \text{ eğer } z \in \hat{z}_4\end{aligned}$$

burada geçiş frekansı için $\omega_{b,i}$ ifadesi (\hat{z} kümesinin i^{th} nci alt kümesi için) ve $|z| := \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2}$ 'dir. Altkümelerin sonsuz tane elemanı olabileceği için $\omega_{b,i}$ sayısı da sonsuz olabilecektir. Ancak, (2.34)'deki ω_b üzerinde bant genişliği sınırlandırmaları, takip eden lemma ile ortaya atılmıştır.

Lemma 4 *Perturbe edilmiş sistemler için ω_b üzerindeki bant-genişliği limiti*

$$\omega_b \leq \min\{\omega_{b,1}^+, \omega_{b,2}^+, \omega_{b,3}^+, \omega_{b,4}^+\} \quad (2.35)$$

şeklindedir. burada $\omega_{b,1}^+ := \inf\{|\hat{z}_1|\}/2$, $\omega_{b,2}^+ := \inf\{|\hat{z}_2|\}/4$, $\omega_{b,3}^+ := \inf\{|\hat{z}_3|\}/2.8$, $\omega_{b,4}^+ := \inf\{|\hat{z}_4|\}$ ve $\inf\{\cdot\}$ ifadeleri ilgili alt-kümedeki infimumu temsil eder.

İspat 5 *Denklem (2.12) ile verilen formun yapısının sistem üzerinde sadece limitli bir değişime müsaade etmesinden dolayı, perturbe edilmiş sistemin (\hat{P}) genlik ve fazlarında sınırlı bir değişime sahiptir. Ayrıca [78]'da vurgulandığı üzere Bode'nin genlik-faz integral ilişkisi, sistemlerin faz ve sıfırları arasında doğrudan bir ilişkinin olduğunu empoze eder. Bu sebepten ötürü \hat{z} 'nin elemanlarının genlikleri alttan sınırlı olmak zorundadır. Benzer şekilde $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4 \subset \hat{z}$ olduğu için aynı sınır bu altkümeler içinde geçerlidir. Bu koşullar ise, alt-kümeler için, genlik üzerinde tanımlanabilen infimumun varlığını belirtir ki bu sayede aşağıdaki tanımlar mümkün olur.*

$$\begin{aligned}\omega_{b,1}^+ &:= \inf\{|\hat{z}_1|\}/2, \quad \omega_{b,2}^+ := \inf\{|\hat{z}_2|\}/4, \\ \omega_{b,3}^+ &:= \inf\{|\hat{z}_3|\}/2.8, \quad \omega_{b,4}^+ := \inf\{|\hat{z}_4|\}.\end{aligned} \quad (2.36)$$

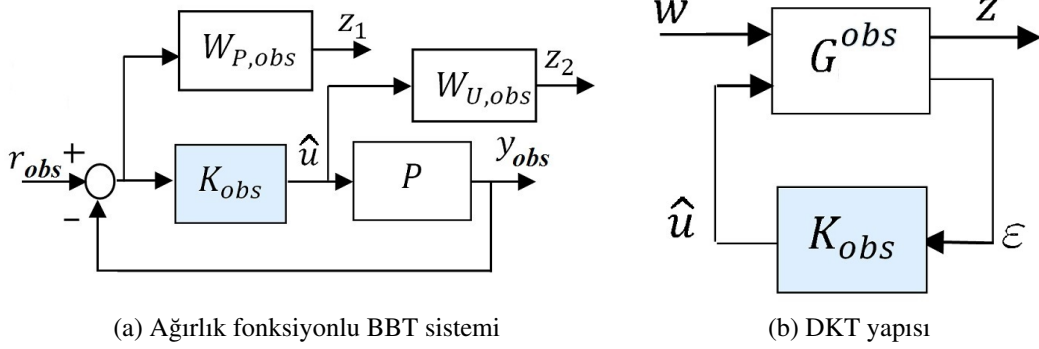
ayrıca

$$\omega_b^+ := \min\{\omega_{b,1}^+, \omega_{b,2}^+, \omega_{b,3}^+, \omega_{b,4}^+\}. \quad (2.37)$$

Bant genişliğini $\omega_b \leq \omega_b^+$ şeklinde seçmek ise (2.30) durumunu bütün $\hat{L}_p(z_i)$ 'ler için geçerli kılar ki buda ispatı tamamlamaktadır.

2.2.2.2 TGTC-sistemler için \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi ile K_{obs} tasarım prosedürü

Bu bölümde, \mathcal{H}_∞ -Sentezleme tabanlı K_{obs} kontrolcüsünün tasarımı açıklanacaktır. BBT sistemi, Şekil 2.4a ile verilen ağırlıklandırılmış nominal bir sistem olarak ele alınabilir. Bu yapının DKT yapısına dönüştürülmüş hali ise ayrıca Şekil 2.4b ile gösterilmektedir. Burada $W_{p,obs}$, yapısı (2.34) ile aynı olan bir performans ağırlık fonksiyonu, $W_{U,obs}$ giriş ağırlık fonksiyonu ve G^{obs} ise P sisteminin bu ağırlıklarla



Şekil 2.4: TGTÇ sistemler için K_{obs} sentezlemesi için blok diyagramları.

artırılmış(augmented) halidir. K_{obs} kontrolcüsü yalnızca nominal sistemi kontrol etme görevini üstlenmektedir. Çıkışı \hat{u} ise (2.20) ile ifade edilen toplam bozucu-etki/belirsizliği tahmin etmektedir. Önceden belirtildiği üzere, tahminci belirli bir frekans bölgesine yoğunlaşmış bir çalışma prensibine sahiptir, yani yüksek frekans tahmini ile ilgilenilmemektedir. Bu yüksek frekans duyarsızlığı, $W_{U,obs}$ ağırlık fonksiyonunun tasarımı ile doğrudan ilintilidir. Minimum olmayan fazlı sistemlerde mevcut olan SYD sıfırları ve (2.30) ile tanımlanan analitik sınırlamalar (ki bunlar (2.35) ve (2.36) ile tanımlanan, döngünün BG'sine de sınırlandırmalar getirmektedir) $W_{P,obs}$ ağırlık fonksiyonu için büyük önem arz etmektedir. SYD sıfırları kaynaklı temel analitik sınır ise

$$L_{obs}(z) = 0 \quad \forall z \in \hat{z} \quad (2.38)$$

şekindedir. Burada $L_{obs} = PK_{obs}$.

$W_{U,obs}$ fonksiyonunun ise genel hali

$$W_{U,obs}(s) = \left(\frac{s + \omega_u / \sqrt[k]{M_u}}{s^k \sqrt[k]{\xi_u} + \omega_u} \right)^k \quad (2.39)$$

şekindedir. Burada ω_u frekansı $K_{obs}S_{obs}$ için kesme frekansı(cut-off frequency), M_u değeri $K_{obs}S_{obs}$ için en yüksek mücadele edilen fazla aşım değeri, $\xi_u \ll 1$ değeri yüksek frekansta kontrol girişi kullanımından kaçınma değeri ve k ise 1'den büyük herhangi bir tamsayıyı temsil etmektedir.

Şekil 2.4b ile verilen blok diyagramı için transfer fonksiyonu matrisini tanımlayacak olursak,

$$\begin{bmatrix} z \\ \epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}^{obs}(s) & G_{12}^{obs}(s) \\ G_{21}^{obs}(s) & G_{22}^{obs}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \hat{u} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

burada $z = [z_1 \ z_2]^T$, $w = r_{obs}$ ve $r_{obs} := y_r(t) - y_n(t)$ şeklindedir. w 'den z ye tanımlanan kapalı çevrim transfer fonksiyonunun DKT gösterimi ise

$$z = \mathcal{F}_l(G^{obs}, K_{obs})w \quad (2.41)$$

ki burada

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_l(G^{obs}, K_{obs}) &= G_{11}^{obs} + G_{12}^{obs} K_{obs} (I - G_{22}^{obs} K_{obs})^{-1} G_{21}^{obs} \\ &= \begin{bmatrix} W_{P,obs} S_{obs} \\ W_{U,obs} K_{obs} S_{obs} \end{bmatrix} =: N_{obs} \end{aligned}$$

şeklindedir. z vektörünün içindeki elemanlar ise

$$\begin{aligned} z_1 &= W_{P,obs} \varepsilon = W_{P,obs} (r_{obs} - y_{obs}) \\ &= W_{P,obs} r_{obs} - W_{P,obs} P \hat{u} \\ z_2 &= W_{U,obs} \hat{u} \end{aligned} \quad (2.42)$$

olarak verilmiştir. Ek olarak hata ε 'un tanımı ise

$$\varepsilon = r_{obs} - y_{obs} = r_{obs} - P \hat{u}. \quad (2.43)$$

şeklindedir. Yukarıdaki bu eşitlikleri kullanarak arttırılmış sistem G^{obs} 'in açık hali

$$G^{obs}(s) = \begin{bmatrix} W_{P,obs} & -W_{P,obs} P \\ 0 & W_{U,obs} \\ 1 & -P \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

haline dönüşür. Burada $G_{11}^{obs} = [W_{P,obs} \ 0]^T$, $G_{12}^{obs} = [-W_{P,obs} P \ W_{U,obs}]^T$, $G_{21}^{obs} = 1$ ve $G_{22}^{obs} = -P$. Bu notasyonda, klasik \mathcal{H}_∞ kontrol problemi, aşağıda verilen ifadeyi minimize edecek olan bir kararlaştırıcı K_{obs} kontrolcüsünün elde edilmesidir.

$$\|\mathcal{F}_l(G^{obs}, K_{obs})\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(\mathcal{F}_l(G^{obs}, K_{obs})(j\omega)) = \gamma_{obs} \quad (2.45)$$

burada γ_{obs} , $\|\mathcal{F}_l(G^{obs}, K_{obs})\|_\infty$ ifadesinin bütün kararlaştırıcı kontrolcüler üzerindeki değeri ve $\bar{\sigma}$ ise verilen fonksiyonun en yüksek tekil değeridir. Denklem (2.45) ile tanımlanan form, iteratif bir şekilde en küçük γ_{obs} değerine ulaşılan dek çözülebilir. Bu çözüm ile ilgili detaylı bilgi [78, 79]'de mevcuttur.

2.2.2.3 TGTÇ-sistemler için BETK tabanlı kontrol sistemlerinin sağladığı gürbüzlük avantajları

Bu bölümde, önerilen BBT tabanlı kontrol sisteminin önemli gürbüz kararlılık ve performans özellikleri irdelenmiştir. Bölüm 2.2.2.1 ile belirtildiği üzere, SYD sıfırları sistem üzerine çeşitli sınırlandırmalar getirmektedir. Ancak, sisteme BBT entegrasyonu bu sınırlandırmalara herhangi bir dezavantaj getirmemektedir. Yani SYD sıfırları kaynaklı sınırlandırmalar BBT yapısının eklenmesi ile değişmemektedir. Bu durum takip eden lemma ile gösterilebilir.

Lemma 5 Eğer (2.35) yardımı ile K_{obs} tasarımı (2.38) koşulunu sağlarsa (2.30) ile tanımlı analitik sınırlandırmalar sisteme BBT dahil edilmesine rağmen değişmeden kalır.

İspat 6 Diyelim ki \hat{L}_p , Şekil 2.3b ile gösterilen perturbe sistemin döngü transfer fonksiyonu(loop transfer function) olsun. Bu şekil yardımı ile aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$\begin{aligned} u_{tot} &= Ke - \hat{u} \\ u_{tot} &= Ke \frac{1}{1 + T_{obs}\Delta W_T} - \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T} d_{ed} . \end{aligned} \quad (2.46)$$

Bu yüzden

$$\begin{aligned} y_r &= \hat{P}(d_{ed} + u_{tot}) \\ &= \left(1 - \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T}\right) \hat{P}d_{ed} + \hat{P}Ke \frac{1}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \\ &= \frac{S_{obs}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \hat{P}d_{ed} + \frac{1}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \hat{P}Ke \end{aligned} \quad (2.47)$$

Ayrıca Şekil. 2.3b'nin yardımı ile \hat{L}_p ifadesi hata e 'den çıkış y_r 'ye olan bir transfer fonksiyonu olarak aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{aligned} \hat{L}_p &= \frac{\hat{P}K}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \\ &= (P + P\Delta W_T) \frac{K}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \\ &= PK + PK \frac{W_T S_{obs}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \Delta . \end{aligned} \quad (2.48)$$

SYD kutup-sıfır iptalinden sakınmak için ise takip eden ifadeler gereklidir.

$$\hat{L}_p(z) = 0, \quad \forall z \in \hat{z} . \quad (2.49)$$

K_{obs} 'in (2.38) ifadesini sağlaması ise ($PK_{obs}(z) = 0$) aşağıdaki anlama gelmektedir.

$$T_{obs}(z) = 0 \quad S_{obs}(z) = 1, \quad \forall z \in \hat{z} . \quad (2.50)$$

Bu yüzden

$$\hat{L}_p(z) = PK + PKW_T\Delta, \quad \forall z \in \hat{z} . \quad (2.51)$$

Bu son denklem, \hat{L}_p üzerindeki sınırlandırmanın L_p üzerine indirgenmesi anlamına gelir. Bu türetmeleri kullanarak

$$\hat{L}_p(z) = 0 \Leftrightarrow L_p(z) = 0, \quad \forall z \in \hat{z} . \quad (2.52)$$

eşitlikleri elde edilir ki buda ispatı tamamlar.

Alternatif olarak, (2.50) ifadesi geçerliiyken Lemma 2'ye göre BBT tarafından yapılan tahmin $\hat{u} = 0$ şeklindedir. Bu durumda takip eden ifade doğru olmaktadır.

$$\hat{L}_p(z) = L_p(z) = 0, \quad \forall z \in \hat{z} . \quad (2.53)$$

Teorem 2 Önerilen tümleşik kontrol sistemi için gürbüz kararlılık

$$\left\| W_T T \frac{S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|} \right\|_{\infty} < 1 \quad (2.54)$$

veya eşdeğer olarak

$$|W_T T| < \frac{|1 - |W_T T_{obs}||}{|S_{obs}|}, \quad \forall \omega. \quad (2.55)$$

şeklindedir.

İspat 7 Öncelikle basitleştirmeler için $L_p = PK$ 'nin kararlı olduğu varsayılabilir. Bu durumda Şekil 2.3a ile gösterilen kapalı çevrim sistemde aynı şekilde kararlıdır çünkü L_p için Nyquist diyagramı $-1 + j0$ noktasını çevrelememektedir.

Tümleşik sistem için döngü transfer fonksiyonu ise (2.48) ile verilmektedir. Eğer belirsizlik kümesi içindeki bazı döngü transfer fonksiyonları $-1 + j0$ noktasını çevrelerse, aynı küme içerisindeki başka bir döngü transfer fonksiyonu bazı frekanslarda tam olarak $-1 + j0$ noktasından geçer. Bunun sebebi ise muhtemel bütün sistemler ailesinin norm sınırlı olmasıdır. Gürbüz kararlılık için bu durumdan kaçınılmalıdır. Bu yüzden gürbüz kararlılık

$$\begin{aligned} GK &\Leftrightarrow |1 + \hat{L}_p| \neq 0, \quad \forall \omega, \forall \hat{L}_p \\ &\Leftrightarrow |1 + \hat{L}_p| > 0, \quad \forall \omega, \forall \hat{L}_p \\ &\Leftrightarrow \left| 1 + PK + PK \frac{W_T S_{obs}}{1 + T_{obs} \Delta W_T} \Delta \right| > 0, \quad \forall \omega, \forall \Delta. \end{aligned} \quad (2.56)$$

En kötü durum, $|\Delta| = 1$ ile birlikte $1 + PK$ ve $PK \frac{W_T S_{obs}}{1 + T_{obs} \Delta W_T} \Delta$ fonksiyonlarının fazlarının ters işaretli oldukları durumdur. Bu yüzden,

$$\begin{aligned} GK &\Leftrightarrow |1 + PK| - \left| PK \frac{W_T S_{obs}}{1 + T_{obs} \Delta W_T} \right| > 0, \quad \forall \omega \\ &\Leftrightarrow \left| \frac{W_T S_{obs}}{1 + T_{obs} \Delta W_T} T \right| < 1, \quad \forall \omega. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Takip eden operasyon ile bir önceki ifade basitleştirilebilir.

$$\begin{aligned} 1 &= |1 + \Delta W_T T_{obs} - \Delta W_T T_{obs}| \\ &\leq |1 + \Delta W_T T_{obs}| + |W_T T_{obs}|, \quad \forall \omega. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Denklem (2.58)'yi (2.57)'nin içinde kullanmak ise

$$1 - |W_T T_{obs}| \leq |1 + \Delta W_T T_{obs}|, \quad \forall \omega \quad (2.59)$$

$$\left| \frac{W_T S_{obs}}{1 + T_{obs} \Delta W_T} \right| \leq \left| \frac{W_T S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|} \right|, \quad \forall \omega. \quad (2.60)$$

eşitliğine yol açar. Bu son ifadenin kullanılmasıyla açık bir şekilde söylenebilir ki

$$\left| \frac{W_T S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|} T \right| < 1, \quad \forall \omega$$

veya alternatif olarak

$$|W_T T| < \frac{|1 - |W_T T_{obs}||}{|S_{obs}|}, \quad \forall \omega$$

sağlanmış olur. Böylece (2.57) ifadesi geçerli olmaktadır ki buda teoremin önermesidir.

Yorum 4 İspattaki L_p ifadesinin kararlılık şartı L_p ve \hat{L}_p 'nin aynı sayıda SYD kökü olması şartı ile kaldırılabilir. Diğer bir deyişle, pertürbasyonların nominal durumdaki çevreleme sayısını değiştirmedeğinden emin olunması kararlılık varsayımını kaldırmak için yeterlidir.

Sonuç 1 Diyelim ki

$$\hat{W}_T := \frac{W_T S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|}. \quad (2.61)$$

olsun. Bu yeni ifade geçerli bir gürbüzlük ağırlık fonksiyonudur. Bu fonksiyonun kullanılması ile Teorem 2'in ifadesi aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir.

$$\|\hat{W}_T T\|_\infty < 1. \quad (2.62)$$

İspat 8 Bir fonksiyonun gürbüzlük ağırlık fonksiyonu olması için gereken şartlar kararlılık ve düzgünlük şeklinde sıralanabilir. [78]. W_T ve S_{obs} fonksiyonlarının kararlı ve düzgün fonksiyonlar olmaları ve $1 - |W_T T_{obs}|$ ifadesinin ise alan üzerindeki bir skaler olması sebebi ile, \hat{W}_T ifadesi bu şartları yerine getirmekte ve geçerli bir gürbüzlük ağırlık fonksiyonu halini almaktadır. Bu durumda (2.61) ifadesini (2.54) içinde kullanmak ispatı tamamlar.

Teorem 3 Önerilen yapı için gürbüz performans kriteri

$$\left\| \frac{W_P \hat{P} S S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|} \right\|_\infty < 1 \quad (2.63)$$

veya eşdeğer olarak

$$|W_P \hat{P} S| < \frac{|1 - |W_T T_{obs}||}{|S_{obs}|}, \quad \forall \omega. \quad (2.64)$$

şeklindedir.

İspat 9 Gürbüz performans kavramının amacı olası sistem ailesine etkiyen bozucu etkilerin çıkıştaki etkisinin minimize edilmesidir. [78]. Şekil 2.3c'nin yardımı ile d_{tot} sinyali ile y_r arasındaki transfer fonksiyonu aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\begin{aligned} y_r &= PKe + P(1 + W_T\Delta)d_{res} \\ (1 + PK)y_r &= \hat{P}d_{res} \end{aligned}$$

ki buda frekans uzayındaki aşağıdaki transfer fonksiyonuna yol açar.

$$\frac{y_r}{d_{res}} = \frac{P(1 + \Delta W_T)}{1 + PK} = \hat{P}S. \quad (2.65)$$

Genlik terimleri ile ifade edecek olursak;

$$|y_r| = |\hat{P}Sd_{res}| \quad (2.66)$$

ve (2.25) ifadesi kullanılırsa

$$|y_r| = |\hat{P}S(d_{tot} - \hat{u})|. \quad (2.67)$$

Teorem 1 ile birlikte

$$|y_r| = \left| \hat{P}Sd_{tot} - \hat{P}S \frac{T_{obs}(1 + \Delta W_T)}{1 + T_{obs}\Delta W_T} d_{tot} \right| \quad (2.68)$$

$$|y_r| = \left| \frac{\hat{P}SS_{obs}d_{tot}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \right|. \quad (2.69)$$

W_P ağırlıklı terimler eşitliğe eklenerek yeniden düzenlenirse

$$\left| \frac{W_P y_r}{d_{tot}} \right| = \left| \frac{W_P \hat{P}SS_{obs}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \right| \quad (2.70)$$

ve ifadenin tüm frekanslardaki sınırlandırması ise aşağıdaki ifadeyi empoze eder.

$$\left| \frac{W_P \hat{P}SS_{obs}}{1 + T_{obs}\Delta W_T}(j\omega) \right| < 1 \quad \forall \omega, \forall \Delta. \quad (2.71)$$

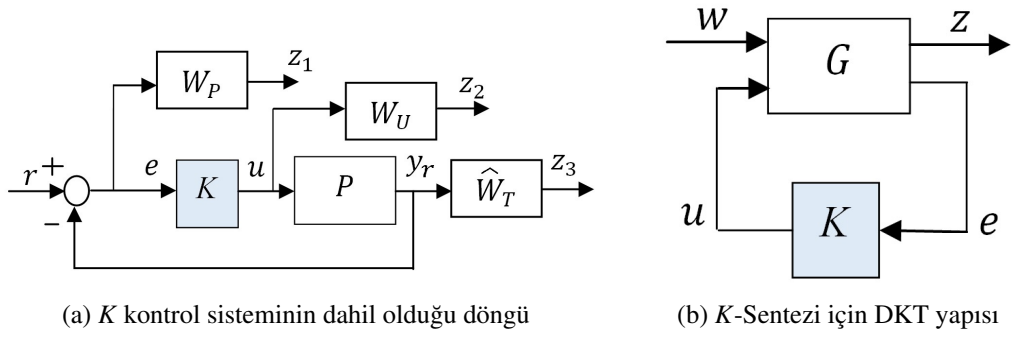
Denklem (2.58) ve (2.59)'nin yardımı ile,

$$\left| \frac{W_P \hat{P}SS_{obs}}{1 - |T_{obs}W_T|}(j\omega) \right| < 1 \quad \forall \omega, \forall \Delta \quad (2.72)$$

ki bu ifade de (2.63) ile aynıdır.

Yorum 5 Teorem 3 sadece BBT kullanımı durumundaki gürbüz performans kriterini tartışır; buna ek olarak Teorem 2 ile verilen gürbüz kararlılık şartı sistemde ek olarak kontrol edilmek zorundadır.

Teorem 3'e göre BBT yapısı, gürbüz performansın sağlanmasına, $|S_{obs}| < 1$ ifadesi geçerli olduğu sürece, (2.63) ifadesinin sol yanını azaltarak yardımcı olur. Tahmincinin BG içinde durumunda $S_{obs} \approx 0$ ifadesi geçerlidir ve bu yüzden ifadenin geçerliliği, sadece iç kararlılık durumuna indirgenir. Bu durum perturbe edilmiş sistemin nominal sistem ile birebir olmasından da kolayca anlaşılmaktadır çünkü bu bölgede sisteme etkiyen tüm bozucu-etki/belirsizlikler giderilir (Yorum 2). BG dışında durumunda ise $S_{obs} \approx 1$ olduğu için gürbüz performans durumu BBT'siz yapı ile eşdeğer olur.



Şekil 2.5: TGTÇ sistemler için K sentezlemesi için blok diyagramları.

2.2.2.4 TGTÇ-sistemlerde temel kontrolcü K için \mathcal{H}_∞ tasarımı

Bu bölümde, \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi tabanlı ana kontrol sistemi K 'nın tasarımı irdelenmiştir. Kontrolcü sentezi için kullanılan genel şema Şekil 2.5a ile verilmiştir. Bu şemanın DKT versiyonu ise Şekil 2.5b ile verilmiştir. Burada \hat{W}_T ifadesi Yorum 1 ile belirtilmişken, G ağırlıklarla artırılmış sistemi, K ise tasarlanan ana kontrolcüyü ifade eder. Şekil 2.5b ile verilen sistem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

ki $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ ve $w = r$. DKT ile verilen w 'den z 'ye alt-DKT ise

$$z = \mathcal{F}_l(G, K)w \quad (2.74)$$

ki

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_l(G, K) &= G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \\ &= \begin{bmatrix} W_P S \\ W_U K S \\ \hat{W}_T T \end{bmatrix} =: N. \end{aligned} \quad (2.75)$$

şeklindedir. z vektörünün elemanları ise

$$\begin{aligned} z_1 &= W_P e = W_P(r - y_r) = W_P r - W_P P u \\ z_2 &= W_U u \\ z_3 &= \hat{W}_T P u. \end{aligned} \quad (2.76)$$

denklemleri ile ifade edilir. Hata e ise

$$e = r - y_r = r - P u. \quad (2.77)$$

ile tanımlanır. Yukarıda ki denklemlerin kullanılması ile eklenmiş matris G aşağıdaki gibi bölümlenmiş(partitioned) şekilde yazılabilir.

$$G(s) = \begin{bmatrix} W_P & -W_P P \\ 0 & W_U \\ 0 & \hat{W}_T P \\ \hline 1 & -P \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

ki $G_{11} = [W_P \ 0 \ 0]^T$, $G_{12} = [-W_P P \ W_U \ \hat{W}_T P]^T$, $G_{21} = 1$ ve $G_{22} = -P$. Standart bir \mathcal{H}_∞ kontrol probleminin amacı aşağıdaki ifadeyi minimize eden bir kararlılaştırıcı kontrol sistemi K 'nin bulunmasıdır.

$$\|\mathcal{F}_l(G, K)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(\mathcal{F}_l(G, K)(j\omega)) < \gamma \quad (2.79)$$

ki γ , bütün kararlılaştırıcı kontrolcüler K üzerinde $\|\mathcal{F}_l(G, K)\|_\infty$ ifadesinin değeridir ve önceki bölümde bahsedildiği üzere iteratif bir şekilde çözümlenerek optimale yakın(suboptimal) bir çözüm elde edilebilir.

2.3 ÇGÇÇ-Sistemler

2.3.1 ÇGÇÇ-sistemler için önerilen BETK yapısı ve özellikleri

Bu bölümde, ÇGÇÇ-sistemler için önerilen BETK yapısı ve özellikleri verilecektir. Denklem (2.1-2.2) ile verilen sistemler için uygun boyutlar $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 4}$, $\mathbf{B}_d \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{4 \times n}$, $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$, $y_0(t) \in \mathbb{R}^4$, $u(t) \in \mathbb{R}^4$, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^4$, $d_{ed}(t) \in \mathbb{R}^4$ ve $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ şeklindedir. Yani geliştirilecek olan teori temsili dört-giriş-dört-çıkışlı bir sistem üzerinden gösterilecektir.

Yorum 6 Bu kısımda, EGB'in her zaman mevcut olduğu varsayılmaktadır ve (2.2) ifadesi sistem tanımı olarak kullanılacaktır. Ek olarak Bölüm 2.1 ile verilen teorik hazırlıklar ÇGÇÇ sistemler içinde geçerlidir.

İlk iş olarak, ÇGÇÇ-sistemler için sistemin transfer fonksiyonu matrisi ile ifade edilmesini sağlayacak notasyonel tanımların yapılması gerekmektedir. \mathbf{P} matrisi perturbe edilmemiş ($d_{ed} = 0$) sistemi betimlesin. Bu durumda transfer fonksiyon matrisi \mathbf{P}

$$\mathbf{P}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (2.80)$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) & P_{13}(s) & P_{14}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) & P_{23}(s) & P_{24}(s) \\ P_{31}(s) & P_{32}(s) & P_{33}(s) & P_{34}(s) \\ P_{41}(s) & P_{42}(s) & P_{43}(s) & P_{44}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1(s) & \mathbf{P}_2(s) \\ \mathbf{P}_3(s) & \mathbf{P}_4(s) \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

ile verilmektedir. Buradaki her bir $P_{ij}(s)$ elemanı sistemin j 'nci girişi ve i 'nci çıkışı arasında özel birer transfer fonksiyonu olarak düşünülebilir.

Normal bir sistem betimlemesinde köşegensel(diagonal) elemanlar, ilgili girdi-çıkış arasındaki baskın olan transfer fonksiyon ile gösterilir. Eğer verilmiş olan gösterim bu kurala uymuyorsa, köşegensel transfer fonksiyonların baskın olacağı şekilde transfer fonksiyonu matrisi yeniden düzenlenebilir. Köşegensel olmayan elemanlar ise kanallar arasında kenetlenme(coupling) olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu kanallar arasındaki kenetlenmeler genellikle karmaşık bir kontrol sürecine sebep olmaktadır.

Bazı durumlarda kenetlenme etkisini gözardı edip her bir köşegenel eleman için ayrı kontrol sistemi tasarlayıp bunları tek bir kontrol sistemi içinde birleştirmek kabul edilebilir olmaktadır [80, 81]. Bu işlemi yaparken, her bir köşegendeki kontrol sistemi gürbüzlük payının, kenetlenmelerden etkilenmeyecek kadar yüksek olmasını umut etmek gerekmektedir. Bu durum bazı sistemler için geçerli olsa dahi (sistemin gürbüzlük payı yeterli gelse dahi), parametre değişimleri, modellenmemiş dinamik etkiler, belirsizlikler gerçek sistemi kararsız hale getirebilmektedir [82]. Ek olarak μ -sentezleme yaklaşımı yaygın olarak ÇGÇÇ sistemler için kontrol sistemi tasarımlarında önemli rol oynamaktadır [83]. Bu tasarım yaklaşımı yukarıda bahsedilen kararsızlık durumlarını ortadan kaldırmak için literatürde yer edinmiştir. Bu çalışma kapsamında, kanallar arasındaki kenetlenmeti (bunlara ek olarak belirsizlikler ve bozucu-etkileri) tahmin edip etkilerini iptal edecek bir ÇGÇÇ bir BETK yapısı önerilmiştir. Ancak, genellikle kapalı-çevrim sistemlerde arzu edilen davranış ise sistemin sadece köşegenel elemanlardan oluşuyormuş gibi davranmasıdır. Bu sebepten ötürü, nominal sistem davranışı olarak sadece köşegenel elemanlardan oluşan aşağıdaki transfer fonksiyonu matrisini

$$\mathbf{P}_d(s) = \text{diag}[P_{11}(s) \quad P_{22}(s) \quad P_{33}(s) \quad P_{44}(s)] \quad (2.82)$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44}(s) \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

ele alınır. Perturbe edilmemiş sistem \mathbf{P} ise aşağıdaki formda yazılabilmektedir.

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \mathbf{P}_{od}) \quad (2.84)$$

Burada

$$\mathbf{P}_{od}(s) = \mathbf{P}_d^{-1} \begin{bmatrix} 0 & P_{12}(s) & P_{13}(s) & P_{14}(s) \\ P_{21}(s) & 0 & P_{23}(s) & P_{24}(s) \\ P_{31}(s) & P_{32}(s) & 0 & P_{34}(s) \\ P_{41}(s) & P_{42}(s) & P_{43}(s) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

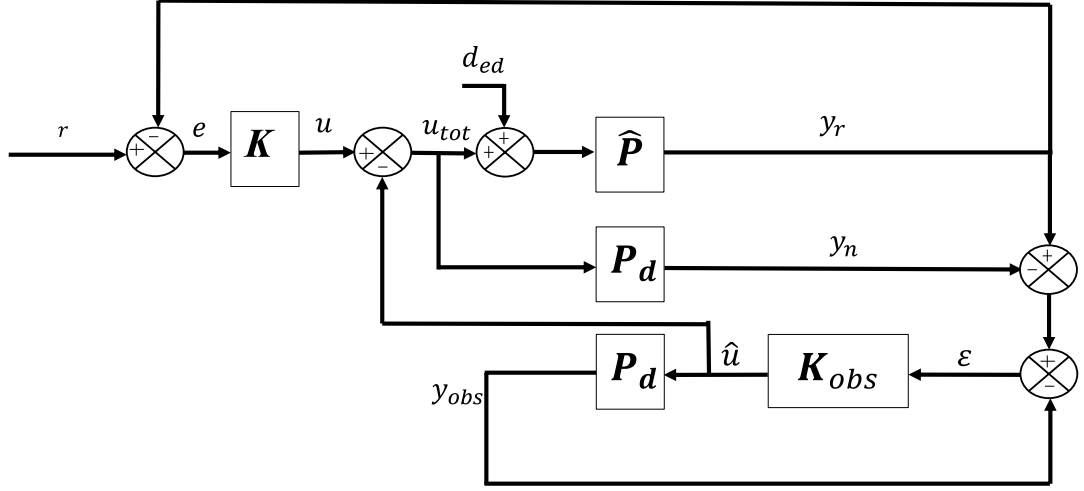
$$= \begin{bmatrix} 0 & P_{11}^{-1}P_{12}(s) & P_{11}^{-1}P_{13}(s) & P_{11}^{-1}P_{14}(s) \\ P_{22}^{-1}P_{21}(s) & 0 & P_{22}^{-1}P_{23}(s) & P_{22}^{-1}P_{24}(s) \\ P_{33}^{-1}P_{31}(s) & P_{33}^{-1}P_{32}(s) & 0 & P_{33}^{-1}P_{34}(s) \\ P_{44}^{-1}P_{41}(s) & P_{44}^{-1}P_{42}(s) & P_{44}^{-1}P_{43}(s) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

şeklinindedir. Perturbe edilmiş sistem ise aşağıdaki küme ile verilen sistemler ailesinin herhangi bir elemanı olabilir.

$$\hat{\mathbf{P}} \in \{\mathbf{P}(\mathbf{I} + \Delta \mathbf{W}_T) \mid \forall \|\Delta\|_\infty \leq 1\} \quad (2.87)$$

Burada \mathbf{W}_T aşağıda verilen gürbüzlük ağırlık fonksiyonunu

$$\mathbf{W}_T(s) = \begin{bmatrix} W_{T11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{T22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{T33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{T44}(s) \end{bmatrix}.$$



Şekil 2.6: ÇGÇÇ sistemler için önerilen kontrol sisteminin genel yapısı.

ve Δ ise aşağıda verilen yapılı(structured), norm-sınırlı belirsizlik fonksiyonunu temsil etmektedir.

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} \Delta_{11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta_{44}(s) \end{bmatrix}$$

Denklem (2.84)'i kullanarak, (2.87) ifadesi yeniden yazılırsa

$$\hat{\mathbf{P}} \in \{\mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \mathbf{P}_{od})(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T) \mid \forall \|\Delta\|_\infty \leq 1\} . \quad (2.88)$$

Artık BETK tabanlı \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı istenmeyen etkileri (kanallar arası kenetlenmeler, bozucu-etkiler, belirsizlikler vb.) eleyecek şekilde oluşturulabilir.

Önerilen kontrol sisteminin blok-diyagramı yapısı Şekil 2.6 ile gösterilmektedir. Burada \mathbf{K} ifadesi ana kontrol sistemini, \mathbf{K}_{obs} ifadesi BETK tabanlı kontrol sistemini, $u(t) \in \mathbb{R}^4$ ana kontrol sistemi çıkışını, $y_r(t) \in \mathbb{R}^4$ perturbe edilmiş (gerçek sistem) çıkışını, $y_n(t) \in \mathbb{R}^4$ arzulanan-nominal sistem çıkışını, $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^4$ BETK kontrol sistemi için hata vektörünü, $\hat{u}(t) \in \mathbb{R}^4$ BETK kontrol sistemi \mathbf{K}_{obs} çıkışını ki bu çıkış BETK yapısının ürettiği tahmindir, $u_{tot}(t) \in \mathbb{R}^4$ ise sisteme uygulanan tümleşik kontrol girişini ifade etmektedir.

Aşağıda BETK yapısının sonradan yapılacak olan analizlerinde kullanılmak üzere, Şekil 2.6'den elde edilen bazı önemli sonuçlar paylaşılmaktadır.

Lemma 6 Gözleyici döngüsünün giriş tamamlayıcı hassaslık fonksiyonu

$$\mathbf{T}_{obs}^{input} = \mathbf{K}_{obs}\mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs}\mathbf{P}_d)^{-1} . \quad (2.89)$$

ifadesi ile verilmiş olsun. Bu durumda, BETK yapısı vasıtası ile elde edilen tahminin açık hali

$$\begin{aligned} \hat{u} = & \mathbf{T}_{obs}^{input} (\Delta\mathbf{W}_T u_{tot} + \mathbf{P}_{od} u_{tot} + \mathbf{P}_{od} \Delta\mathbf{W}_T u_{tot} + d_{ed} \\ & + \Delta\mathbf{W}_T d_{ed} + \mathbf{P}_{od} d_{ed} + \mathbf{P}_{od} \Delta\mathbf{W}_T d_{ed}) \end{aligned} \quad (2.90)$$

şeklinde. Bu durum ayrıca üç adet kullanışlı özel duruma yol açmaktadır ki bunlar

$$\hat{u} = \begin{cases} \mathbf{T}_{obs}^{input} d_{ed} & \Delta = 0, \mathbf{P}_{od} = 0 \text{ için} \\ \mathbf{T}_{obs}^{input} \Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} & d_{ed} = 0, \mathbf{P}_{od} = 0 \text{ için} \\ \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{P}_{od} \mathbf{u}_{tot} & \Delta = 0, d_{ed} = 0 \text{ için} \end{cases} \quad (2.91)$$

eşitlikleri ile verilir.

İspat 10 Şekil 2.6 vasıtası ile aşağıdaki ifadeler

$$\begin{aligned} y_r &= \hat{\mathbf{P}}(\mathbf{u}_{tot} + d_{ed}) \\ y_n &= \mathbf{P}_d \mathbf{u}_{tot} \\ y_{obs} &= \mathbf{P}_d \hat{u} \end{aligned}$$

yazılabilir. Bundan sonra

$$\begin{aligned} \varepsilon &= y_r - y_n - y_{obs} \\ &= \hat{\mathbf{P}} \mathbf{u}_{tot} - \mathbf{P}_d \mathbf{u}_{tot} + \hat{\mathbf{P}} d_{ed} - \mathbf{P}_d \hat{u} \end{aligned} \quad (2.92)$$

(2.88) denkleminin (2.92) içinde kullanılması ile ε ifadesi genişletilirse

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \mathbf{P}_d \Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} + \mathbf{P}_d \mathbf{P}_{od} \mathbf{u}_{tot} + \mathbf{P}_d \mathbf{P}_{od} \Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} + \mathbf{P}_d d_{ed} \\ &\quad + \mathbf{P}_d \Delta \mathbf{W}_T d_{ed} + \mathbf{P}_d \mathbf{P}_{od} d_{ed} + \mathbf{P}_d \mathbf{P}_{od} \Delta \mathbf{W}_T d_{ed} - \mathbf{P}_d \hat{u} \end{aligned} \quad (2.93)$$

formu elde edilir. Ek olarak Şekil 2.6'den

$$\hat{u} = \mathbf{K}_{obs} \varepsilon \quad (2.94)$$

ifadesi, (2.93)'de yerine koyulursa

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d (\Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} + \mathbf{P}_{od} \mathbf{u}_{tot} + \mathbf{P}_{od} \Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} + d_{ed} \\ &\quad + \Delta \mathbf{W}_T d_{ed} + \mathbf{P}_{od} d_{ed} + \mathbf{P}_{od} \Delta \mathbf{W}_T d_{ed} - \hat{u}) . \end{aligned}$$

\hat{u} için denklemin çözümü

$$\begin{aligned} \hat{u} &= (\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d)^{-1} \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d (\Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} + \mathbf{P}_{od} \mathbf{u}_{tot} \\ &\quad + \mathbf{P}_{od} \Delta \mathbf{W}_T \mathbf{u}_{tot} + d_{ed} + \Delta \mathbf{W}_T d_{ed} + \mathbf{P}_{od} d_{ed} \\ &\quad + \mathbf{P}_{od} \Delta \mathbf{W}_T d_{ed}) . \end{aligned} \quad (2.95)$$

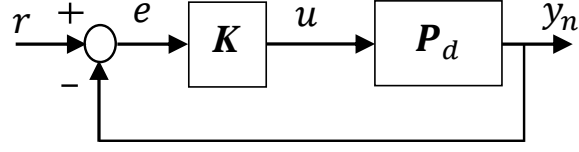
Ayrıca

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d (\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d) &= (\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d) \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d \\ (\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d)^{-1} \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d &= \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d (\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d)^{-1} \end{aligned}$$

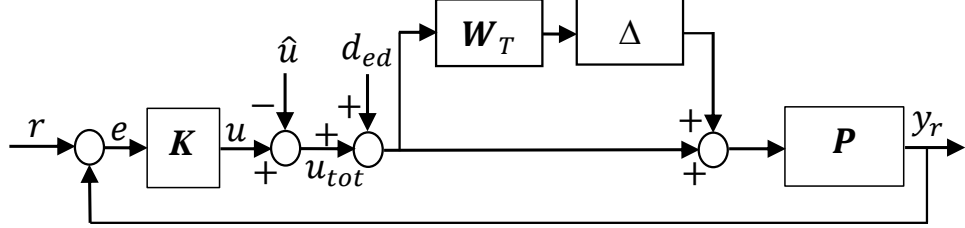
ifadesinin, (2.89)'de kullanılması ile

$$(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d)^{-1} \mathbf{K}_{obs} \mathbf{P}_d = \mathbf{T}_{obs}^{input} . \quad (2.96)$$

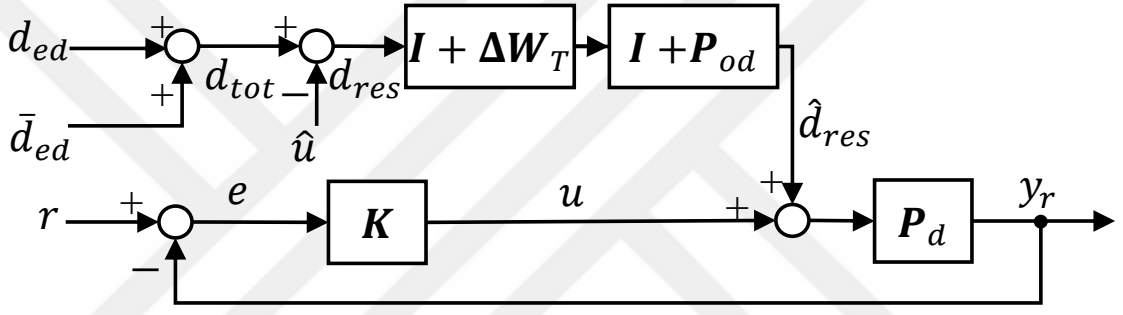
elde edilir. (2.96)'nin (2.95) içinde kullanılması, (2.90) ile verilen eşitliğe yol açmaktadır. $\Delta = 0$, \mathbf{P}_{od} ve $d_{ed} = 0$ şeklinde ayarlanması (2.91) ile verilen özel durumlar ortaya çıkmaktadır.



(a) ÇGÇÇ-Nominal sistem



(b) ÇGÇÇ-Perturbe sistem



(c) ÇGÇÇ-Perturbe sistemin Toplam-Eşdeğer-Bozucu-etkiler formu

Şekil 2.7: ÇGÇÇ-Nominal ve perturbe sistemler için blok diyagramları.

Yorum 7 Denklem (2.91) tarafından verilen üçüncü özel durum, P sistem matrisinin köşegensel olmayan bileşenlerinin önerilen BETK tarafından tahmin edilebileceği anlamına gelir.

Lemma 6, BETK'nın, bozucu-etkiler, belirsizlikler ve kanallar arası etkileşmelerin kombinasyonu olan bir tahmin ürettiğini göstermektedir. Artık bu tahmine anlam kazandırması amacıyla ÇGÇÇ-sistemlerde *Toplam Eşdeğer Bozucu-etki* konseptini tanımlayabiliriz.

Tanım 4 Şekil 2.7b ile verilen perturbe edilmiş sistemi elde etmek için, Şekil 2.7a ile verilmiş ve eşdeğer bozucu-etkilerin (d_{ed}) etki ettiği nominal sistemi ele alalım. Şekil 2.7c ile verilmiş sistemde d_{tot} ifadesi toplam eşdeğer bozucu-etki

$$d_{tot} = \bar{d}_{ed} + d_{ed} \quad (2.97)$$

şeklinde tanımlarır. Burada

$$\bar{d}_{ed} = (I + \Delta W_T + P_{od} + P_{od} \Delta W_T)^{-1} (\Delta W_T + P_{od} + P_{od} \Delta W_T) u \quad (2.98)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Artık bozucu-etki d_{res} ise aşağıdaki eşitlik ile tanımlanmaktadır

$$d_{res} = d_{tot} - \hat{u}. \quad (2.99)$$

Son olarak Perturbe edilmiş artık bozucu-etki \hat{d}_{res} ise

$$\hat{d}_{res} = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_{od})(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T)d_{res} \quad (2.100)$$

ile verilmektedir.

Lemma 7 Şekil 2.7b ile verilen perturbe edilmiş sistem ile Şekil 2.7c ile verilen toplam eşdeğer bozucu-etki formu eşdeğerdir.

İspat 11 Şekil 2.7b ile Şekil 2.7c arasındaki eşdeğerliği, iki sisteminde ayırteğici harici girişler altında aynı çıkışı (y_r) vermesi ile göstereceğiz. Şekil 2.7b için

$$\begin{aligned} y_r &= \mathbf{P}(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T)(u_{tot} + d_{ed}) \\ &= \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \mathbf{P}_{od})(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T)(u_{tot} + d_{ed}) \\ &= \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)(u_{tot} + d_{ed}). \end{aligned} \quad (2.101)$$

Şekil 2.7c'deki blok diyagramı ve Tanım 4'in kullanılması ile

$$\begin{aligned} y_r &= \mathbf{P}_d(u + \hat{d}_{res}) \\ &= \mathbf{P}_d u + \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \mathbf{P}_{od})(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T)d_{res} \\ &= \mathbf{P}_d u + \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \mathbf{P}_{od})(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T)(\bar{d}_{ed} + d_{ed} - \hat{u}) \\ &= \mathbf{P}_d u + \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)((\mathbf{I} \\ &\quad + \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)^{-1}(\Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} \\ &\quad + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)u + d_{ed} - \hat{u}). \end{aligned}$$

Yeniden düzenlemeler ise

$$\begin{aligned} y_r &= \mathbf{P}_d u + (\mathbf{P}_d\Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)u \\ &\quad + \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)(d_{ed} - \hat{u}) \\ &= \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)(u + d_{ed} - \hat{u}) \\ &= \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T)(u_{tot} + d_{ed}) \end{aligned} \quad (2.102)$$

ifadesine yol açmaktadır ki buda bizi (2.101) ifadesine götürür.

Toplam eşdeğer bozucu-etki konsepti kullanılarak BETK tarafından yapılan tahmin tekrar düzenlenir ise

Teorem 4 BETK tarafından yapılan tahmin

$$\hat{u} = [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*]^{-1} \mathbf{T}_{obs}^{input} [\mathbf{I} + \mathbf{U}^*] d_{tot} \quad (2.103)$$

şeklindedir. Burada

$$\mathbf{U}^* := \Delta\mathbf{W}_T + \mathbf{P}_{od} + \mathbf{P}_{od}\Delta\mathbf{W}_T. \quad (2.104)$$

İspat 12 Lemma 6'daki (2.90) ile başlarsak, (2.104) kullanılması ve $u_{tot} = u - \hat{u}$ ifadesi sayesinde

$$\hat{u} = \mathbf{T}_{obs}^{input} (\mathbf{U}^* (u - \hat{u}) + d_{ed} + \mathbf{U}^* d_{ed}) .$$

\hat{u} 'lu terimleri bir araya toplarsak

$$(\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*) \hat{u} = \mathbf{T}_{obs}^{input} (\mathbf{U}^* u + d_{ed} + \mathbf{U}^* d_{ed}) \quad (2.105)$$

buradan \hat{u} ifadesi yalnız bırakılırsa

$$\hat{u} = (\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*)^{-1} \mathbf{T}_{obs}^{input} (\mathbf{U}^* u + d_{ed} + \mathbf{U}^* d_{ed}) . \quad (2.106)$$

$\mathbf{I} = (\mathbf{I} + \mathbf{U}^*)(\mathbf{I} + \mathbf{U}^*)^{-1}$ olduğu için,

$$\begin{aligned} \hat{u} &= (\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*)^{-1} \mathbf{T}_{obs}^{input} (\mathbf{I} + \mathbf{U}^*) (\mathbf{I} \\ &\quad + \mathbf{U}^*)^{-1} (\mathbf{U}^* u + d_{ed} + \mathbf{U}^* d_{ed}) \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*)^{-1} \mathbf{T}_{obs}^{input} (\mathbf{I} + \mathbf{U}^*) ((\mathbf{I} \\ &\quad + \mathbf{U}^*)^{-1} \mathbf{U}^* u + (\mathbf{I} + \mathbf{U}^*)^{-1} d_{ed} \\ &\quad + (\mathbf{I} + \mathbf{U}^*)^{-1} \mathbf{U}^* d_{ed}) . \end{aligned} \quad (2.107)$$

yazılabilir. Terimlerin derlenmesi ve (2.98) kullanılması ile

$$\begin{aligned} \hat{u} &= [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*]^{-1} \mathbf{T}_{obs}^{input} [\mathbf{I} + \mathbf{U}^*] (\bar{d}_{ed} + d_{ed}) \\ &= [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{obs}^{input} \mathbf{U}^*]^{-1} \mathbf{T}_{obs}^{input} [\mathbf{I} + \mathbf{U}^*] d_{tot} \end{aligned} \quad (2.108)$$

ispat tamamlanmış olur.

Takip eden sonuç, BETK bant-genişliği ile nominal sistem davranışı arasında doğal bağlantıyı göstermektedir. Ancak bundan önce bazı terminolojiler tanımlanmalıdır.

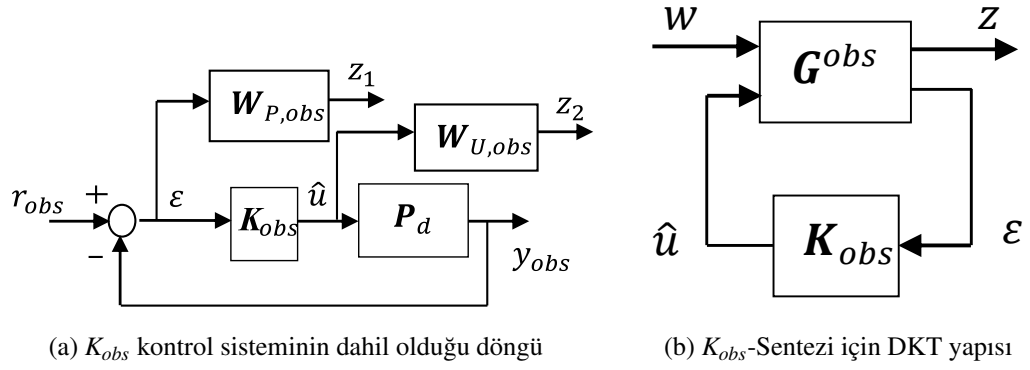
Tanım 5 ω_{obs} terimi BETK'nın bant-genişliğini (BG) temsil etsin. Böylece,

$$\begin{aligned} BG \text{ İçinde} &\Leftrightarrow \mathbf{T}_{obs}^{input} \approx \mathbf{I} \Leftrightarrow \omega \ll \omega_{obs} \\ BG \text{ Dışında} &\Leftrightarrow \mathbf{T}_{obs}^{input} \approx \mathbf{0} \Leftrightarrow \omega \gg \omega_{obs} \\ Geçiş &\Leftrightarrow \mathbf{T}_{obs}^{input} \not\approx \{\mathbf{0}, \mathbf{I}\} \Leftrightarrow \omega \text{ yaklaşık } \omega_{obs} \end{aligned}$$

Sonuç 2 BG İçinde, BETK yapısı, perturbe edilmiş sistemi nominal sistem gibi davranmaya zorlamaktadır. BG Dışında, tümleşik yapı içinde herhangi bir tahmin bulunmamaktadır (yani $\hat{u} = 0$) böylece sistem sanki BETK yapısı hiç yokmuş gibi davranmaktadır.

İspat 13 BG İçinde $\mathbf{T}_{obs}^{input} \approx \mathbf{I}$ olduğu için, Teorem 4'in kullanılması

$$\hat{u} = [\mathbf{I} + \mathbf{I}\mathbf{U}^*]^{-1} \mathbf{I} [\mathbf{I} + \mathbf{U}^*] d_{tot} = d_{tot} . \quad (2.109)$$



Şekil 2.8: ÇGÇÇ sistemlerde K sentezlemesi için blok diyagramları.

eşitliğine yol açmaktadır. Bu durum, Şekil 2.7c'yi dikkate alarak $d_{res} = d_{tot} - \hat{u} = 0$ ve $\hat{d}_{res} = 0$ ifadelerine yol açar böylece Şekil 2.7a'daki blok diyagramı ile ayırt edilemez hale gelmektedir.

BG Dışında durumda ise, $\mathbf{T}_{obs}^{input} \approx \mathbf{0}$ ifadesi geçerlidir ki Teorem 4'den

$$\hat{u} = [\mathbf{I} + \mathbf{0}\mathbf{U}^*]^{-1} \mathbf{0}[\mathbf{I} + \mathbf{U}^*]d_{tot} = 0 \quad (2.110)$$

eşitliği elde edilir. $\hat{u} = 0$ ifadesi ile Şekil 2.7b ise BETK'sız perturbe edilmiş sistem haline dönüşmüş olur.

2.3.2 ÇGÇÇ-sistemler için kontrol sistemi tasarımı

Bu bölümde, DKT tabanlı \mathcal{H}_∞ -kontrolcü tasarımı hem BBT döngüsü kontrolcüsü K_{obs} hemde ana döngü kontrolcüsü K için ele alınacaktır.

2.3.2.1 ÇGÇÇ-sistemler için \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi ile K_{obs} tasarım prosedürü

\mathcal{H}_∞ kontrol sistemi tasarımı için, BETK geri-besleme döngüsü (Şekil 2.6'daki alt döngü), Şekil 2.8a ile verilen nominal sistemin ağırlıklandırılmış hali olarak düşünülebilir. Burada $\mathbf{W}_{P,obs}$ ifadesi performans ağırlığı olarak tanımlanır.

$$\mathbf{W}_{P,obs}(s) = \begin{bmatrix} W_{P,obs,11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{P,obs,22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{P,obs,33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{P,obs,44}(s) \end{bmatrix}$$

Köşegendeki her bir elemanın açık hali

$$W_{P,obs,ii}(s) = \left(\frac{s / \sqrt[k_i]{M_{p,i} + \omega_{b,i}}}{s + \omega_{b,i} / \sqrt[k_i]{\epsilon_i}} \right)^{k_i} \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için} \quad (2.111)$$

şeklindedir. $\omega_{b,i}$ terimi hassaslık fonksiyonu için kesme frekansı, $M_{p,i}$ hassaslık fonksiyonu için en fazla izin verilen aşım oranı, ε_i küçük bir pozitif sayı ki bu sayede yaklaşık integral aksiyonu başarılabilir ve k_i ise 1'den büyük herhangi bir doğal sayıyı temsil etmektedir. $\mathbf{W}_{U,obs}$ ise giriş ağırlık fonksiyonudur ve aşağıdaki formdadır.

$$\mathbf{W}_{U,obs}(s) = \begin{bmatrix} W_{U,obs,11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{U,obs,22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{U,obs,33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{U,obs,44}(s) \end{bmatrix}$$

burada ise her bir köşegendeki terimin genel hali

$$W_{U,obs,ii}(s) = \left(\frac{s + \omega_{u,i}/\sqrt{k_i M_{u,i}}}{s^{k_i/\varepsilon_i} + \omega_{u,i}} \right)^{k_i} \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için} . \quad (2.112)$$

$\omega_{u,i}$ terimi $\mathbf{K}_{obs} \mathbf{S}_{obs}^{output}$ fonksiyonu için kesme frekansını, $M_{u,i}$ aynı fonksiyon için en fazla izin verilen aşım oranını, ε_i küçük bir pozitif sayı ki bu sayede yaklaşık integral aksiyonu başarılabilir ve k_i ise 1'den büyük herhangi bir doğal sayıyı temsil etmektedir. Sistem, Şekil 2.8b ile verilen eşdeğer DKT formuna dönüştürülebilir. Burada $w = r_{obs} = y_r - y_n$ ve $z = [z_1 \ z_2]^T$. \mathbf{G}^{obs} bloğu \mathbf{K}_{obs} dışındaki tüm blokları içerisinde toplar. \mathbf{K}_{obs} bloğu \mathbf{P}_d sistemini kontrol etmektedir ve çıkışı \hat{u} tümleşik tahmindir ki Teorem 4 ile ifade edilen bu tahminin içinde tüm bozucu-etkiler, belirsizlikler ve kanallar arası kenetlenmeleri içermektedir. BETK yapısı belirli bir frekans bölgesi içinde etkilidir ve bu sayede yüksek frekans içeriğine sahip tahminler ile ilgilenilmemektedir. Yapılan bu işlem \mathbf{K}_{obs} kontrolcüsünün çıkışına eklenen ağırlık fonksiyonu $\mathbf{W}_{U,obs}$ ile anlamlı olmaktadır.

Şekil 2.8b ile tanımlanan transfer fonksiyonu matrisi

$$\begin{bmatrix} z \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11}^{obs} & \mathbf{G}_{12}^{obs} \\ \mathbf{G}_{21}^{obs} & \mathbf{G}_{22}^{obs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \hat{u} \end{bmatrix} . \quad (2.113)$$

şeklindedir. w girişinden z çıkışına olan alt DKT ise

$$z = \mathcal{F}_l(\mathbf{G}^{obs}, \mathbf{K}_{obs})w \quad (2.114)$$

gibi yazılır. Burada

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_l(\mathbf{G}^{obs}, \mathbf{K}_{obs}) &= \mathbf{G}_{11}^{obs} + \mathbf{G}_{12}^{obs} \mathbf{K}_{obs} (\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}^{obs} \mathbf{K}_{obs})^{-1} \mathbf{G}_{21}^{obs} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{P,obs} \mathbf{S}_{obs}^{output} \\ \mathbf{W}_{U,obs} \mathbf{K}_{obs} \mathbf{S}_{obs}^{output} \end{bmatrix} =: \mathbf{N}_{obs} . \end{aligned} \quad (2.115)$$

z 'nin elemanları ise aşağıda tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} z_1 &= \mathbf{W}_{P,obs} \varepsilon = \mathbf{W}_{P,obs} (r_{obs} - y_{obs}) \\ &= \mathbf{W}_{P,obs} r_{obs} - \mathbf{W}_{P,obs} \mathbf{P}_d \hat{u} \\ z_2 &= \mathbf{W}_{U,obs} \hat{u} . \end{aligned} \quad (2.116)$$

Ek olarak hata ε ise

$$\varepsilon = r_{obs} - y_{obs} = r_{obs} - \mathbf{P}_d \hat{u} . \quad (2.117)$$

Yukarıdaki eşitlik kullanılarak, eklenmiş sistem \mathbf{G}^{obs} 'in açık hali

$$\mathbf{G}^{obs} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11}^{obs} & \mathbf{G}_{12}^{obs} \\ \mathbf{G}_{21}^{obs} & \mathbf{G}_{22}^{obs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{P,obs} & -\mathbf{W}_{P,obs} \mathbf{P}_d \\ 0 & \mathbf{W}_{U,obs} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{P}_d \end{bmatrix} \quad (2.118)$$

şeklinde yazılır. Artık \mathcal{H}_∞ kontrol yaklaşımı sisteme uygulanabilir hale gelmiştir. Bu yaklaşımda amaç aşağıdaki fonksiyonu minimum hale getirecek bir \mathbf{K}_{obs} kontrol sistemi sentezlenmesidir.

$$\|\mathcal{F}_l(\mathbf{G}^{obs}, \mathbf{K}_{obs})\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(\mathcal{F}_l(\mathbf{G}^{obs}, \mathbf{K}_{obs})(j\omega)) < \gamma_{obs} . \quad (2.119)$$

Denklem (2.119) ile verilen form iteratif bir biçimde çözülebilir, detaylar [78, 79]'da mevcuttur.

2.3.2.2 ÇGÇÇ-sistemler için BETK tabanlı kontrol sistemlerinin sağladığı gürbüzlük avantajları

Önerilen BETK yapısının kullanımı kontrol sisteminin gürbüz kararlılığı ile ilgili pek çok iyileştirme sunmaktadır ve bunlar aşağıda verilmiştir.

Yorum 8 *Herhangi bir gerçek sistem kesinlikle katı-düzgün(strictly proper) ki buda*

$$\omega \rightarrow \infty : \bar{\sigma}(\mathbf{L}_{real}(j\omega)) \rightarrow 0 \Rightarrow \bar{\sigma}(\mathbf{S}_{real}(j\omega)) \rightarrow I. \quad (2.120)$$

anlamına gelir [79]. Burada \mathbf{L}_{real} ifadesi herhangi gerçek bir sistemin açık-çevrim(open-loop) transfer fonksiyon matrisi ve \mathbf{S}_{real} ise herhangi bir gerçek sistemin hassaslık fonksiyonunu temsil etmektedir.

Yorum 8 vasıtası ile takip eden lemma türetilmiştir.

Lemma 8 *Denklem (2.80)-(2.81) ile verilen sistem için, öyle bir frekans ω_{hf}^+ vardır ki*

$$\mathbf{P} \approx \mathbf{P}_d, \quad \omega > \omega_{hf}^+ \text{ için} . \quad (2.121)$$

ifadesi sağlanır.

İspat 14 *Denklemler (2.80)-(2.81) ile verilen sistem Yorum 8 gereği katı-düzgün olduğundan dolayı*

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} P_{ik}(j\omega) = 0 . \quad (2.122)$$

\mathbf{P} matrisinin her bir elemanı için geçerlidir. Özellikle, üstteki ifade köşegen olmayan elemanlar içinde geçerlidir. Buda

$$\exists \omega_{hf,ik} \mid P_{ik}(j\omega) \approx 0, \quad \omega > \omega_{hf,ik}, \quad i \neq k \text{ için}$$

anlamına gelmektedir. Burada $P_{ik}(j\omega) \approx 0$, yeterince küçük ε için $|P_{ik}(j\omega)| < \varepsilon$. Artık

$$\omega_{hf}^+ := \max_{i,k} \omega_{hf,ik} \quad (2.123)$$

tanımı verilebilir. O zaman

$$P_{ik}(j\omega) \approx 0, \quad \omega > \omega_{hf}^+, \quad i \neq k \text{ için}$$

olur ki buda $\omega > \omega_{hf}^+$ için $\mathbf{P} \approx \mathbf{P}_d$ ifadesini gerektirmektedir. Böylece sadece köşegenel terimler hayatta kalır.

Varsayım 4 BETK kontrol sistemi \mathbf{K}_{obs} takip eden ifadeyi sağlar.

$$\mathbf{T}_{obs}^{input}(j\omega) \approx \mathbf{I}, \quad \omega \leq \omega_{hf}^+ \text{ için} \quad (2.124)$$

Diğer bir deyişle, BETK bant genişliği, $\omega_{obs} \gg \omega_{hf}^+$ sağlanacak şekilde geniş seçilebilmektedir.

Teorem 5 Varsayım 4 altında, BETK tabanlı tümeleşik kontrol sistemi için gürbüz kararlılık kriteri (GK)

$$\left\| \mathbf{W}_{T,ii} \mathbf{T}_{ii} \frac{S_{obs,ii}}{1 - |\mathbf{W}_{T,ii} \mathbf{T}_{obs,ii}|} \right\|_{\infty} < 1, \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için} \quad (2.125)$$

şeklindedir.

İspat 15 $\hat{\mathbf{P}}$ sistemi için kararlılık analizi iki farklı frekans bölgesinde gerçekleştirilecektir:

$\omega \leq \omega_{hf}^+$ bölgesi için, (2.124) ifadesi geçerlidir. Bu bölgede, Varsayım 4 ve Sonuç 2 kullanılarak, perturbe edilmiş sistem çıkışı (y_r) ve nominal sistem çıkışı (y_n), harici girişler r ve d_{ed} altında ayırt edilemez olmaktadır. Bu sayede perturbe edilmiş kapalı çevrim sistemin gürbüz kararlılığı nominal sistemin iç kararlılığına indirgenmektedir.

$\omega > \omega_{hf}^+$ bölgesi için, (2.88) ile verilen perturbe sistem $\hat{\mathbf{P}}$ aşağıdaki sistem ailesine indirgenmektedir.

$$\hat{\mathbf{P}}(j\omega) = \mathbf{P}_d(\mathbf{I} + \Delta \mathbf{W}_T)(j\omega) \quad (2.126)$$

Bunun sebebi ise Lemma 8 ile vurgulanan $\mathbf{P} = \mathbf{P}_d$ eşitliğidir. Bu durumda, (2.126)'deki bütün matrisler köşegeneldir. Bu sayede, $\hat{\mathbf{P}}$ sistemi de köşegenel formda olmaktadır

ki perturbe edilmiş sistem birçok ayrıştırılmış(decoupled) sistem olarak görülebilir. Bu durum aşağıda açık formda

$$\hat{P}_{ii}(s) = P_{ii}(s)(1 + \Delta_{ii}(s)W_{T,ii}(s)), \quad i = 1, \dots, 4 \text{ için .} \quad (2.127)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Artık Şekil 2.6, Lemma 7 ve Teorem 4, $\mathbf{P} = \mathbf{P}_d$ ve \mathbf{K} , \mathbf{W}_T , \mathbf{P} , Δ ifadelerinin K_{ii} , $W_{T,ii}$, P_{ii} , Δ_{ii} ifadeleri ile yer değiştirilmesi ile birlikte, herbir ayrışmış sisteme özel olarak uygulanabilir. ayrışmış olan herbir sistem için Şekil 2.7b yardımı ile

$$u_{tot,i} = K_{ii}e_i - \hat{u}_i \quad (2.128)$$

yazılabilir. Ayrıca herbir ayrışmış sistem için, Teorem 4 takip eden forma dönüşür.

$$\hat{u}_i = \frac{T_{obs,ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} d_{tot,i} \quad (2.129)$$

burada $d_{tot,i}$ ifadesi

$$\begin{aligned} d_{tot,i} &= d_{ed_i} + \bar{d}_{ed} \\ &= d_{ed_i} + (1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii})^{-1} \Delta_{ii}W_{T,ii}u_i \\ &= d_{ed_i} + (1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii})^{-1} \Delta_{ii}W_{T,ii}K_{ii}e_i \end{aligned} \quad (2.130)$$

haline indirgenir. Denklem (2.130)'in (2.129) içinde kullanılması ve (2.128)'de yerine konması ile

$$\begin{aligned} u_{tot,i} &= K_{ii}e_i - \frac{T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} K_{ii}e_i \\ &\quad - \frac{T_{obs,ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} d_{ed_i} \\ u_{tot,i} &= K_{ii}e_i \frac{1}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} - \frac{T_{obs,ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} d_{ed_i} \end{aligned} \quad (2.131)$$

elde edilir. Burada

$$T_{obs,ii} := \frac{P_{ii}K_{obs,ii}}{1 + P_{ii}K_{obs,ii}} \quad (2.132)$$

şeklindedir. Şekil 2.7b'den gözlemlenir ki

$$y_{r,i} = \hat{P}_{ii}(d_{ed_i} + u_{tot,i}), \quad (2.133)$$

(2.128)'in yukarıda yerine konulması ve aynı terimlerin gruplanması ile

$$\begin{aligned} y_{r,i} &= \left(1 - \frac{T_{obs,ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \right) \hat{P}_{ii}d_{ed,i} \\ &\quad + \hat{P}_{ii}K_{ii}e_i \frac{1}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \end{aligned} \quad (2.134)$$

elde edilir. $S_{obs,ii} := 1 - T_{obs,ii}$ eşitliği kullanılarak

$$y_{r,i} = \frac{S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}\hat{P}_{ii}d_{ed,i} + \frac{1}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}\hat{P}_{ii}K_{ii}e_i . \quad (2.135)$$

Tekrar Şekil 2.7b'den, döngü transfer fonksiyonu $\hat{L}_{p,ii}$, hata e_i 'den çıkış $y_{r,i}$ 'ye transfer fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{L}_{p,ii} = \frac{\hat{P}_{ii}K_{ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} . \quad (2.136)$$

Manipülasyonlar sayesinde

$$\begin{aligned} \hat{L}_{p,ii} &= (P_{ii} + P_{ii}\Delta_{ii}W_{T,ii})\frac{K_{ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \\ &= P_{ii}K_{ii} + P_{ii}K_{ii}\frac{W_{T,ii}S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}\Delta_{ii} . \end{aligned} \quad (2.137)$$

$L_{p,ii} = P_{ii}K_{ii}$ ifadesi perturbe edilmemiş döngü transfer fonksiyonunu ifade etsin. Basitleştirme için bu ifadenin kararlı olduğu varsayılmıştır. Şekil 2.7a ile verilen kapalı çevrim sistem de bu durumda kararlı olmaktadır çünkü $L_{p,ii}$ 'nin Nyquist grafiği $-1 + j0$ noktasını çevrelememektedir. Perturbe edilmiş sistem için ise, belirsizlik kümesi içinden herhangi bir $\hat{L}_{p,ii}$ fonksiyonu $-1 + j0$ noktasını çevrelerse, aynı küme içerisinden başka bir döngü transfer fonksiyonu bir frekans değeri için kesinlikle $-1 + j0$ noktasından geçer. Bunun sebebi ise olası tüm sistem ailesinin norm-sınırlı olmasıdır. Gürbüz kararlılık için bahsedilen bu durumdan kaçınılması gerekmektedir. Bu yüzden aşağıdaki ifadeler geçerli olmak zorundadır.

$$\begin{aligned} |1 + \hat{L}_{p,ii}| &\neq 0, \quad \forall \omega, \hat{L}_{p,ii} \\ |1 + \hat{L}_{p,ii}| &> 0, \quad \forall \omega, \hat{L}_{p,ii} \\ \left| 1 + P_{ii}K_{ii} + P_{ii}K_{ii}\frac{W_{T,ii}S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}\Delta_{ii} \right| &> 0, \quad \forall \omega, \Delta_{ii} . \end{aligned} \quad (2.138)$$

En kötü durum için $|\Delta_{ii}| = 1$ ve terimlerin fazlarının ters işaretli olması gerekmektedir. Böylece,

$$\begin{aligned} |1 + P_{ii}K_{ii}| - \left| P_{ii}K_{ii}\frac{W_{T,ii}S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \right| &> 0, \quad \forall \omega \\ \left| \frac{W_{T,ii}S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}T_{ii} \right| &< 1, \quad \forall \omega \end{aligned} \quad (2.139)$$

ki

$$T_{ii} = \frac{P_{ii}K_{ii}}{1 + P_{ii}K_{ii}} . \quad (2.140)$$

Yukarıda ki ifadenin basitleştirilebilmesi için aşağıda ki ifadenin dikkate alınması gerekmektedir.

$$\begin{aligned} 1 = |1 + \Delta_{ii}W_{T,ii}T_{Obs,ii} - \Delta_{ii}W_{T,ii}T_{Obs,ii}| &\leq |1 + \Delta_{ii}W_{T,ii}T_{Obs,ii}| + |W_{T,ii}T_{Obs,ii}|, \quad \forall \omega \\ 1 - |W_{T,ii}T_{Obs,ii}| &\leq |1 + \Delta_{ii}W_{T,ii}T_{Obs,ii}|, \quad \forall \omega. \end{aligned} \quad (2.141)$$

Denklem(2.141)'nin (2.139) içinde kullanılması ile

$$\left| \frac{W_{T,ii}S_{Obs,ii}}{1 + T_{Obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \right| \leq \left| \frac{W_{T,ii}S_{Obs,ii}}{1 - |W_{T,ii}T_{Obs,ii}|} \right|, \quad \forall \omega. \quad (2.142)$$

Bu son eşitsizlikten, eğer

$$\left| \frac{W_{T,ii}S_{Obs,ii}}{1 - |W_{T,ii}T_{Obs,ii}|} T_{ii} \right| < 1, \quad \forall i, \omega$$

sağlanırsa (2.139) geçerli olur ki buda teoremin önermesidir.

Sonuç 3 Yeni gürbüzlük ağırlık fonksiyonu

$$\hat{W}_T(s) = \begin{bmatrix} \hat{W}_{T,11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{W}_{T,22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{W}_{T,33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{W}_{T,44}(s) \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanmış olsun. Burada

$$\hat{W}_{T,ii} := \frac{W_{T,ii}S_{Obs,ii}}{1 - |W_{T,ii}T_{Obs,ii}|}. \quad (2.143)$$

Bu ifade geçerli bir ağırlık fonksiyonudur ve bu kullanılarak Teorem 5 aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\|\hat{W}_T T\|_\infty < 1. \quad (2.144)$$

İspat 16 Gürbüzlük ağırlık fonksiyonu için gereksinimler, fonksiyonun kararlı ve katı bir şekilde uygun olmasıdır [78]. $\hat{W}_{T,ii}$ fonksiyonu ise yukarıda ki gereksinimleri, $W_{T,ii}$, $S_{Obs,ii}$ fonksiyonun kararlı-katı düzgün olması ve $1 - |W_{T,ii}T_{Obs,ii}|$ ifadesinin skaler olması nedeni ile karşılamaktadır. Denklem (2.143)'nin (2.125) içinde kullanılması ispatı tamamlar.

Teorem 6 Varsayım 4 altında, BETK tabanlı tümleşik kontrol sistemi için gürbüz performans (GP) kriteri

$$\left\| \frac{W_{P_{ii}} \hat{P}_{ii} S_{ii} S_{Obs,ii}}{1 - |T_{Obs,ii} W_{T,ii}|} \right\|_\infty < 1, \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için}. \quad (2.145)$$

şeklindedir.

İspat 17 Gürbüz performansın amacı harici bozucu etkilerin perturbe sistem çıkışında ki etkilerini en aza indirmek olarak özetlenebilir. [78]. Teorem 5'ye benzer şekilde, analiz iki frekans bölgesine ayrılabilir:

$\omega \leq \omega_{hf}^+$ için, Varsayım 4 ve Sonuç 2 sistemin nominal olana indirildiğini ima etmektedir. Bunun sebebi ise tüm belirsizlikler, bozucu-etkiler ve P 'nin köşegen dışı elemanları tahmin edilip etkileri iptal edilmektedir. Bu sebepten ötürü, bu bölgede, GP kolayca sağlanmaktadır.

$\omega > \omega_{hf}^+$ bölgesi için, GK'ye benzer şekilde, Lemma 8'nin sonucu olarak (2.127) ifadesi geçerlidir. Şekil 2.7c'den

$$y_{r,i} = -P_{ii}K_{ii}e_i - P_{ii}(1 + W_{T,ii}\Delta_{ii})d_{res,i} . \quad (2.146)$$

$d_{tot,i}$ 'dan $y_{r,i}$ 'ye transfer fonksiyonunun belirlenebilmesi için, (2.146)'de $r_i = 0$ alınır, ki $e_i = -y_{r,i}$, böylece

$$\frac{Y_{r,i}}{D_{res,i}} = \frac{P_{ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})}{1 + P_{ii}K_{ii}} = \hat{P}_{ii}S_{ii} \quad (2.147)$$

olur. Burada $\hat{P}_{ii} = P_{ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})$ ve $S_{ii} = (1 + P_{ii}K_{ii})^{-1}$ şeklindedir. Genlik olarak belirtirsek

$$|Y_{r,i}| = |\hat{P}_{ii}S_{ii}D_{res,i}| \quad (2.148)$$

ve Tanım 4'in kullanılması ile

$$|Y_{r,i}| = |\hat{P}_{ii}S_{ii}(D_{tot,i} - \hat{U}_i)| . \quad (2.149)$$

Şekil 2.7c'nin incelenmesi ise frekans bölgesinde, takip eden manipülasyonları mümkün kılar. GK kriterinde ki duruma benzer şekilde, (2.129) ifadesi her bir ayrılmış sistem için geçerlidir ki Şekil 2.7c ve (2.149)'den

$$\begin{aligned} |Y_{r,i}| &= \left| \hat{P}_{ii}S_{ii}D_{tot,i} - \hat{P}_{ii}S_{ii} \frac{T_{obs,ii}(1 + \Delta_{ii}W_{T,ii})}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} D_{tot,i} \right| \\ |Y_{r,i}| &= \left| \frac{\hat{P}_{ii}S_{ii}S_{obs,ii}D_{tot,i}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \right| \end{aligned} \quad (2.150)$$

eşitlikleri türetilir. Yeniden düzenleme ve $W_{P_{ii}}$ fonksiyonu ile ağırlıklandırma ile

$$\left| \frac{W_{P_{ii}}Y_{r,i}}{D_{tot,i}} \right| = \left| \frac{W_{P_{ii}}\hat{P}_{ii}S_{ii}S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}} \right| \quad (2.151)$$

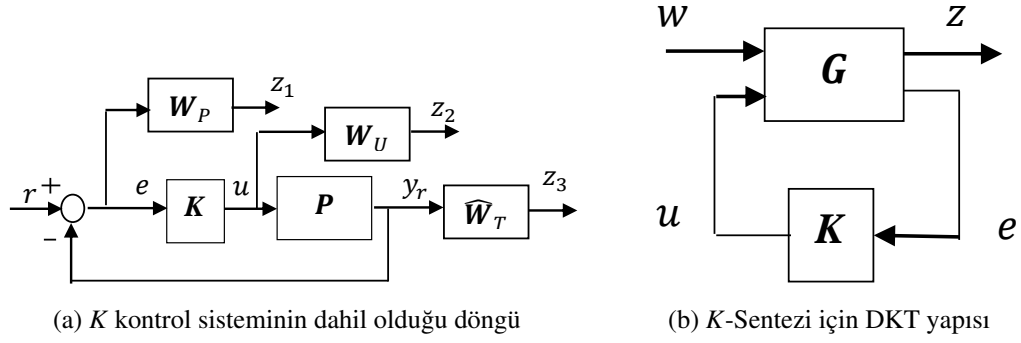
ve elde edilen ifadenin bütün frekans değerleri için normun birden küçük olması şartı

$$\left| \frac{W_{P_{ii}}\hat{P}_{ii}S_{ii}S_{obs,ii}}{1 + T_{obs,ii}\Delta_{ii}W_{T,ii}}(j\omega) \right| < 1 \quad \forall \omega, \forall \Delta_{ii} . \quad (2.152)$$

eşitsizliğine yol açar. Denklem (2.141)'in yardımı ile

$$\left| \frac{W_{P_{ii}}\hat{P}_{ii}S_{ii}S_{obs,ii}}{1 - |T_{obs,ii}W_{T,ii}|}(j\omega) \right| < 1, \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için} . \quad (2.153)$$

ki buda teoremin önermesidir.



Şekil 2.9: ÇGÇÇ-Sistemlerde K sentezlemesi için blok diyagramları.

2.3.2.3 ÇGÇÇ-sistemlerde temel kontrolcü K için \mathcal{H}_∞ tasarımı

Bu bölümde, \mathcal{H}_∞ teorisi tabanlı ana kontrol sistemi \mathbf{K} 'nın tasarımı açıklanacaktır. Kontrolcü sentezlemesi için kullanılan temel şema Şekil 2.9a ile ve DKT formu ise Şekil 2.9b ile gösterilmiştir. Burada $\hat{\mathbf{W}}_T$ ifadesi *Sonuç 3* ile tanımlanan yeni gürbüzlük ağırlık fonksiyonunu, \mathbf{G} ağırlık fonksiyonları ile arttırılmış sistemi ve \mathbf{K} ise ana kontrol sistemini belirtmektedir.

Şekil 2.9b ile verilen sistem

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11}(s) & \mathbf{G}_{12}(s) \\ \mathbf{G}_{21}(s) & \mathbf{G}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.154)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ ve $w = r$. w 'den z 'ye alt-DKT ise

$$z = \mathcal{F}_l(\mathbf{G}, \mathbf{K})w \quad (2.155)$$

ile verilmektedir ki

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_l(\mathbf{G}, \mathbf{K}) &= \mathbf{G}_{11} + \mathbf{G}_{12}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{G}_{21} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_P\mathbf{S} \\ \mathbf{W}_U\mathbf{K}\mathbf{S} \\ \hat{\mathbf{W}}_T\mathbf{T} \end{bmatrix} =: \mathbf{N}. \end{aligned} \quad (2.156)$$

Denklem (2.111) ve (2.112)'e benzer şekilde, $\mathbf{W}_P(s) := \text{diag}[\mathbf{W}_{P11} \ \mathbf{W}_{P22} \ \mathbf{W}_{P33} \ \mathbf{W}_{P44}]$ ve $\mathbf{W}_U(s) := \text{diag}[\mathbf{W}_{U11} \ \mathbf{W}_{U22} \ \mathbf{W}_{U33} \ \mathbf{W}_{U44}]$ şeklinde tanımlanmıştır. z vektörünün elamanları ise

$$\begin{aligned} z_1 &= \mathbf{W}_P e = \mathbf{W}_P(r - y_r) = \mathbf{W}_P r - \mathbf{W}_P \mathbf{P} u \\ z_2 &= \mathbf{W}_U u \\ z_3 &= \hat{\mathbf{W}}_T \mathbf{P} u. \end{aligned} \quad (2.157)$$

Yukarıda ki eşitlikler kullanılarak bölümlere ayrılmış arttırılmış sistem \mathbf{G}

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_P & -\mathbf{W}_P\mathbf{P} \\ 0 & \mathbf{W}_U \\ 0 & \hat{\mathbf{W}}_T\mathbf{P} \\ 1 & -\mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (2.158)$$

şeklinde açık olarak ifade edilebilir. \mathcal{H}_∞ kontrol problemi aşağıda ki ifadeyi minimum yapacak bir kararlıştırıcı kontrolcü \mathbf{K} 'nin bulunmasıdır.

$$\|\mathcal{F}_l(\mathbf{G}, \mathbf{K})\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(\mathcal{F}_l(\mathbf{G}, \mathbf{K})(j\omega)) < \gamma. \quad (2.159)$$

(2.159) ile verilen form iteratif bir şekilde çözülebilir [78, 79].

2.4 BETK tabanlı IKKK Sistemi

Bu bölümde, doğrusal olmayan kontrol sistemi, BBT ile güçlendirilmiş integral kayan kipli kontrol (IKKK) yapısı ele alınmaktadır. Tümeleşik sistem için gürbüz kararlılık ve gürbüz performans kriterleri için açık ifadeler türetilmiştir. Tasarlanan tümeleşik kontrol sistemi doğrusal-benzeri betimlemesi ile frekans-uzayı gürbüzlük analizlerine tabi tutulmuştur.

2.4.1 IKKK için önerilen BETK yapısı ve özellikleri

Bu bölümde, Bölüm 2.1 ile verilen eşdeğer giriş bozucu etkiler (EGB) tanımı (Tanım 1), Varsayım 1-2-3, Lemma 1 ile verilen EGB'lerin varlığı ve Bölüm 2.2.1'deki, Lemma 2 ile verilen gözleyici tahmin performansı, Tanım 3 ile verilen TEB tanımı ve Teorem 1 ile verilen Bozucu-etki Belirsizlik Tahmini geçerlidir. Ayrıca, önerilen diyagram da Bölüm 2.2.1'da Şekil 2.1 ile aynıdır. Diyagramdaki bloklar için, \mathbf{K} ifadesi IKKK yapısındaki ana kontrol sistemini, \mathbf{K}_{obs} ifadesi \mathcal{H}_∞ tabanlı BETK kontrol sistemini, $u(t) \in \mathbb{R}^1$ ana kontrol sistemi çıkışını, $y_r(t) \in \mathbb{R}^1$ perturbe edilmiş (gerçek sistem) çıkışını, $y_n(t) \in \mathbb{R}^1$ arzulanan-nominal sistem çıkışını, $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^1$ BETK kontrol sistemi için hata vektörünü, $\hat{u}(t) \in \mathbb{R}^1$ BETK kontrol sistemi \mathbf{K}_{obs} çıkışını ki bu çıkış BETK yapısının ürettiği tahmindir, $u_{tot}(t) \in \mathbb{R}^1$ ise sisteme uygulanan tümeleşik kontrol girişini ifade etmektedir.

2.4.2 BETK tabanlı IKKK sistemi için kontrol sistemi tasarımı

Bu bölümde iki farklı kontrol sistemi yapısı ve tasarımlarına dair detaylar verilecektir. Sistemin sahip olduğu BBT için frekansa göre şekillendirilebilen \mathcal{H}_∞ kontrol yapısı, ana kontrol sistemi için ise IKKK yapısı kullanılmaktadır. \mathcal{H}_∞ kontrol sistemi tasarımı önceki bölümlerden farklı olarak, gürbüz kontrol teorisindeki farklı yöntemlerin kullanımına örnek amaçlı ve gözleyici döngüsü özelinde de gürbüz performans kriterinin (gözleyici döngüsü için takip hatasının ve kontrol girişinin şekillendirilmesi) sağlanması için, model-eşleme yöntemi ile verilecektir.

2.4.2.1 Model-eşleme yöntemi ile K_{obs} için \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi tasarım prosedürü

Kontrol sistemi tasarımının görevi, genel biçimde aşağıdaki eşitsizlik ile verilen ve (2.32)-(2.33) ifadelerine eşdeğer olan gürbüz performans koşulu için elde edilebilecek minimum değeri bulmaktır.

$$\| |W_P S|^2 + |W_T T|^2 \|_\infty < 1/2 . \quad (2.160)$$

Tanım 6 [9] *Geri-besleme sisteminin iç kararlı olduğu tüm kontrol sistemleri ailesi K_{obs}*

$$\{K_{obs} := (X + MQ)/(Y - NQ)^{-1} : Q \in \Omega\} \quad (2.161)$$

şeklinde tanımlanır. Burada Q, Ω kümesi içinden herhangi bir fonksiyondur.

X, Y, M ve N terimlerini tanımlamak için, aşağıdaki tanımda verilen sistemin aralarında asal çarpanlarına ayrılması(coprime factorization) kullanılır.

Tanım 7 [78] *M ve N polinomlarının aralarında asal olması ($P = MN^{-1}$) eğer ve sadece(if and only if) X ve Y polinomları mevcutsa ve aşağıda verilen Bezout özdeşliğini(identity) sağlaması ile mümkündür.*

$$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = XM + YN = I \quad (2.162)$$

X, Y, N, M polinomlarını tanımlamak için genel bir yol [9, 78] ile verilmiştir. Gözleyici döngüsü için (2.16) ile tanımlı hassaslık ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları, aralarında asal çarpanlara ayırma ile

$$S_{obs} = M(Y - NQ) \quad (2.163)$$

$$T_{obs} = N(X + MQ)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir.

Yorum 9 [9] *Kararlı sistemler için, Tanım 7'yi sağlayan, $X = 0, Y = 1, N = P, M = 1$ şeklinde basit bir biçim mevcuttur.*

Model-eşleme problemi;

$$\gamma_{opt} := \min_{Q_{im}} \|T_1 - T_2 Q_{im}\|_\infty \quad (2.164)$$

ifadesi ile verilen en küçük eşleme hatasının bulunmasıdır. Burada Q_{im} , (2.164) ifadesini sağlayan kararlı bir transfer fonksiyonunu temsil eder ve $T_1, T_2 \in \Omega$ şeklindedir. Ω ile verilen küme ise tüm kararlı, düzgün ve gerçek değerli fonksiyonların kümesidir. Ek olarak T_2 'nin hayali eksen üzerinde hiçbir sıfır bulundurmaması

gerekmektedir. Şekil 2.1'den anlaşılacağı üzere, K_{obs} kontrol sistemi nominal sistem P üzerine etki etmektedir, dolayısıyla bu döngünün tasarımı için $W_T = 0$ olarak düşünülebilir. yüksek frekansa dayalı bir tahminle ilgilenilmediği için K_{obs} kontrol sisteminin çıkışı uygun bir ağırlık fonksiyonu ile şekillendirilmelidir. Bu nedenle tahminci döngüsü için gürbüz performans kriteri aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\| |W_P S_{obs}|^2 + |W_U K_{obs} S_{obs}|^2 \|_\infty < 1/2 \quad (2.165)$$

Performans ağırlık fonksiyonu W_P , kontrol girişi ağırlık fonksiyonu W_U ve nominal sistemin belirlenmesinin ardından kontrol sistemi tasarım prosedürü takip eden sekiz adım ile verilir:

1. Tanım 7 ve (2.162) ifadesine göre, sistemin aralarında asal çarpanlar ile ifade edilmesi.
2. Aşağıda verilen modifiye edilmiş gürbüz performans problemini minimize edecek transfer fonksiyonu Q_{im} 'in bulunması.

$$\| |W_P M(Y - N Q_{im})|^2 + |W_U M(X + M Q_{im})|^2 \|_\infty < \frac{1}{2}$$

İfadenin basitleştirilmesi için,

$$\begin{aligned} R_1 &:= W_P M Y, & R_2 &:= W_P M N \\ S_1 &:= W_U M X, & S_2 &:= W_U M M. \end{aligned} \quad (2.166)$$

Denklem (2.166)'in yardımı ile

$$\| |R_1 - R_2 Q_{im}|^2 + |S_1 - S_2 Q_{im}|^2 \|_\infty < \frac{1}{2} \quad (2.167)$$

elde edilir.

3. Denklem (2.167), Q_{im} 'in karesel bir fonksiyonudur. Ancak model-eşleme probleminin uygulanabilmesi için karesel fonksiyonun aşağıdaki forma dönüştürülmesi gerekmektedir.

$$\| |U_1 - U_2 Q_{im}|^2 + U_3 \|_\infty < \frac{1}{2} \quad (2.168)$$

ki burada U_1 ve U_2 ifadeleri tüm kararlı, düzgün ve gerçek-kesirli uygun fonksiyonları temsil etmekte, U_3 ise $\bar{U}_3 = U_3$ ifadesini sağlayan gerçek-kesirli fonksiyonları temsil etmektedir ($\bar{U}_3 := U_3(-s)$). U_1 ve U_2 fonksiyonları aşağıdaki gibi genişletilebilir.

$$\begin{aligned} U_1 &:= \frac{\bar{R}_2 R_1 + \bar{S}_2 S_1}{\bar{F}_{sf}} V_{ap} \\ U_2 &:= F_{sf} V_{ap} \end{aligned} \quad (2.169)$$

burada F_{sf} , $F := \bar{R}_2 R_2 + \bar{S}_2 S_2$ fonksiyonunun spektral faktörünü temsil eder. Ek olarak, F fonksiyonunun hayali eksen üzerinde herhangi bir sıfır veya kök bulunmamaktadır, $\bar{F} = F$ ve $F(0) > 0$. V_{ap} ise aşağıdaki durumu sağlayan keyfi bir tam geçirgen fonksiyonu ifade eder.

$$\frac{\bar{R}_2 R_1 + \bar{S}_2 S_1}{\bar{F}_{sf}} V_{ap} \in \Omega \quad (2.170)$$

U_3 fonksiyonu ise aşağıda verilen formdadır.

$$U_3 = \frac{\bar{W}_P W_P \bar{W}_U W_U}{\bar{W}_P W_P + \bar{W}_U W_U} \quad (2.171)$$

burada \bar{W}_P , $W_P(-s)$ 'yi ve \bar{W}_U , $W_U(-s)$ 'yi temsil etmektedir. Eğer $\|U_3\|_\infty \geq \frac{1}{2}$ ise model-eşleme problemi çözülemez.

4. Denklem (2.168) üzerine yapılan türetmeler ile model-eşleme probleminin son hali aşağıdaki gibi elde edilir

$$\begin{aligned} |U_1 - U_2 Q_{im}|^2 + U_3 &< \frac{1}{2}, \forall \omega \\ |U_1 - U_2 Q_{im}|^2 &< \frac{1}{2} - U_3, \forall \omega \\ |U_1 - U_2 Q_{im}|^2 &< |U_4|^2, \forall \omega \\ \|U_4^{-1} U_1 - U_4^{-1} U_2 Q_{im}\|_\infty &< 1, \forall \omega \end{aligned} \quad (2.172)$$

burada U_4 ifadesi, $\frac{1}{2} - U_3$ 'nin spektral bir faktörüdür [9, 78].

5. Denklem (2.164) ile tanımlı son model-eşleme problem, (2.172)'nin yardımı ile elde edilir. Burada $T_1 := U_4^{-1} U_1$ ve $T_2 := U_4^{-1} U_2$ ile tanımlıdır.

Yorum 10 *Bu adım ancak ve sadece $\gamma_{opt} < 1$ sağlanırsa uygulanabilir. Eğer $\gamma_{opt} \geq 1$ ise ağırlık fonksiyonları yeniden tanımlanmalıdır.*

6. Q_{im} 'in düzgünlüğü kontrol edilmelidir. Sonra, Q 'nun son hali

$$Q = \begin{cases} Q_{im} & \text{Eğer } Q_{im} \text{ düzgün ise} \\ Q_{im} J & \text{Eğer } Q_{im} \text{ düzgün değil ise} \end{cases} \quad (2.173)$$

şeklindedir. Burada $J := (\tau s + 1)^{-k}$, k ise $Q_{im} J$ ifadesini düzgün yapacak yeterince büyük bir skaler ve τ ise aşağıda verilen ifadeyi sağlayacak, yeterince küçük bir ifadedir.

$$\|T_1 - T_2 Q\|_\infty < 1. \quad (2.174)$$

7. Youla-Kucera parametrikleştirilmesi vasıtası ile tahminci döngüsü kontrolcüsü K_{obs} , iç kararlılığı sağlayacak şekilde elde edilir.

$$K_{obs} = (X + MQ)/(Y - NQ). \quad (2.175)$$

8. Alçak frekans bölgesindeki bozucu-etki/belirsizlik tahmini için kontrolcü üzerinde integral takviyesi yapılmalıdır. Daha sonra, integral elemanlarına ise zıt-sarma(anti-windup) eklenmelidir. Zıt-sarma için detaylı bilgiler [84] içinde bulunabilir.

Yorum 11 *İntegral ekleme, bu aşamadan önce yapılamaz, çünkü \mathcal{H}_∞ -sentezleme aşamasında, hayali eksen üzerinde ne kutuplara nede sıfırlara, Varsayım 2 tarafından izin verilmemektedir.*

2.4.2.2 Kontrol sistemi K için IKKK tasarımı

Bu bölümde, referans takibi ve artık bozucu-etkilerin giderimi için IKKK sisteminin tasarımı ele alınacaktır. Kontrol tasarımı Şekil 2.3c ile verilen ve sisteme etkileyen tüm bozucu-etkiler ve belirsizlikleri \hat{d}_{res} ifadesi altında kontrol girişi u üzerinde toplayan TEB üzerinden gerçekleştirilecektir.

Nominal sistem için transfer fonkiyon gösterimi

$$P(s) = \alpha \frac{B(s)}{A(s)} = \alpha \frac{s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2.176)$$

şeklinde olsun. Burada $n < m$ ve $r = n - m$ ise *bağıl derece(relative degree)* olsun. Yani sistemin girişi u , sistem çıkışından r adet türev kadar uzaktadır. Ayrıca, sistemin aşağıda verilen *normal forma* dönüştürülebileceği gösterilebilir [76]

$$\begin{aligned} \dot{z} &= B_n z + P_n \zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_{r-1} &= \zeta_r \\ \dot{\zeta}_r &= R_n z + S_n \zeta + \alpha u \\ y &= \zeta_1 \end{aligned} \quad (2.177)$$

burada n indisi normal formu temsil etmektedir,

$$B_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ -b_m & -b_{m-1} & \dots & \dots & -b_1 \end{bmatrix}, \quad (2.178)$$

$$P_n = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] \quad (2.179)$$

ve

$$\zeta := [\zeta_1, \dots, \zeta_r]^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}]^T.$$

Varsayım 5 Genelliği kaybetmeden $\alpha > 0$ varsayımı yapılabilir; eğer şart sağlanmıyorsa (2.177) ifadesini değiştirmeyeceğinden $\alpha \leftarrow -\alpha$ ve $u \leftarrow -u$ ifadeleri tekrar tanımlanabilir.

Varsayım 6 Denklem (2.177) ile tanımlı sistem, çıkış takibinin mümkün olması için minimum fazlı olarak varsayılmıştır. Başka bir deyişle, $P(s)$ 'in SYD sıfırları bulunmamaktadır yani $B(s)$ 'in pozitif gerçek kısmı yoktur.

Yukarıdaki varsayım geçerli değilse, sistem çıkışının referans komutunu tam olarak izlenmesi mümkün olmamakla birlikte, çeşitli yaklaşımlar kullanılarak kabul edilebilir bir performans elde edilebilir [85].

(2.177) formu, iki bloğun ara bağlantısı olarak görülebilir. z -sistemi *sıfır dinamiği* olarak adlandırılır. Bu sistem $y = \zeta_1$ girdisine sahiptir ve Varsayım 6 nedeniyle kararlıdır, çünkü (2.178) ile verilen B_n 'in karakteristik denklemi (2.176) içindeki $B(s)$ ile tam olarak aynı görülebilir. Bu nedenle sınırlı bir çıkış (y) için durumlar (z) sınırlı kalır ve bir kararsızlık ortaya çıkmaz. Bu nedenle, kontrol tasarım için ζ -sistemine odaklanabilir. Perturbe ζ -sistemi kompakt olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\zeta^{(r)} &= f + \alpha (u + \hat{d}_{res}) \\ y &= \zeta_1\end{aligned}\tag{2.180}$$

burada $f := f(z, \zeta) = R_n z + S_n \zeta$ ve \hat{d}_{res} ifadeleri Şekil 2.3c ile gösterilen eşleşmiş bozucu-etkilerdir. Kayan manifold(sliding manifold), operatör notasyonunda şöyle tanımlanır:

$$\sigma := (\mathbf{D} + \lambda)^r (e_I)\tag{2.181}$$

burada $\lambda > 0$, $\mathbf{D} := \frac{d}{dt}$ ise türevleme operatörünü, $e_I := \int e$ ise takip hatası $e := y - y_d = \zeta_1 - y_d$ ifadesinin integralini ve y_d ise arzu edilen yörüngeyi temsil etmektedir. Operatör notasyonu (2.181)'den, kayan yüzeyin, yani $\sigma = 0$, e_I ve türevlerinin ($e = y - y_d$ dahil), $y \rightarrow y_d$ sağlanması için asimptotik olarak yakınsadığı açıktır.

İntegratör elemanın başlangıç durumu olan $e_I(0)$, sistemi $t = 0$ 'da doğrudan kayan manifold üzerinde başlatmak üzere uyarlanabilir ve bu ulaşma aşamasını(reaching phase) ortadan kaldırır. Bu durum, sistem bu ulaşma aşamasında gürültü ve belirsizliklere karşı daha duyarlı olduğundan arzu edilir [18]. Ayrıca, ulaşma aşamasının ortadan kalkması, kayan mod denetleyicisinin karmaşık bir sisteme entegre edildiğindeki analizleri kolaylaştırır. Bu özelliği elde etmek için gereken koşullar aşağıdaki teoremden özetlenmiştir.

Teorem 7 Kayma manifoldu σ (2.181) ifadesindeki gibi tanımlansın. İntegratörün ilk durumları ise

$$e_I(0) = - \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k+1} \lambda^{-k-1} e^{(k)}(0).\tag{2.182}$$

şeklinde olsun. Burada $\binom{r}{k+1}$ ifadesi, r ve $k+1$ tarafından endekslenen binom katsayısıdır. Bu durumda $\sigma(0) = 0$.

İspat 18 Denklem (2.181) ile verilen kayan manifold σ

$$\begin{aligned}\sigma &= (\mathbf{D} + \lambda)^r(e_I) = \sum_{k=0}^r \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e_I^{(k)} \\ &= \lambda^r e_I + \sum_{k=1}^r \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e_I^{(k)}.\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. $t = 0$ 'da

$$\begin{aligned}\sigma(0) &= \lambda^r e_I(0) + \sum_{k=1}^r \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e_I^{(k)}(0) \\ &= \lambda^r e_I(0) + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k+1} \lambda^{r-k-1} e_I^{(k+1)}(0) \\ &= \lambda^r e_I(0) + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k+1} \lambda^{r-k-1} e^{(k)}(0)\end{aligned}$$

Sıfıra eşitleyip $e_I(0)$ için çözersek

$$e_I(0) = -\lambda^{-r} \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k+1} \lambda^{r-k-1} e^{(k)}(0) \right)$$

burdan (2.182) ifadesi doğrudan elde edilir.

(2.181) ile verilen kayan manifoldun zamana göre türevi ise

$$\dot{\sigma} = (\mathbf{D} + \lambda)^r e = \sum_{k=0}^r \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \quad (2.183)$$

$$= e^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \quad (2.184)$$

$$= y^{(r)} - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \quad (2.185)$$

$$= f + \alpha(u + \hat{d}_{res}) - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \quad (2.186)$$

şeklindedir. $\dot{\sigma} = 0$ 'yi elde edebilmek için uygun giriş tercihi

$$u_{ideal} = -\hat{d}_{res} + \frac{1}{\alpha} \left(-f + y_d^{(r)} - \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \quad (2.187)$$

şeklindedir. Ancak bu girdi aşağıdaki kısıtlar nedeniyle doğrudan kullanılamaz:

1. Perturbe edilmiş artık bozucu-etkiler \hat{d}_{res} bilinmemektedir. Ek olarak, sistemdeki belirsizlikler normalde \hat{d}_{res} ifadesi içine yedirilirken pratikte bazı artık ifadeler dışarıda kalabilir. Bu nedenle, gerçek α ve f değerleri ile kontrol sisteminde kullanılanlar arasında farklılıklar ortaya çıkabilir. Bunları $\hat{\alpha}$ ve \hat{f} şeklinde temsil edebiliriz.
2. Bazı uygulamalarda, Şekil. 2.1'deki kontrolör blok yapısını değiştirmek mümkün olmayabilir. Diğer bir deyişle, yalnızca $e = y - y_d$ takip hatası kontrol sistemine beslenir ve ek bilgi (örneğin sistem durumları, referans sinyali) kullanılamaz.

Aşağıdaki teoremlerde bir sınırlandırmayı veya her iki sınırlandırmayı birden çözebilen IKKK tasarımları geliştirilmiştir.

Teorem 8 *Aşağıdaki kontrol kanunu, sistem çıkışının yukarıda tanımlı kısıt 1 altında, istenen y_d referansını takip etmesini sağlar:*

$$u = \frac{1}{\hat{\alpha}} \left(-\hat{f} + y_d^{(r)} - \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} - k_0 \text{sgn}(\sigma) \right) \quad (2.188)$$

burada

$$k_0 > \alpha^+ f^+ + \hat{\alpha} d^+ + |\alpha^+ - 1| u^+ + \alpha^+ \eta \quad (2.189)$$

ve

$$\begin{aligned} \eta &> 0 \\ \hat{\alpha}/\alpha &< \alpha^+ \\ |f - \hat{f}| &< f^+ \\ |\hat{d}_{res}| &< d^+ \end{aligned} \quad (2.190)$$

$$\left| \hat{f} - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right| < u^+ .$$

İspat 19 $V = \frac{1}{2} \sigma^2$ 'yi tanımlayıp türevlersek

$$\dot{V} = \dot{\sigma} \sigma = \left(f + \alpha (u + \hat{d}_{res}) - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma .$$

Denklem (2.188) ile verilen kontrol yasası yerine koyulursa

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \left(f + \alpha \left(\frac{1}{\hat{\alpha}} \left(-\hat{f} + y_d^{(r)} - \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - k_0 \text{sgn}(\sigma) \right) + \hat{d}_{res} \right) - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma \\
&= (f - \alpha / \hat{\alpha} \hat{f}) \sigma + \alpha \hat{d}_{res} \sigma \\
&\quad + (1 - \alpha / \hat{\alpha}) \left(-y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma - \alpha / \hat{\alpha} k_0 |\sigma|
\end{aligned}$$

Verilen $\eta > 0$ ile $\dot{V} = \dot{\sigma} \sigma < -\eta |\sigma|$ eşitsizliğinin başarılabilmesi için

$$\begin{aligned}
k_0 &> \hat{\alpha} / \alpha \left| (f - \alpha / \hat{\alpha} \hat{f}) + \alpha \hat{d}_{res} \right. \\
&\quad \left. + (1 - \alpha / \hat{\alpha}) \left(-y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta \\
&= \left| (\hat{\alpha} / \alpha f - \hat{f}) + \hat{\alpha} \hat{d}_{res} \right. \\
&\quad \left. + (\hat{\alpha} / \alpha - 1) \left(-y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta
\end{aligned}$$

eşitsizliği sağlanmalıdır. $f = \hat{f} + (f - \hat{f})$ eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
k_0 &> \left| (\hat{\alpha} / \alpha (\hat{f} + (f - \hat{f})) - \hat{f}) + \hat{\alpha} \hat{d}_{res} \right. \\
&\quad \left. + (\hat{\alpha} / \alpha - 1) \left(-y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta \\
&= \left| \hat{\alpha} / \alpha (f - \hat{f}) + \hat{\alpha} \hat{d}_{res} \right. \\
&\quad \left. + (\hat{\alpha} / \alpha - 1) \left(\hat{f} - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta .
\end{aligned}$$

Üçgensel eşitsizlik kullanılarak daha yüksek bir sınır elde edilebilir, bu nedenle aşağıdaki gibi k_0 'ı seçmek yukarıdaki koşulu yerine getirecektir

$$\begin{aligned}
k_0 &> \hat{\alpha} / \alpha |f - \hat{f}| + \hat{\alpha} |\hat{d}_{res}| \\
&\quad + |\hat{\alpha} / \alpha - 1| \left| \hat{f} - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta .
\end{aligned}$$

Denklem (2.190) ile tanımlanan sınırları kullanarak, yukarıdaki ifadeyi karşılamak için, (2.189) ile tanımlandığı gibi k_0 'ın seçilebileceği açıktır. Dolayısıyla teorem ile verilen ifade elde edilir.

Teorem 9 Aşağıdaki kontrol kanunu, 1-2 kısıtlamaları altında y_d referansının takip edilmesini sağlar:

$$u = \frac{1}{\hat{\alpha}} \left(- \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} - k_0 \text{sgn}(\sigma) \right) \quad (2.191)$$

burada

$$k_0 > \alpha^+ f^+ + \hat{\alpha} d^+ + \alpha^+ y_d^+ + |\alpha^+ - 1| u^+ + \alpha^+ \eta \quad (2.192)$$

ve

$$\begin{aligned} \eta &> 0 \\ \hat{\alpha}/\alpha &< \alpha^+ \\ |f| &< f^+ \\ |\hat{d}_{res}| &< d^+ \\ |y_d^{(r)}| &< y_d^+ \\ \left| \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right| &< u^+ . \end{aligned} \quad (2.193)$$

İspat 20 $V = \frac{1}{2} \sigma^2$ 'yi tanımlayıp türevlersek

$$\dot{V} = \dot{\sigma} \sigma = \left(f + \alpha (u + \hat{d}_{res}) - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma .$$

Denklem (2.191) ile verilen kontrol yasası yerine koyulursa

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \left(f + \alpha \left(\frac{1}{\hat{\alpha}} \left(- \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - k_0 \text{sgn}(\sigma) \right) + \hat{d}_{res} \right) - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \Big) \sigma \\ &= f \sigma + \alpha \hat{d}_{res} \sigma - y_d^{(r)} \sigma + \\ &\quad + (1 - \alpha/\hat{\alpha}) \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma - \alpha/\hat{\alpha} k_0 |\sigma| \end{aligned}$$

Verilen $\eta > 0$ ile $\dot{V} = \dot{\sigma} \sigma < -\eta |\sigma|$ eşitsizliğinin başarılabilmesi için

$$\begin{aligned}
k_0 &> \hat{\alpha}/\alpha \left| f + \alpha \hat{d}_{res} - y_d^{(r)} \right| \\
&+ (1 - \alpha/\hat{\alpha}) \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \left| + \hat{\alpha}/\alpha \eta \right. \\
&= \left| \hat{\alpha}/\alpha f + \hat{\alpha} \hat{d}_{res} - \hat{\alpha}/\alpha y_d^{(r)} \right| \\
&+ (\hat{\alpha}/\alpha - 1) \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \left| + \hat{\alpha}/\alpha \eta \right. .
\end{aligned}$$

eşitsizliği sağlanmalıdır. Üçgensel eşitsizlik kullanılarak daha yüksek bir sınır elde edilebilir, bu nedenle aşağıdaki gibi k_0 'ı seçmek yukarıdaki koşulu yerine getirecektir

$$\begin{aligned}
k_0 &> \hat{\alpha}/\alpha |f| + \hat{\alpha} |\hat{d}_{res}| + \hat{\alpha}/\alpha |y_d^{(r)}| \\
&+ |\hat{\alpha}/\alpha - 1| \left| \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right| + \hat{\alpha}/\alpha \eta .
\end{aligned}$$

Denklem (2.193) ile tanımlanan sınırları kullanarak, yukarıdaki ifadeyi karşılamak için, (2.192) ile tanımlandığı gibi k_0 'ın seçilebileceği açıktır. Dolayısıyla teorem ile verilen ifade elde edilir.

Teorem 10 Her iki sınırlama 1-2 altında y_d 'nin takip edilmesini sağlayacak alternatif bir IKKK yasası

$$u = \frac{-k_0}{\hat{\alpha}} \text{sgn}(\sigma) \quad (2.194)$$

şeklindedir. Burada

$$k_0 > \alpha^+ f^+ + \hat{\alpha} d^+ + \alpha^+ y_d^+ + \alpha^+ u^+ + \alpha^+ \eta \quad (2.195)$$

ve

$$\begin{aligned}
&\eta > 0 \\
&\hat{\alpha}/\alpha < \alpha^+ \\
&|f| < f^+ \\
&|\hat{d}_{res}| < d^+ \\
&|y_d^{(r)}| < y_d^+ \\
&\left| \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right| < u^+ .
\end{aligned} \quad (2.196)$$

İspat 21 $V = \frac{1}{2}\sigma^2$ 'yi tanımlayıp türevlersek

$$\dot{V} = \dot{\sigma}\sigma = \left(f + \alpha(u + \hat{d}_{res}) - y_d^{(r)} + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma .$$

Denklem (2.194) ile verilen kontrol yasası yerine koyulursa

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \left(f + \alpha \left(\frac{1}{\hat{\alpha}} (-k_0 \text{sgn}(\sigma)) + \hat{d}_{res} \right) - y_d^{(r)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma \\ &= f\sigma + \alpha \hat{d}_{res} \sigma - y_d^{(r)} \sigma + \\ &\quad + \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \sigma - \alpha / \hat{\alpha} k_0 |\sigma| \end{aligned}$$

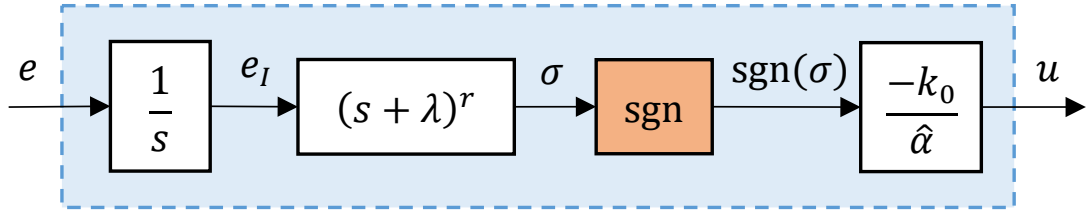
Verilen $\eta > 0$ ile $\dot{V} = \dot{\sigma}\sigma < -\eta|\sigma|$ eşitsizliğinin başarılabilmesi için

$$\begin{aligned} k_0 &> \hat{\alpha} / \alpha \left| f + \alpha \hat{d}_{res} - y_d^{(r)} \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta \\ &= \left| \hat{\alpha} / \alpha f + \hat{\alpha} \hat{d}_{res} - \hat{\alpha} / \alpha y_d^{(r)} \right. \\ &\quad \left. + \hat{\alpha} / \alpha \left(\sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right) \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta . \end{aligned}$$

eşitsizliği sağlanmalıdır. Üçgensel eşitsizlik kullanılarak daha yüksek bir sınır elde edilebilir, bu nedenle aşağıdaki gibi k_0 'ı seçmek yukarıdaki koşulu yerine getirecektir

$$\begin{aligned} k_0 &> \hat{\alpha} / \alpha |f| + \hat{\alpha} |\hat{d}_{res}| + \hat{\alpha} / \alpha |y_d^{(r)}| \\ &\quad + \hat{\alpha} / \alpha \left| \sum_{k=0}^{r-1} \binom{r}{k} \lambda^{r-k} e^{(k)} \right| + \hat{\alpha} / \alpha \eta . \end{aligned}$$

Denklem (2.196) ile tanımlanan sınırları kullanarak, yukarıdaki ifadeyi karşılamak için, (2.195) ile tanımlandığı gibi k_0 'ın seçilebileceği açıktır. Dolayısıyla teorem ile verilen ifade elde edilir.



Şekil 2.10: IKKK bloğu K sisteminin iç yapısı

Yorum 12 Denklem (2.194) ile verilen kanunun, $k_0/\hat{\alpha}$ şeklindeki tek bir kazanç değeri ile ayarlanabilen basit bir form olduğunu belirtmek gerekir. Denklem (2.196) ile verilen sınırlar, kesin olarak tahmin edilemese bile, bu kazanç, tatmin edici bir performans elde edilene kadar arttırıp/azaltarak deneysel olarak ayarlanabilir. Bu sebeple makalenin geri kalan kısmında, ana denetleyici K 'nın bu formda olduğu varsayılır. Bu yapı için kullanılan blok şema, Şekil 2.10 ile verilmiştir.

Yorum 13 Bu noktada BBT'nin IKKK tasarımını nasıl geliştirdiğini bir kez daha not etmek faydalı olacaktır. Bozucu-etkiler/belirsizlikler için iyi tahminler verilirse, α^+ , d^+ sınırları küçük olacaktır. Sınırların küçük olması, (2.195)'den anlaşılacağı üzere, k_0 karşılığında daha küçük bir kazanç kullanılmasına olanak sağlar. Bu, IKKK'nın değişim kazancını azaltır ve dolayısıyla çatırtı gibi yüksek kazançla ilgili sorunları giderir.

2.4.2.3 IKKK sisteminin doğrusal-benzeri gösterimi

Doğrusal olmayan bir sistem için $N(A^*, s)$ tanımlayıcı-fonksiyonu (describing function), temelde frekans tepkisine eşdeğerdir, ancak bir sinüs girişinin genliği ve frekansına bağlı olabilir (yani, $A^* \sin(\omega t)$). Doğrusal-benzeri (quasi-linear) gösterimler, sayısız kez kayan-kipli kontrol sistemlerine başarıyla uygulanmıştır [86].

Denklem (2.194) ile verilen ve Şekil. 2.10 ile blok diyagramı gösterilen kayan kipli kontrol sisteminin frekans-uzayı gösterimi

$$U(A^*, s) = -\frac{k_0}{\hat{\alpha}} N(A^*, s) \sigma(s) \quad (2.197)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $N(A^*, s)$ ifadesi signum fonksiyonu gibi doğrusal olmayan etkilerin tanımlayıcı fonksiyonunu temsil eder. Denklem (2.181)'den

$$\sigma(s) = (s + \lambda)^r E_I(s) = (s + \lambda)^r \frac{E(s)}{s} \quad (2.198)$$

elde edilir. (2.198) ifadesi (2.197) ifadesinde yerine koyulursa

$$U(A^*, s) = -\frac{k_0}{\hat{\alpha}} N(A^*, s) (s + \lambda)^r \frac{E(s)}{s} \quad (2.199)$$

elde edilir. [87] içinde türetildiği üzere signum fonksiyonun tanımlayıcı-fonksiyonu

$$N(A^*, s) = N(A^*) = \frac{4}{\pi A^*} \quad (2.200)$$

şeklindedir. Bu ifadenin, (2.199)'de yerine konulması ile kayan kipli kontrol sisteminin doğrusal-benzeri transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K(A^*, s) = -\frac{4k_0}{\pi A^* \hat{\alpha}} \frac{(s + \lambda)^r}{s} . \quad (2.201)$$

Çatırtı problemini hafifletmek için signum fonksiyonu $\text{sgn}(\sigma)$ 'yı, saturasyon fonksiyonu $\text{sat}(\sigma/\phi)$ (sınır katman kalınlığı(boundary layer thickness) ϕ olan bir saturasyon fonksiyonu) ile değiştirmek yaygın bir yöntemdir. Aşağıda açık hali verilen tanımlayıcı-fonksiyonun türetilmesinin detayları [87] içinde mevcuttur.

$$N(A^*) = \begin{cases} \frac{1}{\phi} & A^* \leq \phi \\ \frac{2}{\phi\pi} \left[\sin^{-1}\left(\frac{\phi}{A^*}\right) + \frac{\phi}{A^*} \sqrt{1 - \frac{\phi^2}{A^{*2}}} \right] & A^* > \phi \end{cases} . \quad (2.202)$$

Ayrıca, türevleme işleminin gürültüye karşı yüksek derecede duyarlı olmasının yanı sıra, kayan yüzey σ tanımındaki sayısal türevleme, uygulamalar için sorunlu bir düzgün-olmayan transfer fonksiyona yol açabilir. Bu nedenle, filtrelenmiş bir türev sıklıkla kullanılır, yani

$$\sigma(s) = \left(\frac{s}{s/N_f + 1} + \lambda \right)^r E_I(s) \quad (2.203)$$

ifadesi (2.198) içindeki gereken yerde kullanılır. Burada $N_f > 0$ geçerlidir. (2.202) ve (2.203) ifadelerinin (2.197) içinde kullanılması ve hesaplamaların yapılması

$$K(A^*, s) = \begin{cases} -\frac{k_0}{\hat{\alpha}\phi} K_1(s) & A^* \leq \phi \\ -\frac{2k_0}{\hat{\alpha}\phi\pi} K_2(s) & A^* > \phi \end{cases} \quad (2.204)$$

eşitliğine yol açar ki burada

$$K_1(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{s}{s/N_f + 1} + \lambda \right)^r ,$$

$$K_2(s) = \left[\sin^{-1}\left(\frac{\phi}{A^*}\right) + \frac{\phi}{A^*} \sqrt{1 - \frac{\phi^2}{A^{*2}}} \right] K_1(s) . \quad (2.205)$$

Doğrusal-benzeri transfer fonksiyonları (2.201) ve (2.204), A^* ile parametreleştirilmiş normal transfer fonksiyonları ailesi olarak düşünülebilir. Kapalı çevrim sistemdeki kayan kipli kontrolcü (2.194)'ün frekans karakteristikleri, ilgilenilen bir aralıkta, farklı A^* 'lar için yapılan tekrarlar ile elde edilebilir. Tezin geri kalanındaki gösterimi kolaylaştırmak için A^* ve s argümanlarını bırakacağız ve döngü transfer fonksiyonları olan \tilde{S} ve \tilde{T} ifadelerinde kullanılmak üzere kontrol sistemi için doğrusal-benzeri transfer fonksiyonu olarak sadece \tilde{K} ifadesine yer vereceğiz. Burada

$$\tilde{S} = (1 + P\tilde{K})^{-1}$$

$$\tilde{T} = P\tilde{K}(1 + P\tilde{K})^{-1}$$

şeklindedir.

2.4.2.4 BETK-tabanlı IKKK sistemlerin gürbüzlük avantajları

Önerilen BBT yapısı, aşağıdaki teoremlerin ifade ettiği bozucu-etkilere/belirsizliklere karşı önemli yararlar sahaıptır.

Teorem 11 *Belirli ve kapalı bir A^* aralığında (yani, $A^* \in [a, b] \mid a, b \in \mathbb{R}^+$), önerilen tümleşik kontrol sistemi için gürbüz kararlılık*

$$\left\| W_T \tilde{T} \frac{S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|} \right\|_{\infty} < 1 . \quad (2.206)$$

veya eşdeğer olarak

$$|W_T \tilde{T}| < \frac{|1 - |W_T T_{obs}||}{|S_{obs}|}, \quad \forall \omega . \quad (2.207)$$

şeklindedir.

İspat 22 *Öncelikle verilen nominal sistem P ve kontrolcü \tilde{K} için döngü transfer fonksiyonunu $L_p = P\tilde{K}$ şeklindedir. Perturbe sistem için ise döngü transfer fonksiyonu (2.48)'e benzer şekilde*

$$\begin{aligned} \hat{L}_p &= \frac{\hat{P}\tilde{K}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \\ &= P(1 + \Delta W_T) \frac{\tilde{K}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} = (1 + \Delta W_T)P \frac{\tilde{K}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \end{aligned} \quad (2.208)$$

şeklinde yazılabilir. \tilde{K} ailesi içinden seçilecek bir nominal bir K ile A^* 'daki değişimler (A^* 'deki değişimler (2.205)'dan görüleceği üzere K sistemine kazanç değişimi olarak yansımaktadır) için döngü transfer fonksiyonunu

$$\hat{L}_p = \frac{\hat{P}\tilde{K}}{1 + T_{obs}\Delta W_T} = \frac{\hat{P}^*K}{1 + T_{obs}\Delta W_T} \quad (2.209)$$

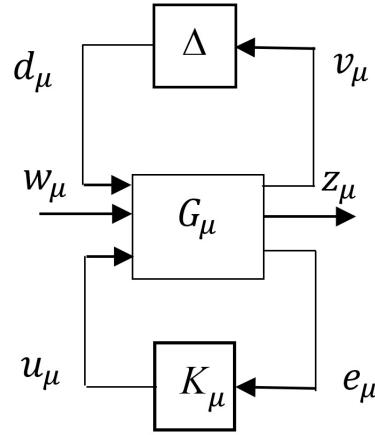
şeklinde tanımlanabilir. Burada

$$K = -\frac{4k_0}{\pi(\frac{a+b}{2})\hat{\alpha}} \frac{(s + \lambda)^r}{s} . \quad (2.210)$$

ve

$$\hat{P}^* = \hat{P}\tilde{K}K^{-1} . \quad (2.211)$$

İspatın kalan kısmı ise eşdeğer ifadelerin elde edilmesinden dolayı Teorem 2 ile aynı şekilde devam eder.



Şekil 2.11: μ -sentezleme için kontrol sistemi şeması.

Teorem 12 Belirli ve kapalı bir A^* aralığında (yani, $A^* \in [a, b] \mid a, b \in \mathbb{R}^+$), önerilen yapı için gürbüz performans kriteri

$$\left\| \frac{W_P \hat{P}^* S S_{obs}}{1 - |W_T T_{obs}|} \right\|_{\infty} < 1. \quad (2.212)$$

veya eşdeğer olarak

$$|W_P \hat{P}^* S| < \frac{|1 - |W_T T_{obs}||}{|S_{obs}|} \quad \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad (2.213)$$

şeklindedir.

İspat 23 Teorem 2'ye benzer şekilde, (2.211) ve Teorem 3'ün birlikte kullanılması ispatı tamamlar.

2.5 μ -Sentezleme

Bu bölümde, tez kapsamında önerilen kontrol sistem yapısı ile karşılaştırmalarda ölçüt(benchmark) olarak kullanılacak olan, gürbüz kontrol teorisinin çok önemli bir konusu μ -Sentezleme yapısı özetlenecektir [12]. Burada ki amaç, \hat{P} sistemi için W_P ve W_T fonksiyonlara göre gürbüz performans kriterini sağlayan K_{μ} kontrol sisteminin sentezlenmesidir. μ -Sentezlemesinde kullanılan kontrol sistemi konfigürasyonu Şekil. 2.11 ile verilmektedir. Burada ki açık çevrim bölümlenmiş transfer fonksiyonu matrisi

$$\mathbf{G}_{\mu} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mu,11} & \mathbf{G}_{\mu,12} \\ \mathbf{G}_{\mu,21} & \mathbf{G}_{\mu,22} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & \mathbf{W}_T \\ \mathbf{W}_P \mathbf{P} & \mathbf{W}_P & \mathbf{W}_P \mathbf{P} \\ \hline -\mathbf{P} & -\mathbf{I} & -\mathbf{P} \end{array} \right] \quad (2.214)$$

şeklindedir. y_μ sinyali takip hatalarını içeren geri besleme sinyalini ve u_μ kontrol girişi sinyalini temsil etmektedir. $\mathbf{G}_\mu(s)$ ve $\mathbf{K}_\mu(s)$ blokları \mathbf{N}_μ adında ki tek bir blok içinde aşağıda ki biçimde birleştirilebilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_\mu &= \mathcal{F}_l(\mathbf{G}_\mu, \mathbf{K}_\mu) = \mathbf{G}_{\mu,11} + \mathbf{G}_{\mu,12}\mathbf{K}_\mu(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{\mu,22}\mathbf{K}_\mu)^{-1}\mathbf{G}_{\mu,21} \\ &= \left[\begin{array}{c|c} -\mathbf{W}_T\mathbf{K}_\mu\mathbf{P}(\mathbf{I} + \mathbf{K}_\mu\mathbf{P})^{-1} & -\mathbf{W}_T\mathbf{K}_\mu(\mathbf{I} + \mathbf{K}_\mu\mathbf{P})^{-1} \\ \hline \mathbf{W}_P\mathbf{P}(\mathbf{I} + \mathbf{K}_\mu\mathbf{P})^{-1} & \mathbf{W}_P(\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}_\mu)^{-1} \end{array} \right]. \end{aligned} \quad (2.215)$$

Amaç aşağıda ki ifadeyi sağlayan bir kararlaştırıcı \mathbf{K}_μ kontrolcünün sentezlenmesidir

$$\sup_{\omega} \mu[\mathbf{N}_\mu(j\omega)] < 1 \quad (2.216)$$

ki μ , yapılı tekil değerleri ifade etmektedir [78]. Bu ise bir optimizasyon problemi olarak takip eden şekilde ifade edilebilir

$$\inf_{\mathbf{K}_\mu(s)} \sup_{\omega} \mu[\mathbf{N}_\mu(j\omega)] < 1. \quad (2.217)$$

Denklem (2.217)'yi çözmek için genel sayısal yaklaşım ise D-K iterasyonu adı verilen ve aşağıdaki ifadenin çözümünü temel alan yöntemdir.

$$\inf_{\mathbf{K}_\mu(s)} \sup_{\omega} \inf_{\mathbf{D}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}\mathbf{N}_\mu\mathbf{D}^{-1}(j\omega)]. \quad (2.218)$$

Denklem (2.216)'nın sağlanması için ise

$$\sup_{\omega} \inf_{\mathbf{D}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}\mathbf{N}_\mu\mathbf{D}^{-1}(j\omega)] < 1. \quad (2.219)$$

Verilen bir \mathbf{D} matrisi için, standart \mathcal{H}_∞ optimizasyon problemi ise

$$\begin{aligned} \inf_{\mathbf{K}_\mu(s)} \|\mathbf{D}\mathbf{N}_\mu\mathbf{D}^{-1}\|_\infty &\Leftrightarrow \inf_{\mathbf{K}_\mu(s)} \|\mathbf{D}\mathcal{F}_l(\mathbf{G}_\mu, \mathbf{K}_\mu)\mathbf{D}^{-1}\|_\infty \\ &= \inf_{\mathbf{K}_\mu(s)} \|\mathcal{F}_l(\mathbf{G}_\mu^{scaled}, \mathbf{K}_\mu)\|_\infty \end{aligned} \quad (2.220)$$

formunda olmalıdır. Burada

$$\mathbf{G}_\mu^{scaled} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{G}_\mu \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{-1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (2.221)$$

D-K iterasyonu için aşağıdaki adımlar, uygulanması gereken prosedürün bir özetiştir:

1. \mathbf{D} için bir ilk tahminle başla öyle ki $\mathbf{D} = \mathbf{I}$.
2. \mathbf{D} 'yi sabitle ve \mathbf{K}_μ için takip eden ifadeyi çöz \mathcal{H}_∞

$$\mathbf{K}_\mu = \arg \inf_{\mathbf{K}_\mu} \|\mathcal{F}_l(\mathbf{G}_\mu^{scaled}, \mathbf{K}_\mu)\|_\infty. \quad (2.222)$$

3. \mathbf{K}_μ 'yı sabitle ve istenilen frekans bölgesinde ki her bir frekans ω için takip eden eşitliği çöz

$$\mathbf{D}(j\omega) = \arg \inf_{\mathbf{D}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}\mathcal{F}_l(\mathbf{G}_\mu, \mathbf{K}_\mu)\mathbf{D}^{-1}(j\omega)] . \quad (2.223)$$

4. Kararlı ve minimum fazlı bir $\mathbf{D}(s)$ için $\mathbf{D}(j\omega)$ 'ye eğri uydur. Sonra, kabul edilebilir bir yakınsama toleransına erişilene kadar Adım 2'ye git ve prosedürü tekrar et.



3. UYGULAMA VE SİMÜLASYON ÖRNEKLERİ

3.1 Minimum-olmayan Fazlı TGTC Sistemler

3.1.1 Pan-tilt sistemi kontrolü

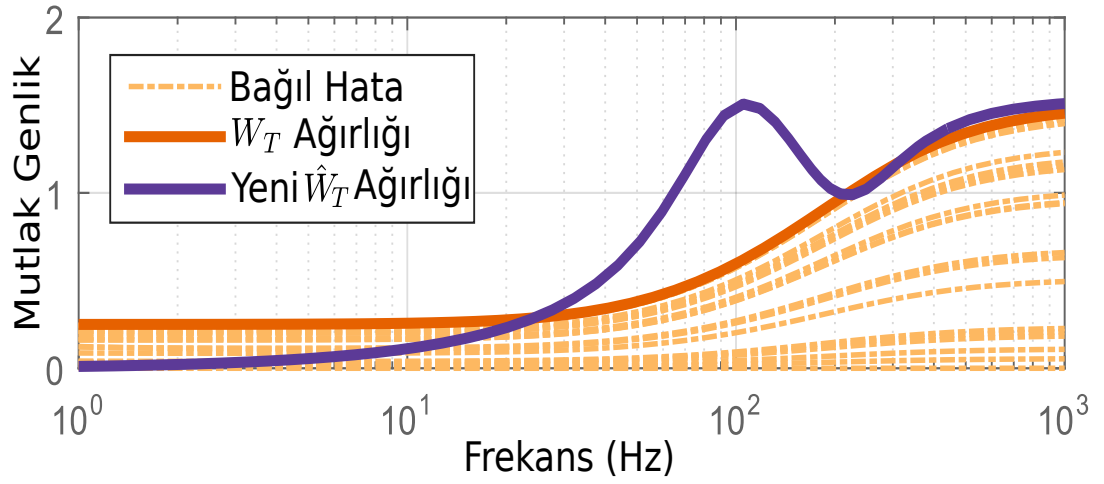
Bu bölümde, önerilen kontrol sistemine dayalı deneyler, yüksek hassasiyetli bir pan-tilt sistemi için yapılmıştır. Bu pan-tilt sistemi, ASELSAN A.Ş.'nin resmi bir ürünüdür. Sistem ve deney ortamı, Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Doğrudan tahrik motorları, pan-tilt sistemine hareket sağlamak için eksenlerin ortasına (yükseliş(elevation) ve yanca(azimuth)) monte edilir. Bu motorlar standart motor sürücüleri tarafından kontrol edilir. Pan-tilt sistemi bir deniz işaretleme(pointing) ve takip uygulamasında kullanılmaktadır. Sisteme monte edilen sensör sistemi, uygulamaya bağlı olarak üç eksenli bir ataletsel-ölçüm-sisteminin (AÖS)(inertial-measurement-unit (IMU)) (bant genişliği 200 Hz) yanı sıra gündüz kamerası(day-tv) / kızılötesi(infra-red) kamera veya bir lazer modülünü içerir. Pan eksenini, 360 derecelik görüntüyü yakalamak için sabit hızda sürekli döndürülür. Kontrol sisteminin amacı, yükseliş eksenini dengeleyerek tüm hareket, titreşim ve bozucu-etkilere rağmen kameranın görüş hattını (GH) (line-of-side (LOS)) sabit tutmaktır. Hareket platformlarının performans kriteri için standart ölçü, kamera görüntüsünün ne kadar hareket ettiği, yani kameranın *piksel sapması(pixel deflection)*'dir.

Sistemin merkezinde, kontrol algoritmaları, iletişim kanalları, A/D ve D/A dönüşüm kanallarını içeren xPC gerçek zamanlı bilgisayarı bulunur. xPC bilgisayarının içinde, kontrol yapısını çalıştırmak için bir Xilinx FPGA çipi kullanılır. Kontrolörlerin dijitalleştirilmesinde, sürekli zaman ile iyi bir eşleşme sağladığı için çift-doğrusal(bilinear) dönüşüm (Tustin metodu) kullanılır. Dijital stabilizasyon döngüsü 3 kHz örnekleme zamanında(sampling time) çalıştırılır. Hız geri bildirimleri, xPC bilgisayarının RS422 kanalı üzerinden elde edilir. Kontrolörlerin çıkışları (akım/tork komutları), D/A kanalları tarafından motor sürücülerine gönderilir. Tipik olarak, akım kontrol cihazı yaklaşık 1 kHz bant genişliği için ayarlanmıştır. Bu, pan-tilt mekanik bant genişliğine kıyasla oldukça yüksektir, bu nedenle mevcut döngü transfer fonksiyonunun matematiksel modellemesi için sabit olarak varsayılabilir. Analog akım referansı gerçek akımla karşılaştırılır ve hata bir analog PI kontrol sistemine girer. PI kontrol sisteminin sonucu bir üçgen sinyalle karşılaştırılır ve güç dönüştürücülerinin MOSFET'lerini çalıştıran ilgili PWM sinyalleri üretilir. Sıkıştırma(clamping) diyotları, analog akım döngüsünde sarma önleyici bir yapı görevi görür. Nihai çıkış, motorlara beslenecek olan gerekli akımdır.

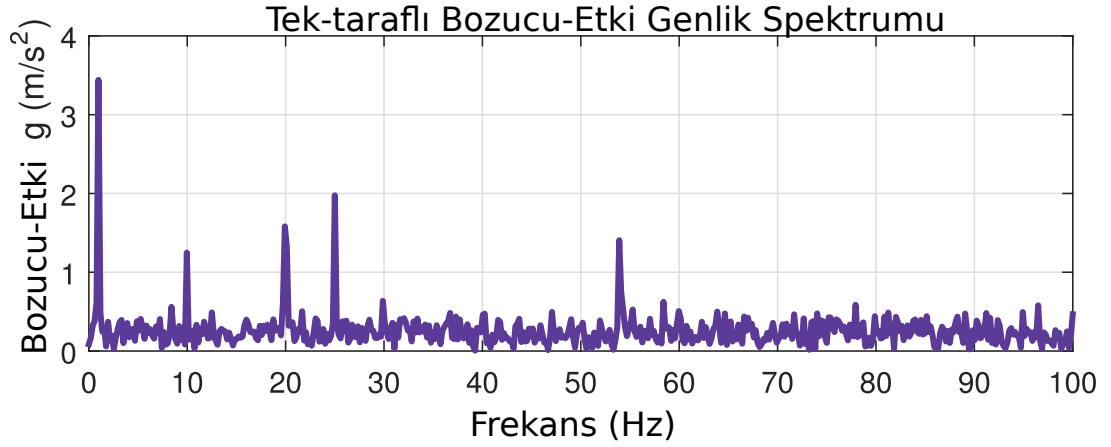
Veri toplama ve sistem tanımlama yoluyla nominal bir pan-tilt sistemi modeli elde edilmiştir. Ardından, performans ve gürbüzlük özelliklerini açıklayan ağırlık



Şekil 3.1: Pan-tilt sistemi ve gerçek-zaman hedef makinası.



Şekil 3.2: Deneysel veriler için sistemin bağıl hataları: Birinci dereceden sınırlı gürbüzlük fonksiyonu W_T ve yeni gürbüzlük fonksiyonu \hat{W}_T .



Şekil 3.3: Bozucu-etki profilinin genlik spektrumu.

fonksiyonları tanımlanır. BBT için \mathcal{H}_∞ kontrol kanunu MATLAB / Simulink kullanılarak elde edilmiştir. Kontrol sistemleri, deneysel donanım üzerinde gerçek zamanlı işlemler için xPC hedef ortamına derlenir(compile) ve yerleştirilir. Altı serbestlik dereceli bir Stewart platformu, laboratuvar testleri için, bozucu-etkileri benzetim amacıyla kullanılmıştır. Bu platform 100 Hz'e kadar özel bozucu-etki profilleri üretebilir. Pan-tilt sistemi platformun üst kısmının ortasına monte edilmiştir ve platform, gerçek hayatta denizde karşılaşılabilecek titreşimleri benzetim için kullanılır. Potansiyel mekanik bozucu-etki kaynakları arasında sıvı akışı, dalga hareketi, aktüatör reaksiyon torqları ve kriyojenik soğutucu pompa bozuklukları bulunur. Bunlardan herhangi biri temel hareketin bozulmasına katkıda bulunur. Bir uyarma senaryosunun genlik spektrumu, Şekil 3.3 ile verilmiştir.

Önerilen metodoloji, yapının kazandığı iyileşmeyi göstermek için [45, 75] deki EGB gözleyicisi yaklaşımı ve klasik PID kontrol sistemiyle karşılaştırılmıştır.

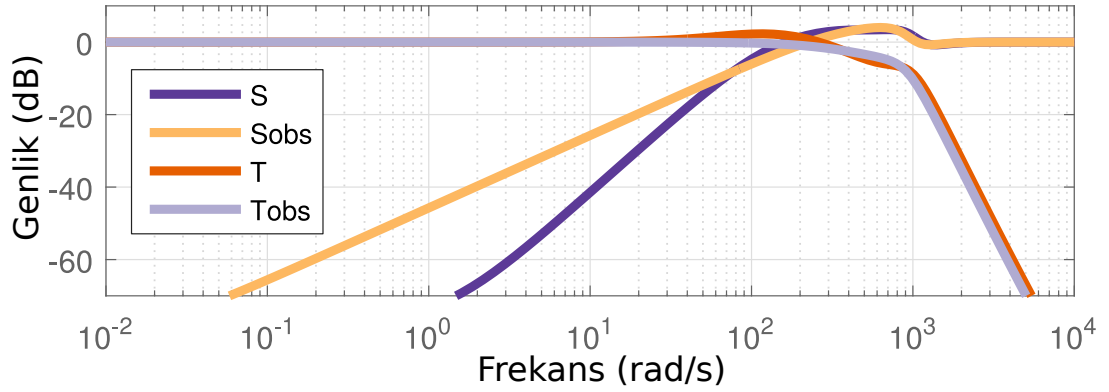
İlk adım, alt-uzay sistem tanılama(subspace system identification) (N4SID) [88] ile nominal sistemin belirlenmesidir.

$$P = \frac{s - 3101}{s + 3101} \frac{-0.85308(s + 3101)}{s^2 + 369.8s + 1057} .$$

Belirlenen nominal sistem değişimi, farklı taşıma-yükleri(pay-load) ve farklı ilk değerler(initial conditions) kullanılarak elde edilir. AÖS ünitesine ek olarak, bazı uygulamalar gündüz kamerası/kızılötesi kamera veya lazer modülüne ihtiyaç duyar ve kontrol sistemi tüm yüklerde ve yüksek frekanslı modelleme hataları altında çalışmalıdır. Bu amaçla, sistem tanılaması çeşitli koşullar için sayısız kez tekrarlanır. Sonuç olarak

$$W_T(s) = (1.5s + 399)/(s + 1596) \quad (3.1)$$

gürbüzlük ağırlık fonksiyonu elde edilmiş olur. Modelleme hataları için sınırlı



Şekil 3.4: Bozucu-etki/belirsizlik tahmincisi ve nominal sistem için hassaslık ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları.

gürbüzlük ağırlık fonksiyonu W_T ve yeni gürbüzlük ağırlık fonksiyonu \hat{W}_T için bode diyagramları Şekil 3.2 ile verilmiştir.

Sistem için performans gereklilikleri; 35 Hz'e kadar olan bozucu-etkilerin giderimi, sisteme uygulanan maksimum bozucu-eki 6 Hz'de 20 dB'dir ve kapalı döngü bant genişliği gereksinimi 60 Hz'dir. Bu gereksinimlerin karşılanabilmesi için, K_{obs} -sentezlemede kullanılan ağırlık fonksiyonları

$$W_{P,obs} = \left(\frac{\frac{s}{1.5} + 750}{s + 750 \times 0.0001} \right) W_{U,obs} = \left(\frac{\frac{s+6280}{\sqrt[3]{500}}}{s\sqrt[3]{0.0001} + 6280} \right)^3$$

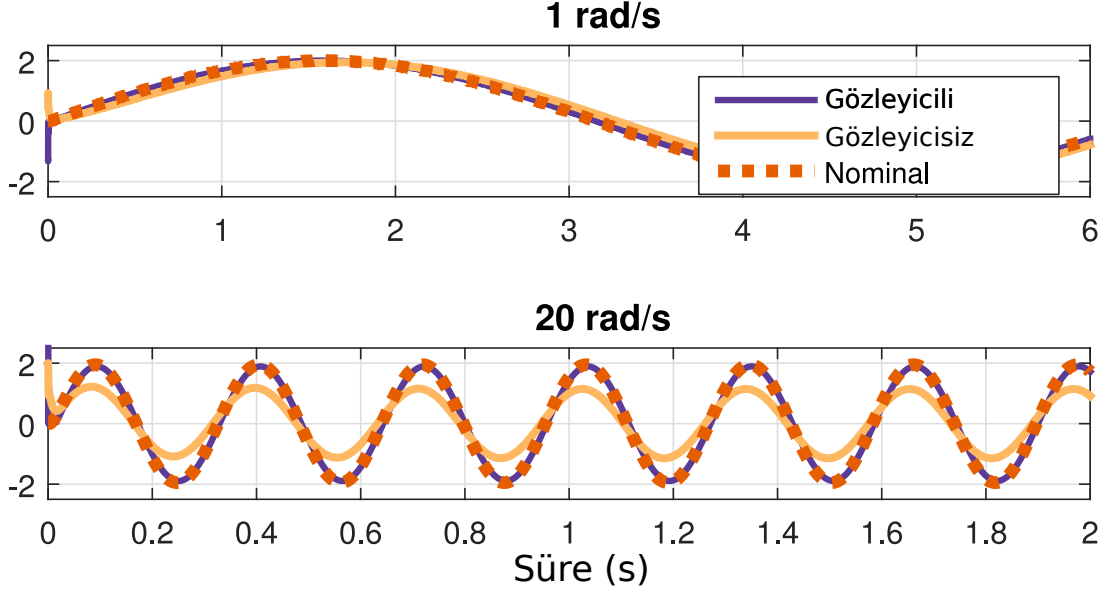
şeklindedir. Tasarım işlemi Bölüm 2.2.2.2 ile açıklanan prosedüre ile gerçekleştirilmiştir. Gözleyici döngüsüne ait kontrol sistemi tasarımı $\gamma_{obs} = 0.92$ ile başarılıdır ki buda tasarımın gürbüzlük sınırı için limit değere yakın bir şekilde elde edildiğini gösterir. Elde edilen K_{obs} kontrol sistemi 7nci mertebeden bir diferansiyel denklem şeklindedir.

Temel kontrol sistemi K için kullanılan ağırlık fonksiyonları ise

$$W_P(s) = \left(\frac{s/\sqrt{2} + 188}{s + 188\sqrt{0.0001}} \right)^2, W_U(s) = W_{U,obs}(s) \quad (3.2)$$

şeklindedir.

K temel kontrol sisteminin tasarımı $\gamma = 0.97$ ile başarılıdır, burada K 11nci merteben bir diferansiyel denklem şeklindedir Bozucu-etki/belirsizlik tahmincisi ve nominal sistem için hassaslık/tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları, Şekil 3.4 ile gösterilmiştir. T_{obs} ve S_{obs} ile görüldüğü üzere, bozucu-etki/belirsizlik tahmincisi kabaca 100 Hz'e kadar iyi çalışmaktadır.



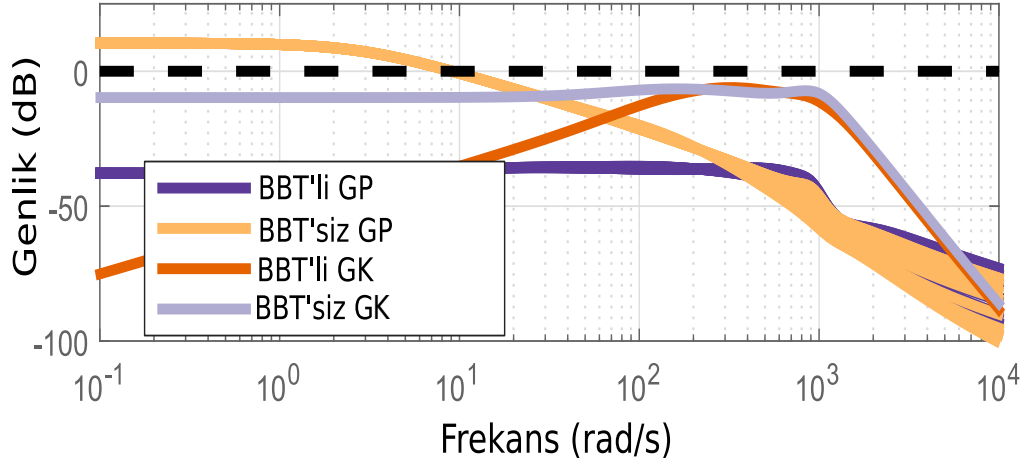
Şekil 3.5: Farklı yükler için çeşitli frekanslardaki tahrik altında BBT'li/BBT'siz sistemin çıktıları.

Sonra, pan-tilt sistemi, verilen bir bozucu-etki profiline göre hareket eden 6 serbeslik dereceli(degree-of-freedom) Stewart platformuna yerleştirilir. İlk test olarak sistem, sırasıyla 1 ve 20 rad/s frekanslarındaki sinüzoidal test girişleriyle tahrik edilir. Bunların hepsi tahmin edicinin bant genişliğindedir, bu nedenle sistem Şekil 3.5 'de gösterildiği gibi nominal sistemle aynı şekilde davranır. Karşılaştırma için ayrıca BBT döngüsünün olmadığı durum da şekilde verilmiştir.

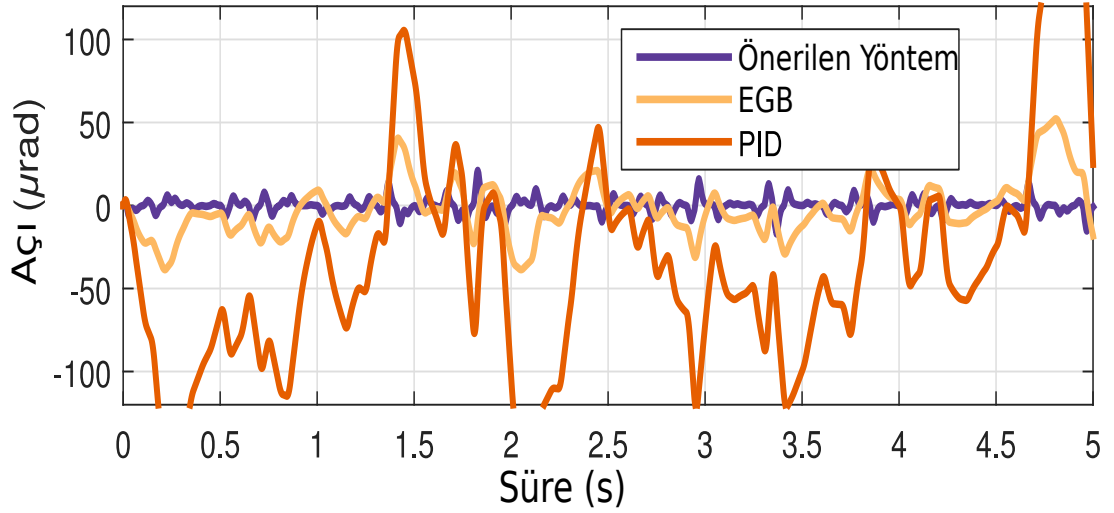
Teorem 2 ve Teorem 3 tarafından tanımlanan gürbüz kararlılık ve gürbüz performans koşulları, BBT olan ve olmayan sistemler için Şekil 3.6 ile gösterilmiştir. Gürbüz performans koşulunun BBT ile gerçekleştirildiği ancak BBT'siz yapı ile sağlanamadığı gözükmektedir. Ayrıca, gözleyicinin bant genişliği dışında, tahmininin ortadan kalktığını ve böylece iki durumun bode diyagramlarının yüksek frekanslar için birbirine yakınsadığı rahatlıkla gözlemlenebilmektedir.

Görüntü tabanlı uygulamalar için pan-tilt sistemlerinin performansı tipik olarak görüntünün piksel sapması veya eşdeğer olarak eksenlerin açısız yer değiştirilmesi ile ölçülür. Kamera görüntüsünün, uygulamamızdaki $25 \mu\text{rad}$ değerine tekabül eden bir pikselden fazla hareket etmemesi arzu edilir. Şekil 3.7 ile verildiği üzere, BBT ile güçlendirilmiş sistem için, maksimum açısız yer değiştirme yaklaşık olarak $20 \mu\text{rad}$ 'dır.

EGB yaklaşımıyla karşılaştırıldığında $[45, 75]$ açısız yer değiştirme $48 \mu\text{rad}$ değerine ulaşır. PID kontrol cihazı için açısız yer değiştirme $200 \mu\text{rad}$ kadar yüksek değerler alır. EGB tahmincisi'ni tasarlamak için kullanılan parametreler aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.6: BBT'li/BBT'siz durumlar için gürbüz kararlılık/performans koşulları karşılaştırması.



Şekil 3.7: Önerilen yöntem, EGB yaklaşımı ve klasik PID için açısal yer değiştirmenin karşılaştırılması.

$$\begin{aligned}
Q_K &= \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 10], \quad R_K = 1 \times 10^{-4} \\
Q_L &= \text{diag}[1 \ 1 \ 1] \times 10^3, \quad R_L = 1 \\
[K_P|K_R] &= [0.0074 \ 0.1724 \ 1.1922|3.871] \times 10^4, \quad T_F = 0.01s \\
L &= [-0.001 \ 0.0451 \ 0.0163]^T, \quad K_F = 0.98 \\
B^+ &= [0.7814 \ 4.5039 \ 0.0973] \times 10^3, \quad \rho = 10^6.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Bu parametrelerin tanımları ve açıklamaları [45, 75]'de bulunur. [27, 29] yöntemlerindeki gibi standart BETK tasarımı, SYD sıfırının varlığından dolayı bu problem için geçerli değildir. PID denetleyicisine gelince, denenen çeşitli el ile ve otomatik ayarlama yöntemleri arasından elde edilen en iyi durum şekilde verilmiştir.

Deneysel sonuçlar, alternatif seçeneklere kıyasla, önerilen yaklaşımın gürültü, belirsizlikler ve SYD sıfırlar altında, kapalı döngü performansı yönünde iyileştirmeler sağladığını göstermektedir.

3.1.2 Rotasyonel mekanik sistem kontrolü

Bu bölümde, önerilen yöntemin etkinliğini göstermek için minimum-olmayan fazlı, karmaşık bir rotasyonel mekanik sistem referans olarak alınmıştır. Sistem; kütleler, damperler, burulma yayları, triger kayışı, kasnaklar ve dişlilerden oluşur. Sistemin transfer fonksiyonu doğrudan [89]'dan alınır ve

$$P(s) = \frac{123.853 \times 10^4 \times (-s + 3.5)}{(s^2 + 6.5s + 42.25)(s + 45)(s + 190)}. \tag{3.4}$$

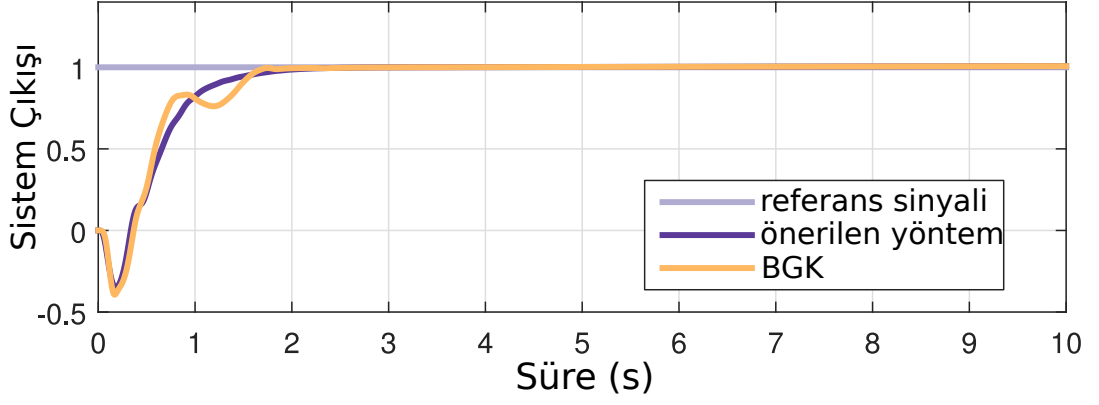
şeklindedir. 3.5 rad/s konumundaki kararsız sıfır, önceki bölümdeki örnekten farklı olarak, hayali eksene çok yakındır. Ayrıca, -45 ve -190 noktalarındaki kutuplar, $-3.2500 \pm 5.6292j$ rad/s noktasındaki karmaşık-birleşik kutup çiftinin uzağında konumlanmaktadır. Sistem için tanımlanmış gürbüzlük ağırlığı

$$W_T(s) = (0.2s + 3)/9 \tag{3.5}$$

şeklindedir. W_T , 3.5 rad/s de, sistemin büyüklüğünde ve fazında en fazla 34% değişime müsaade ettiği için, sistemin kararsız sıfırının minimum konumu değişmeden kalır. Dahası, sistemin sadece gerçek bir kararsız sıfırı vardır. Bu durumda

$$w_b^+ = \min w_{b,1}^+ = \inf \{|\hat{z}_1|\} / 2 = 1.75 \text{ rad/s}. \tag{3.6}$$

Bu noktadan itibaren tasarım, Bölüm 2.2.2 ile verilen prosedürü izleyerek önceki bölüme benzer şekilde gerçekleştirilir. bozucu-etki giderim kontrol (BGK)(disturbance rejection control (DRC)) yaklaşımı [89] ile bir karşılaştırma da, bu çalışmada olduğu



Şekil 3.8: Rotasyonel mekanik sistem için sürekli bozucu-etkiler altında basamak-giriş tepkisi.

gibi aynı parametre değerleri ve aynı sabit bozucu-etki profili altında yapılır. Sonuç, Şekil 3.8 ile verilmiştir. Her iki yöntemin de asıl özellikleri benzer olsa da, önerilen yöntem, BGK ile karşılaştırıldığında istenmeyen geçici salınımları(transient oscillations) giderir. Önerilen yöntem için, (2.54) ile tanımlanan GK koşulu 0.9615 şeklinde elde edilmiştir. Bu sayede, sistemin belirsizlikler ve bozucu-etkiler altında tamamen gürbüz kararlı kalması garanti edilmiş olur.

3.2 ÇGÇÇ Sistemler: Uçuş Kontrol Sistemi Tasarım Örneği

3.2.1 Uçak dinamiği

Uçak dinamiğinin türetildiği katı cisim kuvvet ve moment eşitlikleri aşağıdaki gibi elde edilmektedir [90–92]:

$$\mathbf{F} = m \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} \right), \quad (3.7)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\partial (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega}) \quad (3.8)$$

burada $\mathbf{V} = [V_x \ V_y \ V_z]^T$, $\boldsymbol{\Omega} = [p \ q \ r]^T$ ifadesi ağırlık merkezindeki doğrusal ve açısal hız vektörlerini, $\mathbf{F} = [F_x \ F_y \ F_z]^T$ ve $\mathbf{M} = [L \ M \ N]^T$ ifadeleri ise sisteme etkileyen kuvvet moment vektörlerini ve \mathbf{J} ifadesi ise katı cismin atalet tensörünü(inertial tensor) ifade etmektedir. \mathbf{J} ifadesinin açık hali ise

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (3.7) ve (3.8) ifadelerinin manipülasyonu ise uçağın doğrusal-olmayan durum-uzay gösterimine yol açmaktadır ve aşağıdaki formda ifade edilmektedir.

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), d(t), t) \quad (3.10)$$

$$y = h(x(t), u(t), d(t), t) . \quad (3.11)$$

Burada durum vektörü ise

$$x = [V \quad \alpha \quad \beta \quad p \quad q \quad r \quad \psi \quad \theta \quad \phi \quad x_e \quad y_e \quad z_e]^T , \quad (3.12)$$

şeklindedir. Burada V hava hızı(air speed), α hucüm açısı(angle-of-attack), β yana kayış açısı(side-slip angle), p yuvarlanma oranı(roll-rate), q yunuslama oranı(pitch-rate), r sapma oranı(yaw-rate), ψ sapma açısı(yaw-angle), θ yunuslama açısı(pitch-angle), ϕ yuvarlanma oranı (roll-angle) , x_e x eksenindeki pozisyon, y_e y eksenindeki pozisyon ve z_e ise dünyaya göre olan irtifa(altitude) olarak isimlendirilir. Uçağın giriş vektörü ise

$$u = [F_t \quad \delta_e \quad \delta_a \quad \delta_r]^T , \quad (3.13)$$

şeklindedir. Burada F_t itkiyi(thrust), δ_e elevatör sapmasını(elevation deflection), δ_a yatırgeç(aileron) sapmasını ve δ_r dümen(rudder) sapmasını belirtir. Sistemde seçilen çıkış vektörü

$$y = [V \quad \theta \quad \phi \quad \beta]^T , \quad (3.14)$$

ve bozucu-etki vektörü ise

$$d = [U_{wind} \quad V_{wind} \quad W_{wind} \quad \dot{U}_{wind} \quad \dot{V}_{wind} \quad \dot{W}_{wind}]^T \quad (3.15)$$

şeklindedir. Burada U_{wind} , V_{wind} , W_{wind} boylamsal, yanal ve dikey rüzgar hızlarını, ve \dot{U}_{wind} , \dot{V}_{wind} , \dot{W}_{wind} ise rüzgar ivmelerini betimler. Durum dinamikleri aşağıdaki gibi türetilebilir.

$$\dot{V} = \frac{1}{m} [F_x \quad F_y \quad F_z] \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \\ \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{mV} [-F_x \quad F_z] \begin{bmatrix} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \\ \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \end{bmatrix} + q - [p \quad r] \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \tan \beta \quad (3.17)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mV} [F_x \quad F_y \quad F_z] \begin{bmatrix} -\cos \alpha \sin \beta \\ \cos \beta \\ -\sin \alpha \sin \beta \end{bmatrix} + [p \quad r] \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \dot{p} = & P_{pp}p^2 + P_{pq}pq + P_{pr}pr + P_{qq}q^2 + P_{qr}qr + P_{rr}r^2 \\ & + P_lL + P_mM + P_nN \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\dot{q} = Q_{pp}p^2 + Q_{pq}pq + Q_{pr}pr + Q_{qq}q^2 + Q_{qr}qr + Q_{rr}r^2 + Q_lL + Q_mM + Q_nN \quad (3.20)$$

$$\dot{r} = R_{pp}p^2 + R_{pq}pq + R_{pr}pr + R_{qq}q^2 + R_{qr}qr + R_{rr}r^2 + R_lL + R_mM + R_nN \quad (3.21)$$

$$\psi = [q \ r] \begin{bmatrix} \sin \phi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\dot{\theta} = [q \ r] \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \quad (3.24)$$

$$\dot{x}_e = [u \ v \ w] \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} - [v \ w] \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \psi \\ \sin \phi \sin \psi \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\dot{y}_e = [u \ v \ w] \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} - [v \ w] \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi \\ \sin \phi \cos \psi \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\dot{z}_e = [u \ v \ w] \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\dot{u} = \frac{F_x}{m} - qw + rv \quad (3.28)$$

$$\dot{v} = \frac{F_y}{m} - pw + ru \quad (3.29)$$

$$\dot{w} = \frac{F_z}{m} - pv + qu \quad (3.30)$$

burada $P_{pp}, P_{pq}, P_{pr}, P_{qq}, P_{qr}, P_{rr}, P_l, P_m, P_n, Q_{pp}, Q_{pq}, Q_{pr}, Q_{qq}, Q_{qr}, Q_{rr}, Q_l, Q_m, Q_n, R_{pp}, R_{pq}, R_{pr}, R_{qq}, R_{qr}, R_{rr}, R_l, R_m, R_n$ parametreleri atalete bağılı fonksiyonlardır. Bu eşitlikler için Doğu, Kuzey, Yukarı (DKY) (East, North, Up (ENU)) referans çerçevesi kullanılmıştır. Denklem (3.10) ile belirtilmiş formun elde edilebilmesi için \mathbf{F} ve \mathbf{M} ifadelerinin girişler u ve bozucu-etkiler d ile bağlanması gerekmektedir. Örnek olarak boylamsal kuvvetler aşağıdaki gibi yazılabilir.

Çizelge 3.1: Uçağın Kütle, Geometri ve Sınır Değişkenleri.

Değişken	Değer	Değişken	Değer
\bar{c}	1.4935 m	b	10.9118 m
S	16.1651 m ²	J_{xx}	1285.3 kg.m ²
J_{yy}	1824.9 kg.m ²	J_{zz}	2666.9 kg.m ²
J_{xy}	271.1 kg.m ²	J_{xz}	311.7 kg.m ²
J_{yz}	186.8 kg.m ²	m	1043.3 kg
Seyir Hızı	65 m/s	Tutunma Kaybı Hızı	m/s
En yüksek Hız	84m/s	En yüksek Rüzgar Hızı	7.7 m/s

$$F_x = C_{X_0} + C_{X_\alpha} \alpha + C_{X_{\alpha^2}} \alpha^2 + C_{X_{\alpha^3}} \alpha^3 + C_{X_q} \frac{q\bar{c}}{V} + C_{X_{\delta_r}} \delta_r + C_{X_{\delta_f}} \delta_f + C_{X_{\alpha\delta_r}} \alpha \delta_r \quad (3.31)$$

Buradaki C_{X_0} , C_{X_α} , $C_{X_{\alpha^2}}$, $C_{X_{\alpha^3}}$, $C_{X_{\delta_r}}$, $C_{X_{\delta_f}}$, $C_{X_{\alpha\delta_r}}$ katsayıları *kararlılık türevleri* (dynamic derivatives) diye adlandırılmaktadır. Genellikle doğrusal-olmayan dinamikler istenilen bir operasyon noktası (denge noktası (equilibrium point)) etrafında trimlenir. Bu denge noktası ise belirli bir hava hızı $V = V_0$ ve irtifaya $z_e = z_{e,0}$ bağlı bir durum olarak seçilebilir. Bu durum doğrusal-olmayan dinamiklerin (3.10) bir optimizasyon problemi olarak x_{op} ve u_{op} durumları için çözülmesini gerektirmektedir ki bu sayede aşağıdaki ifadeler geçerli olsun.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial z_e}{\partial t} = 0. \quad (3.32)$$

(x_{op}, u_{op}) operasyon noktası etrafında, doğrusal-olmayan dinamiklerin Jakobiyen (jacobian) doğrusallaştırması (linearization) (2.1) ve (2.2) doğrusal sistem dinamiklerine yol açmaktadır.

3.2.2 Simülasyon sonuçları

Parametreleri Çizelge 3.1 ve 3.2 ile verilen bir sabit-kanatlı hava aracı için otopilot tasarımı aşağıda detaylandırılmıştır.

Burada amaç, itki F_t , elevator yer değiştirmesi δ_e , yatırgeç yer değiştirmesi δ_a , dümen yer değiştirmesi δ_r aracılığı ile sistem girişlerinin manipule edilerek hava hızı V , yunuslama açısı θ , yuvalanma açısı ϕ , yana kayma açısı β (çıkışların) kontrol edilmesidir. İlk önce Bölüm 3.2.1 ile verilen doğrusal olmayan uçak denklemleri simülasyon ortamında oluşturulmuştur. Bundan sonra uçağın dinamiği $V_0 = 65$ m/s hız ve $z_e = 1000$ m yükseklik için doğrusallaştırılmıştır. Bu işlem sonucunda elde edilen

Çizelge 3.2: Uçağın kararlılık türevleri.

Türev	Değer	Türev	Değer	Türev	Değer	Türev	Değer
C_{D_0}	0.031	C_{D_α}	0.13	C_{D_q}	0	$C_{D_{\delta_e}}$	0.06
$C_{D_{i_h}}$	0	C_{L_0}	0.31	C_{L_α}	5.143	C_{L_q}	3.9
$C_{L_{\delta_e}}$	0.43	$C_{L_{i_h}}$	0	C_{Y_β}	-0.31	C_{Y_p}	-0.037
C_{Y_r}	0.21	$C_{Y_{\delta_a}}$	0.0	$C_{Y_{\delta_r}}$	0.187	C_{l_0}	0
C_{l_β}	-0.089	C_{l_p}	-0.47	C_{l_r}	0.096	$C_{l_{\delta_a}}$	-0.178
$C_{l_{\delta_r}}$	0.0147	C_{m_0}	-0.015	C_{m_α}	-0.89	C_{m_q}	-12.4
$C_{m_{\delta_e}}$	-1.28	$C_{m_{i_h}}$	0	C_{n_0}	0	C_{n_β}	0.065
C_{n_p}	-0.03	C_{n_r}	-0.099	$C_{n_{\delta_a}}$	-0.053	$C_{n_{\delta_r}}$	-0.0657

operasyon noktası

$$\begin{aligned}
 x_0 &= [V_0 \ \alpha_0 \ \beta_0 \ p_0 \ q_0 \ r_0 \ \psi_0 \ \theta_0 \ \phi_0 \ x_{e,0} \ y_{e,0} \ z_{e,0}]^T \\
 &= [65 \ -0.00729 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.00729 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1000]^T \\
 u_0 &= [F_X \ \delta_e \ \delta_a \ \delta_r] \\
 &= [1125.7 \ -0.00665 \ 0 \ 0]
 \end{aligned}$$

şekindedir. (x_0, u_0) etrafında yapılan doğrusallaştırma 4×4 bir sistem dinamiğine neden olmaktadır ve bu sistem dinamiğinin frekans cevabı Şekil 3.9 ile verilmektedir. Şekilden de anlaşılacağı üzere sıfırdan farklı köşgensel dışındaki elemanların varlığına dikkat edilmesi gerekmektedir. Verilen girişler için eyleyici dinamikleri ise

$$\mathbf{P}_{actuator} = \text{diag} \left[\frac{40}{s+40} \ \frac{40}{s+40} \ \frac{40}{s+40} \ \frac{40}{s+40} \right] \quad (3.33)$$

şekindedir. Gerçekçi simülasyon sonuçları için üretilen kanatçık komutlarının, eyleyicilerin bantgenişliğini geçmemesi önemlidir. Ek olarak, simülasyon ortamında dryden rüzgar-türbülans modeli inşa edilmiş ve uçak bağlı bulunduğu operasyon noktalarına göre bu modele sürekli bir şekilde maruz bırakılmıştır.

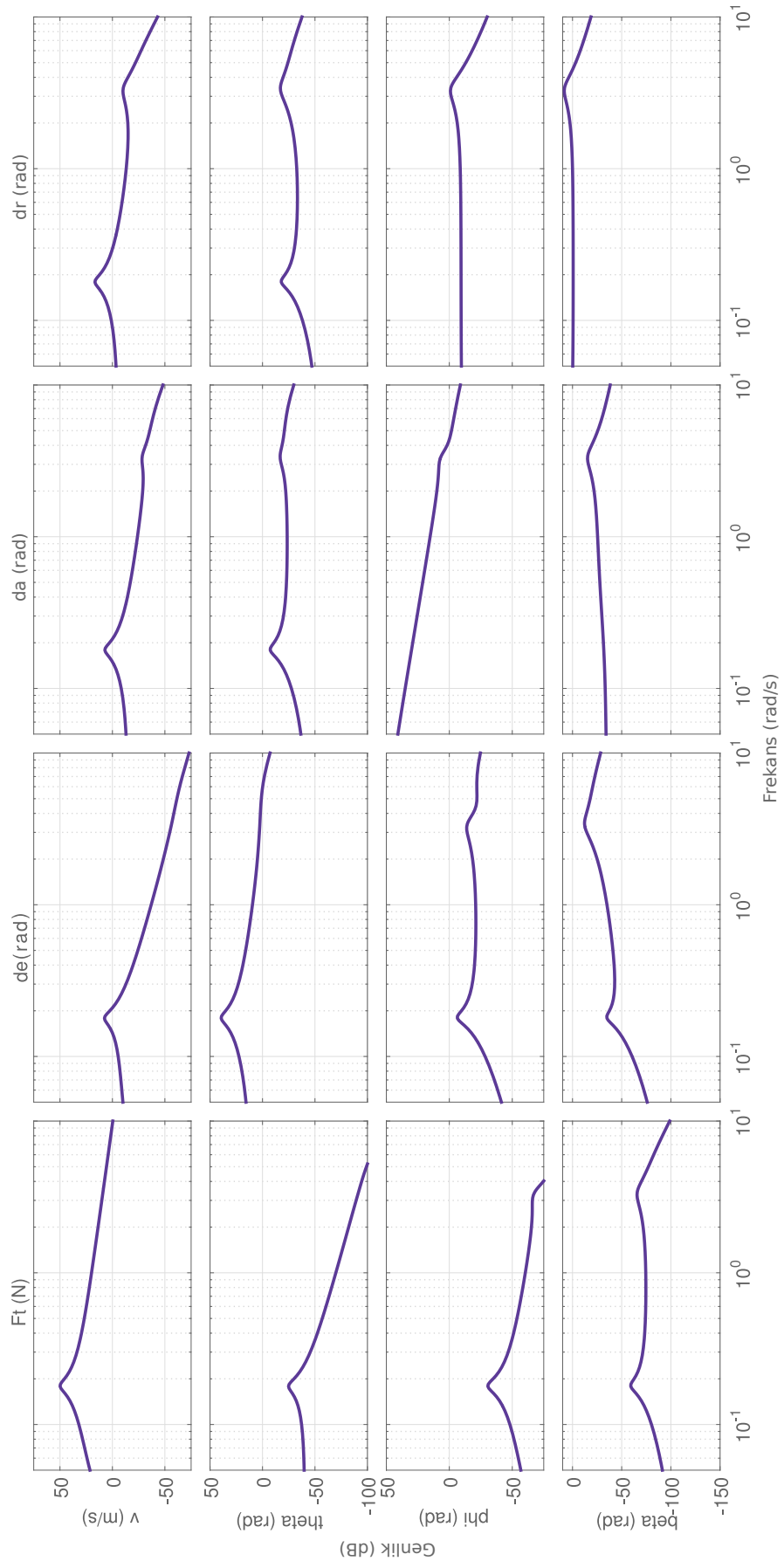
Performans ağırlık fonksiyonu için $\mathbf{W}_P(s) := \text{diag}[W_{P,11} \ W_{P,22} \ W_{P,33} \ W_{P,44}]$

$$W_{P,ii} = \frac{(s/50) + 6}{s + (6 \times 0.02)} \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için} \quad (3.34)$$

Operasyonel ve pratik kurallara uygun eyleyici komutlarının üretilebilmesi için seçilen giriş ağırlık fonksiyonu ise

$$\mathbf{W}_u = \mathbf{P}_{actuator} \quad (3.35)$$

şeklinde seçilmiştir. Gürbüzlük ağırlık fonksiyonu \mathbf{W}_T 'nin belirlenebilmesi için, uçağın kütle, geometri ve kararlılık türevlerini barındıran parametreler rastgele bir biçimde yüzde 20 oranında perturbe edilmiştir. Daha sonra her bir perturbe edilmiş küme için ayrı ayrı doğrusallaştırma işlemi uygulanmış ve adımlar 100 kere doğru bilgiler toplanana kadar tekrar edilmiştir. Veritabanının genişliğinden dolayı $4 \times 4 = 16$ kanallın tamamı için ayrı ayrı kapsayan bir ağırlık fonksiyonu bulmaktansa üçüncü mertebeden bir skaler $W_{T,ii}$ fonksiyonu tüm kanalların üzerinde geçerli olacak şekilde belirlenmiştir:



Şekil 3.9: Doğrusallaştırılmış uçak modelinin frekans cevabı.

3.2.2.1 BETK tabanlı \mathcal{H}_∞ kontrol sistemi

$$W_{T,ii} = \frac{0.81s^3 + 0.54s^2 + 0.02s + 0.003}{s^3 + 0.14s^2 + 0.02s + 0.001} \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için .} \quad (3.36)$$

Bu kapsama Şekil 3.10 ile gösterilmiştir.

Şekil 3.9'ün detaylı bir şekilde incelenmesi ile $w_{hf}^+ = 5.5$ rad/s ki $-25\text{dB} \approx 0.05$ yeterince küçük olacak şekilde kabul edilmiştir. Denklem (2.111) ile verilen form ile

$$W_{P,obs,iii} = \frac{(s/2) + 6.5}{s + (6.5 \times 0.0001)}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ için} \quad (3.37)$$

ki $w_{b,i} = 6.5 > 5.5 = w_{hf}^+$. Yüksek frekans tahminden korunmak için, $W_{U,obs,ii}$

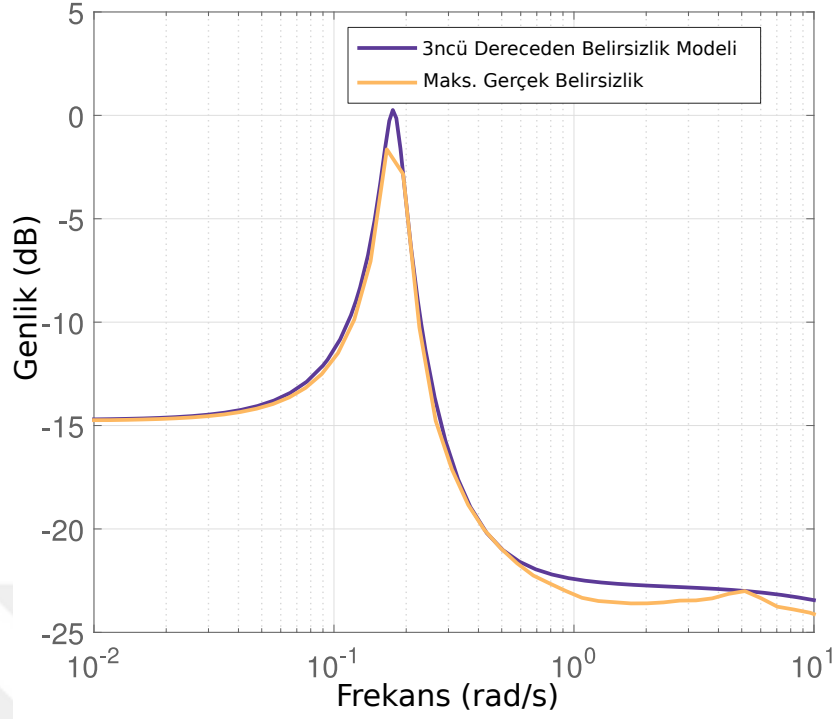
$$W_{U,obs,ii}(s) = \left(\frac{s + 60/\sqrt[3]{50}}{s\sqrt[3]{0.001} + 60} \right)^3. \quad (3.38)$$

Kontrol sistemi tasarımı ise Bölüm 2.3.2 ile verilen prosedüre uygun bir biçimde yapılmıştır. Bu tasarım da \mathbf{K}_{obs} , $\gamma_{obs} = 0.92$ ile, K ise $\gamma_1 = 0.95$ ile sonuçlandırılmıştır. Sonuç olarak, \mathbf{T}_{obs}^{input} ve \mathbf{S}_{obs}^{input} fonksiyonlarına ait tekil değerler Şekil 3.11 ile gösterilmiştir

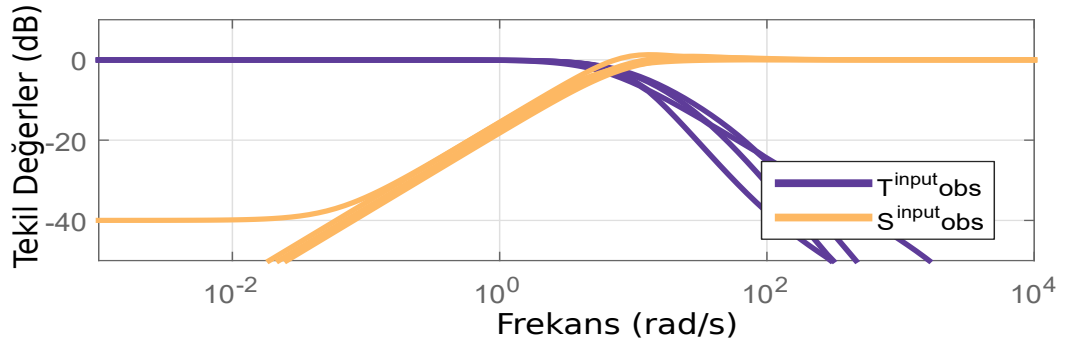
Şekil 3.9 ve 3.11'den anlaşılacağı üzere Varsayım 4 sağlanmaktadır çünkü $\omega \leq \omega_{hf}^+ = 5.5$ rad/s için $\mathbf{T}_{obs}^{input} \approx \mathbf{I}$ ($\omega \leq \omega_{hf}^+ = 5.5$ rad/s için). Son olarak önerilen kontrol yapısı, 100 adet monte-carlo simülasyonu için, doğrusal olmayan ve MATLAB/Simulink ortamında derlenmiş simülasyon ortamında gerçekçi çevre şartları ve ilk değerler altında test edilmiştir. Bazı önemli durumlar (ki bunlara çıkışlar da dahildir) Şekil 3.13 ile verilmiştir. Her bir simülasyonda parametreler rastgele bir biçimde yüzde 20 oranına kadar perturbe edilmiştir. Durumlarda kararlılığın kaybolduğu gözlemlenmemiştir, çıkışlar yüksek bir performans ile takip edilirken sistemin doğasında bulunan çapraz kenetlenmelerin, sistemin kararlılığı ve performansı üzerinde gözle görülebilir hiçbir etkisi bulunmamaktadır. Verilen test durumları için kontrol sisteminin ürettiği, sisteme uygulanan kontrol girişleri ise Şekil 3.14 ile verilmektedir.

3.2.2.2 μ -sentezleme tabanlı kontrol sistemi ile kıyaslama

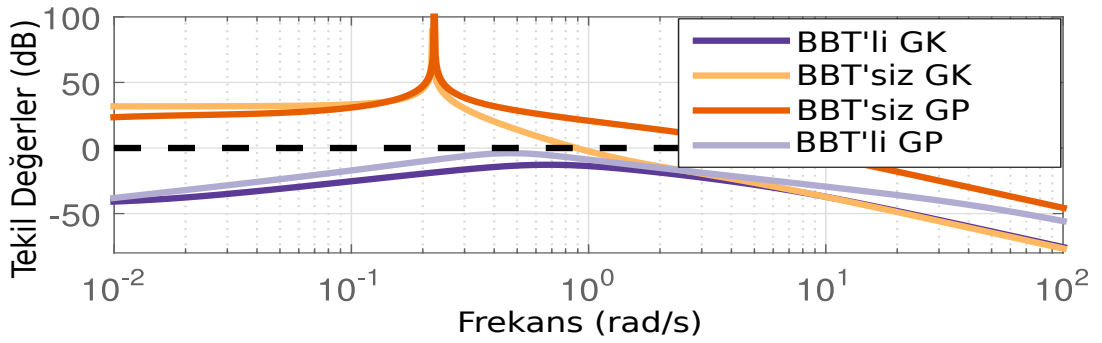
Ölçüt bir metod olarak Bölüm 2.5 ile verilen μ -sentezlemesi kontrolcülerini aynı şartlar altında verilen örneğe uygulanmıştır. Tasarım için BETK yapısındaki ağırlık fonksiyonları \mathbf{W}_T , Δ , \mathbf{W}_U ve \mathbf{W}_P aynı şekilde seçilmiştir. D-K iterasyon prosedürü, 0.9174 değerine indirilmiştir ki bu da teorik olarak gürbüz performans koşulunu sağlamaktadır. Uçak için durumlar ve girişler sırası ile Şekil 3.15 ve Şekil 3.16 ile verilmiştir.



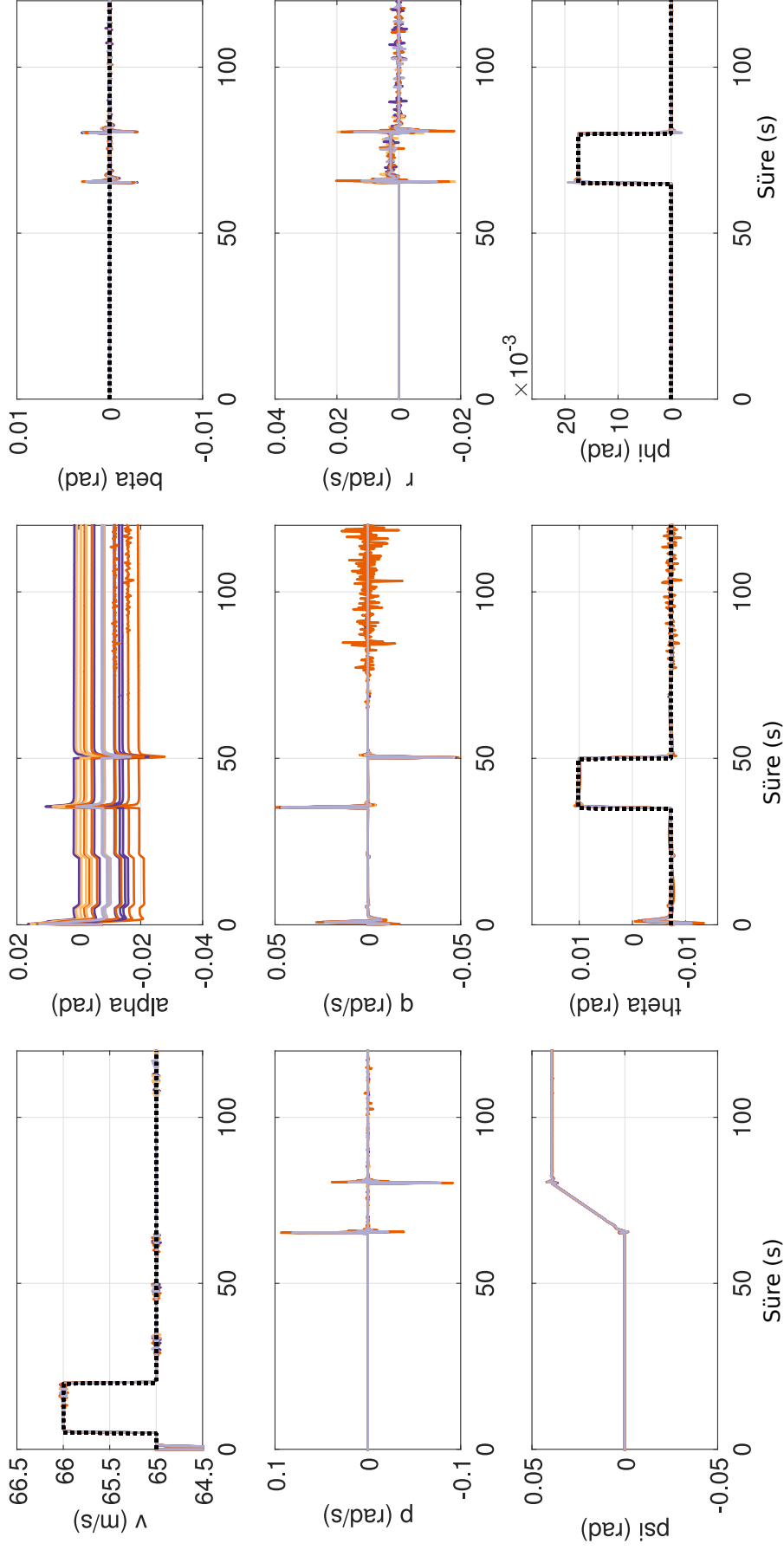
Şekil 3.10: Çarpımsal belirsizlik modeli.



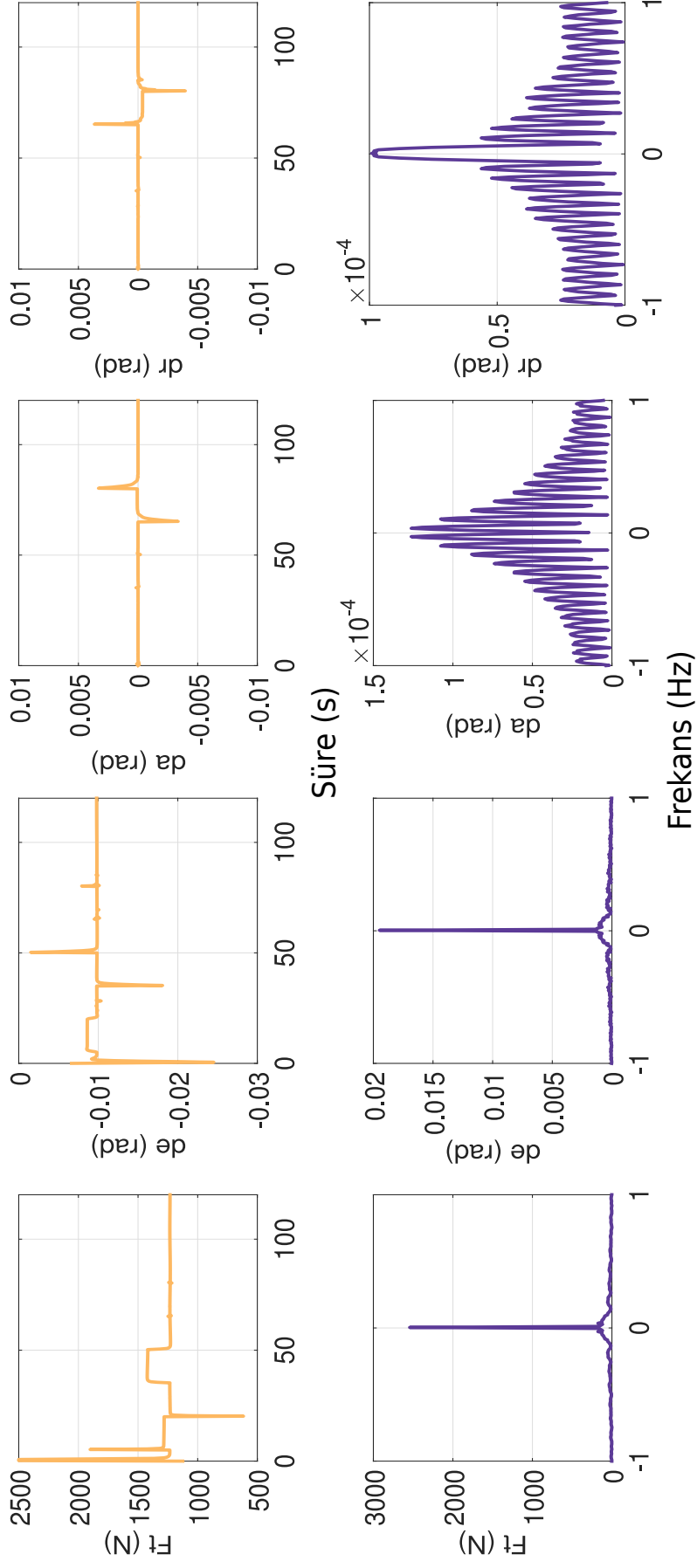
Şekil 3.11: BETK için giriş hassaslık ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları.



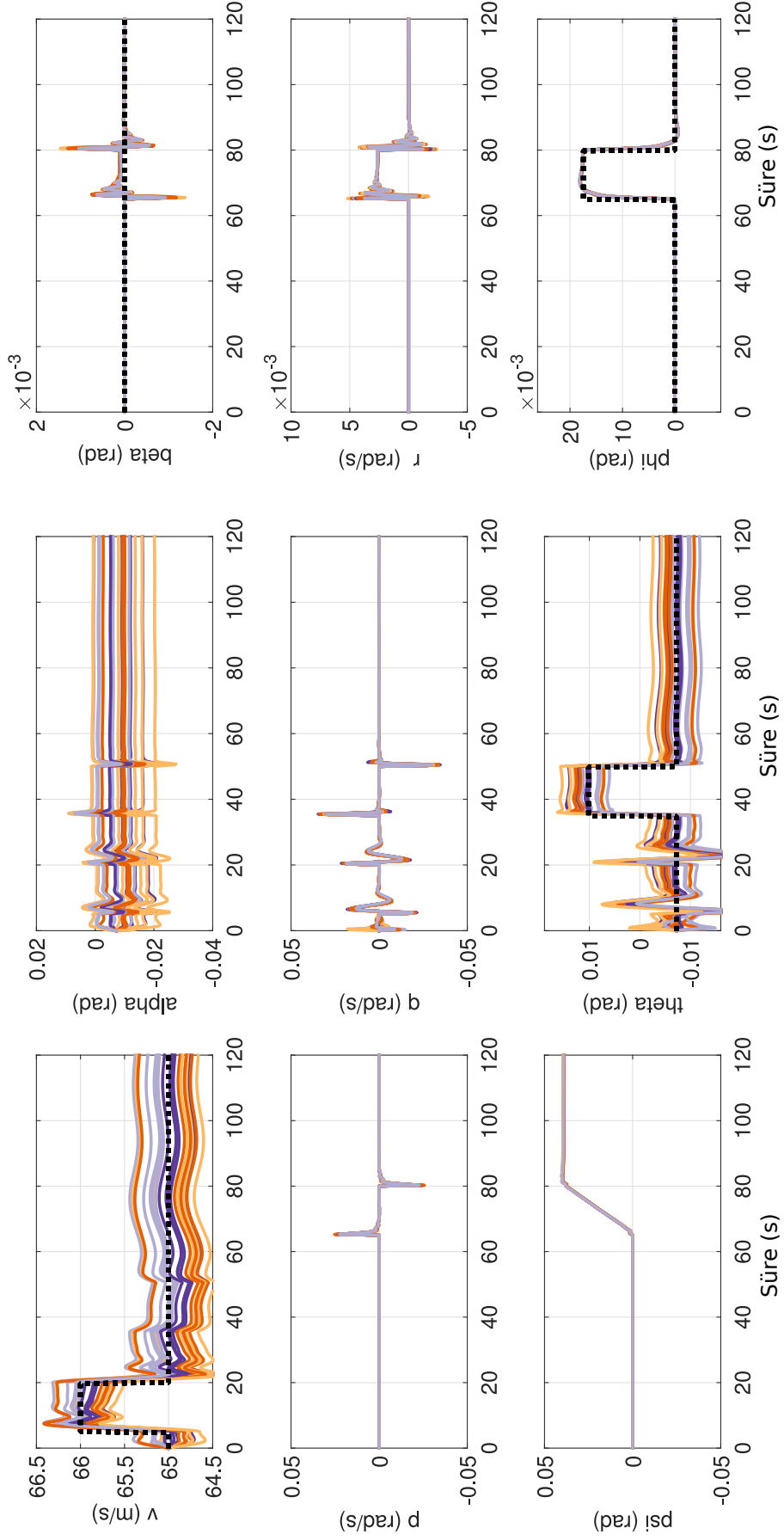
Şekil 3.12: Gürbüz kararlılık/performans sonuçlarının karşılaştırması.



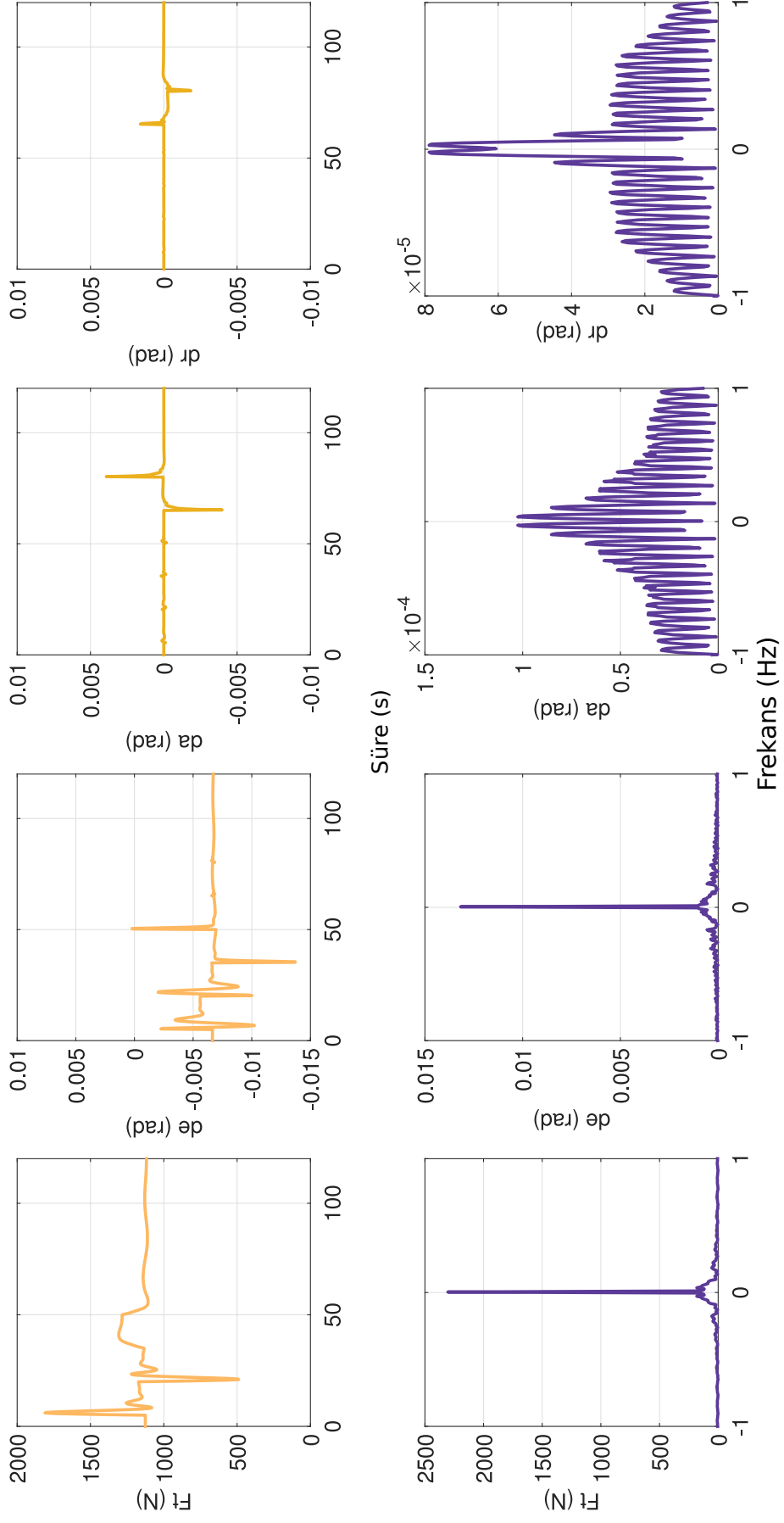
Şekil 3.13: BETK tabanlı kontrol uygulanan uçak için doğrusal olmayan simülasyon sonuçları.



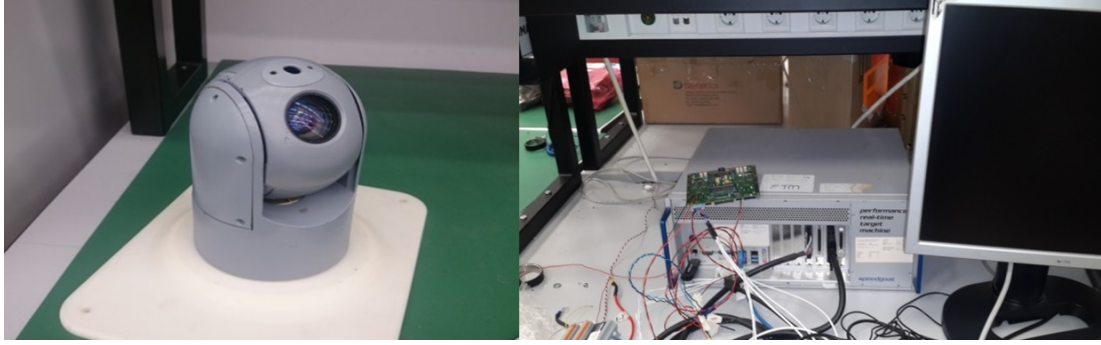
Şekil 3.14: BETK tabanlı kontrol sisteminin kontrol yüzeylerine uyguladığı kontrol girişleri.



Şekil 3.15: μ -Sentezleme tabanlı uçağın doğrusal olmayan simülasyon sonuçları.



Şekil 3.16: μ -Sentezlemesindeki kontrol girişleri.



Şekil 3.17: Gimbal sistemi ve gerçek-zaman hedef makinası.

3.3 BETK Tabanlı IKKK Sistemler: Gimbal Kontrol Örneği

Önerilen kontrol mimarisi, Şekil 3.17 ile verilen, ASELSAN A.Ş.'nin resmi bir ürünü olan yüksek hassasiyetli bir gimbal sistemi üzerine uygulanmaktadır. Gimbal üzerine bir kamera ve bir AÖS monte edilmiştir. AÖS ünitesi 200 Hz bant genişliğine sahip üç eksenli bir dönü-ölçere sahiptir. Gimbal sisteminin hareketi, özel yapım anahtarlamalı bir sürücü tarafından kontrol edilen iki ayrı doğrudan tahrikli Doğru-Akım (DA) motor tarafından sağlanır. Gimbal, GH'yı yönlendirmek için askeri bir işaretleme ve takip sisteminde kullanılır. Amaç, tüm hareket, titreşim ve bozucu-etkilere rağmen kameranın görüş hattını sabit tutmaktır. Gimbal sistemine ait transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

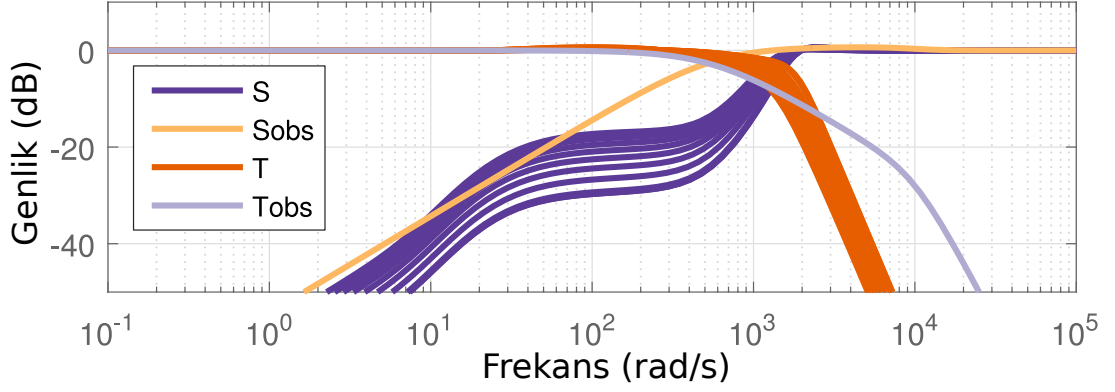
$$P = \alpha_0 \frac{s + 12.3}{s^4 + 841s^3 + 3 \times 10^5 s^2 + 3.8 \times 10^6 s + 1.79 \times 10^7} \quad (3.39)$$

burada $\alpha_0 = 1.8 \times 10^6$ ve Varsayım 5 sağlanmaktadır. Bu model, N4SID alt uzay sistemi tanımlaması kullanılarak deneysel verilerden elde edilmiştir [88]. Sistemde giriş olarak motor torku, çıkış olarak ise yunuslama eksenine ait dönü-ölçer sinyali seçilmiştir. Takip eden aşama, sistem tanımlama işleminin farklı başlangıç koşulları için birçok kez tekrarlanması ile nominal sistem için maksimum değişim elde edilir. İşlem sonucunda elde edilen gürbüzlük ağırlık fonksiyonu

$$W_T(s) = \frac{2(s + 40)}{s + 210} .$$

şeklinindedir. Kontrol tasarımı için seçilen performans gereksinimleri;

- i. Bozucu-etki giderimi 160 rad/s'ye kadar gereklidir,
- ii. Sisteme etkiyen en yüksek miktardaki bozucu-etki 60 rad/s'de 20 dB olarak verilmiştir,
- iii. Kapalı çevrim bant-genişliği ihtiyacı 165 rad/s olarak verilmiştir,



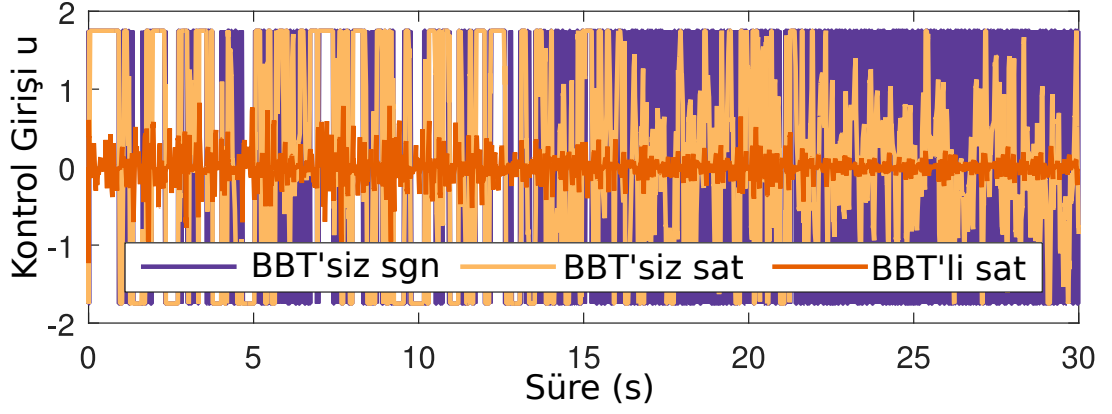
Şekil 3.18: IKKK için hassaslık/tamamlayıcı hassaslık fonksiyonları

maddeleri ile belirtilmiştir. Bu ihtiyaçların karşılanabilmesi için K_{obs} kontrolcüsünün tasarımında kullanılacak olan ağırlık fonksiyonları

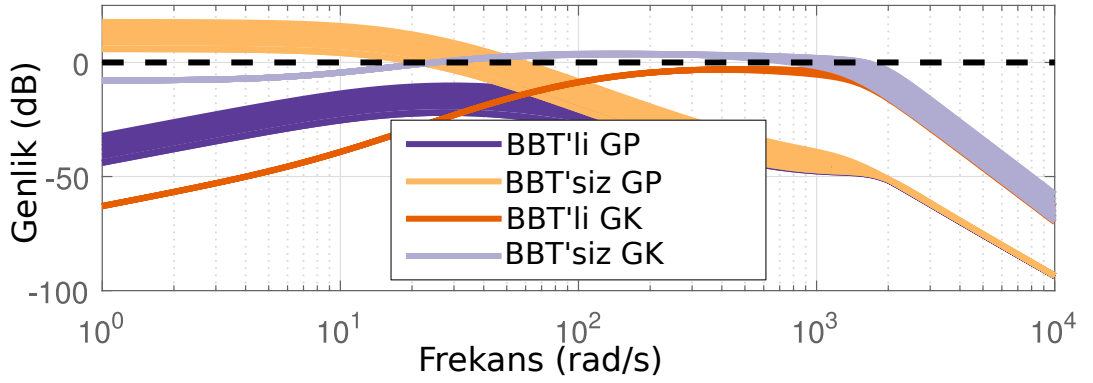
$$W_P(s) = \left[\frac{s / \sqrt[k_p]{M_p} + \omega_b}{s + \omega_b \sqrt[k_p]{\varepsilon}} \right]^{k_p}, W_{U,obs}(s) = \left[\frac{s + \omega_u / \sqrt[k_u]{M_u}}{s \sqrt[k_u]{\varepsilon} + \omega_u} \right]^{k_u}$$

şeklinde yazılabilir. Burada, S_{obs} için kesme frekansı $\omega_b = 2\pi 60$ rad/s, aşımı engellemek için $M_p = 1$, $K_{obs}S_{obs}$ için kesme frekansı $\omega_u = 2\pi 90$ rad/s ve $K_{obs}S_{obs}$ kazancı için limit $M_u = 500$, fonksiyonların dereceleri için $k_p = 1$, $k_u = 7$ ve yaklaşık integral aksiyonu için $\varepsilon = 0.0001$ olarak seçilmiştir. Bölüm 2.4.2.1 ile verilen prosedür izlenerek $\gamma_{opt} = 0.95$ ile sınır performansına yakın ve S_{obs} için ise W_P ağırlığına çok yakın bir çözüm elde edilmiştir. Daha sonra, Bölüm 2.4.2.2 ve Bölüm 2.4.2.3 ile verilen kurallar ve ardından bazı deneysel ayarlamalar kullanılarak IKKK kanunu tasarlanır. Sonuç olarak, k_0/α_0 ve λ kazançları sırasıyla 1.75 ve 20 olarak seçilmiştir. Denklem (3.39) ile verilen P sistemindeki, göreceli derece $r = 3$ 'dür. Pratik uygulama için türev filtreleme kullanılır ve signum fonksiyonu satürasyon fonksiyonu ile değiştirilir. Nominal sistemin ve BBT'nin hassasiyet/tamamlayıcı hassasiyet fonksiyonları, Şekil. 3.18 ile gösterilmiştir. K için doğrusal-benzeri bir gösterim kullanıldığından, S ve T için birden çok satır görünür. Her satır, $A^* \in (0, 15)$ aralığında on eşit aralıklı değerden birine karşılık gelir. Alt sınır esas olarak sıfırdır, ancak sayısal kodlama için, yeterince küçük bir pozitif sayı seçilmesi gerekmektedir. Üst sınır, bazı güvenlik marjlarıyla öngörülen en yüksek belirsizlik miktarını kapsayacak şekilde seçilir. Frekans cevabının, şekilde görülen çizgiler ailesinin sınırları dahilinde olduğu düşünülebilir. Şekil 3.19, önerilen yapı ve alternatif yapılar için bir karşılaştırma sonucunu göstermektedir. İlk örnek, BBT içermeyen ve içerisinde sgn fonksiyonunu barındıran IKKK yapısıdır. İkincisi, aynı şekilde BBT içermez, ancak sgn fonksiyonu yerine sat fonksiyonu kullanılmıştır. Üçüncüsü, BBT ve sat fonksiyonlarının aynı anda kullanıldığı durumu ifade etmektedir. Sonuçlar, Yorum 13 ile verilen ifadeleri doğrulamaktadır.

Teorem 11 ve Teorem 12 ile verilen gürbüz kararlılık ve performans sonuçları, BBT yapısının kullanıldığı ve kullanılmadığı durumlar için Şekil 3.20 ile verilmiştir.



Şekil 3.19: Farklı durumlar için kontrol giriş sinyali.



Şekil 3.20: IKKK için gürbüz kararlılık/performans durumları: BBT'li/BBT'siz

Şekilden gözüktüğü üzere özellikle gürbüz performans koşulu gözleyici durum için sağlanmışken, gözleyici olmayan durumda sağlanamamaktadır. Ayrıca, gözleyicinin bant genişliği dışında, tahmininin ortadan kalktığı ve böylece iki durumun sonuçlarının birbirine yaklaştığı gözükmemektedir.

Önerilen yöntemi kıyaslamak için, sistemdeki iki kontrol sisteminde (K_{obs} ve K) \mathcal{H}_∞ -sentezlemesi ile tasarlandığı bir yapı önerilmiştir. Ayrıca, karşılaştırmalar için kayan kipli gözleyici (KKG) [93] ve Modifiye-belirsizlik-bozucu-tahmincisi (MBBT) [94] isimli tekniklere yer verilmiştir. Tüm yöntemler çeşitli parametre varyasyonları ile test edildi ve en iyi performansa sahip olanlar burada paylaşıldı. KKG metodunun formu

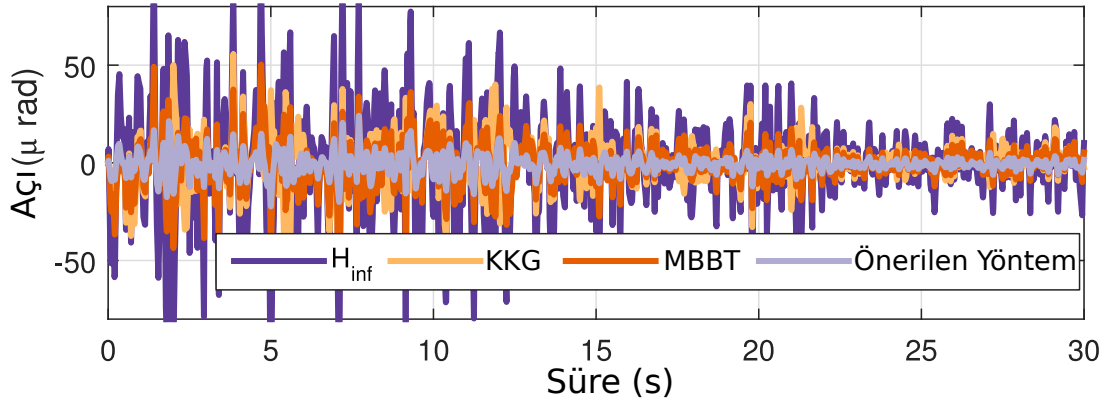
$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) - G_1 e_y(t) + G_n \vartheta$$

şekindedir. Burada $\vartheta = -\rho(t, y, u) P_0 e_y / \|P_0 e_y\|$, $e_y(t) := Cz(t) - y(t)$ ifadesi tahmin hatasını, P_0 simetrik pozitif tanımlı bir matrisi ve skaler fonksiyon $\rho(\cdot)$ ise tasarım parametresini göstermektedir. MBBT yapısı ise

$$U(s) = B^+(A_m X + B_m C - AX) - B^+ K_e E + UDE$$

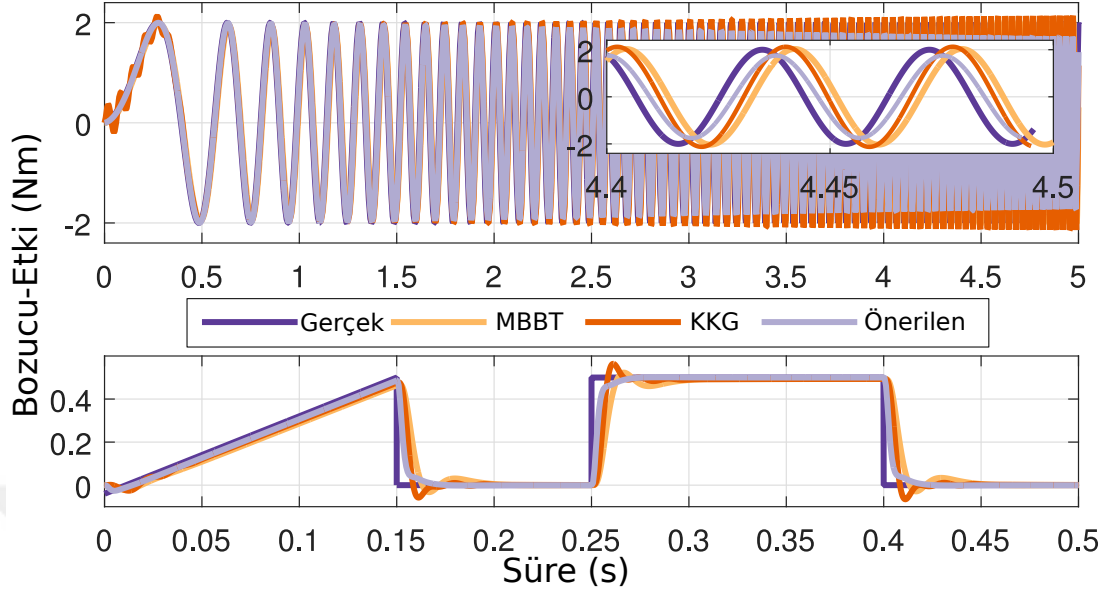
şekindedir. Burada

$$UDE := B^+ [(A - sI)X(s) + BU(s)e^{-\tau s}] G_f(s).$$

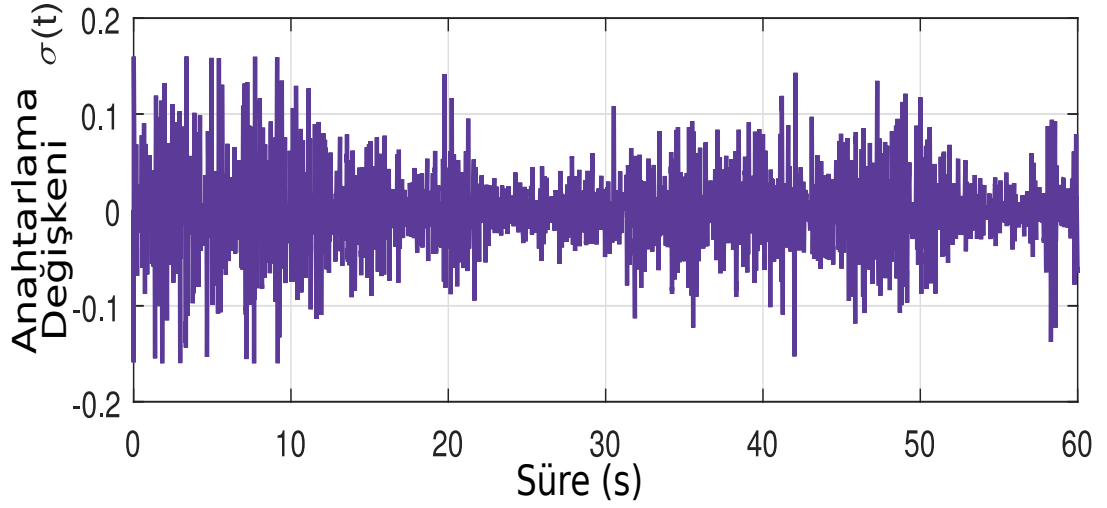


Şekil 3.21: Deneysel yöntemler için açısal yerdeğişim karşılaştırması.

Sistemin minimum fazlı olması sebebi ile $\tau = 0$ olarak alınmıştır. Şekil 3.21, tüm metodlar için aynı çevresel şartlar altında standart bir gimbal performansı ölçüsü olan açısal yer değiştirmeyi göstermektedir. Önerilen yöntem, KKG ve MBBT metodlarına kıyasla iyi sonuçlar vermektedir. Farklı başlangıç koşulları için deneyler sayısız kez tekrar edilmiştir ve önerilen yaklaşım için en kötü sonuç seçilerek paylaşılmıştır. Yapılan tüm deneyler için önerilen yaklaşımın kabul edilebilir bir performansla kararlı kaldığı, dolayısıyla Teorem 10, 11 ve 12'nin doğrulandığı deneysel olarak gözlemlenmiştir. Ana kontrol sistemi olarak IKKK'nın kazandırdığı avantaj ise; \mathcal{H}_∞ -tabanlı metodla yapılan kıyaslama sonucunda gözükmemektedir. Fazladan bir karşılaştırma için Şekil. 3.22 ile gösterilen simülasyon sonuçları verilmiştir. Bu simülasyonda sadece bozucu-etki/belirsizlik gözleyicilerinin çıktıklarına yoğunlaşılmıştır. Basitleştirme adına, simülasyonlarda sadece nominal sistem kullanılmış yani sistemdeki belirsizlikler yok varsayılmıştır. Alt-şekilde, belirli bir frekans bölgesini tarayan bir bozucu-etki profili sisteme etkimektedir. Sonuçlardan anlaşılacağı üzere, karşılaştırılan tüm metodlar iyi bir tahmin performansı sergilemektedir. Ancak, önerilen kontrol yapısı, rapor 1 ile verilen teorem ve lemmalar ışığında, artan frekanslara karşı tahmin performansını planlı bir şekilde azaltmaktadır. Bu durum, istenmeyen yüksek frekans tahmininden tümleşik kontrol yapısını korumaktadır. Ayrıca, yakınlaştırılmış şekilde gözüktüğü üzere, yüksek frekans tahminlerinde faz kaybı artmakta ve frekansa bağlı tahminin şekillendirilmemesi durumu kararsızlığa neden olabilecektir. Bununla birlikte, bazı artık bozucu-etkiler yüksek frekanslarda ortaya çıkmaktadır. Önerilen yöntemde bu artık etkiler IKKK tarafından ele alınmaktadır. Bu anlamda, \mathcal{H}_∞ tabanlı BBT ve IKKK tabanlı ana kontrol sistemi birbirini tamamlar. Şekil 3.22 ile verilen alt grafiği, özel bir bozulma profili altındaki kestirimi göstermektedir. Bir kez daha tüm yöntemler istenildiği gibi sonuç vermektedir. Önerilen yöntemin tahmin sırasında aşımın limitli olması ve düşük oturma süresi ne sahip olduğu gözükmemektedir. Önerilen yöntem, bu gibi özellikleri ayarlamak basit bazı gereçler sunmaktadır. Özet olarak T_{obs} 'u şekillendirmek bu adımların başında gelir. Son olarak Şekil 3.23, anahtarlama değişkeni $\sigma(t)$ 'nin IKKK yapısı nedeni ile beklendiği üzere sıfır çevresinde kaldığını göstermektedir.



Şekil 3.22: Simülasyon: İncelenen yöntemler için bozucu-etki tahmini kıyaslaması.



Şekil 3.23: Anahtarlama değişkeni $\sigma(t)$.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması kapsamında \mathcal{H}_∞ kontrol teorisi ile frekans bölgesinde şekillendirilen bir BBT yapısı ortaya atılmıştır. Bu yapıyı kullanan, TGTÇ sistemler, minimum olmayan fazlı sistemler, ÇGÇÇ sistemler ve BBT tabanlı IKKK kontrol sistemleri için gürbüz kararlılık, gürbüz performans kriterleri ve kontrol döngüleri için gerekli olan (tanımlı bir belirsizlik altında) minimum bantgenişliği kavramları için açık matematiksel ifadeler türetilmiştir.

Özellikle Bölüm 2.1 ile bir BETK yapısının mevcudiyeti ile ilgili temel bazı bilgiler verilmiştir. Bölüm 2.2.1 ile TGTÇ ve minimum olmayan fazlı sistemler için teorik olarak gürbüz kararlılık/performans kriterleri için açık ifadeler türetilmiştir. Sistemler için istenmeyen etkilerin birbirleri cinsinden yazılmasına olanak tanıyan TEB konsepti tanıtılmış ve tahmin ifadeleri TEB konsepti kullanılarak analitik ifadelerle türetilmiştir. Ek olarak tahminci yapısının minimum olmayan fazlı sistemlere entegrasyonunda bazı analitik sınırların tümleşik yapıya etkileri ve uyarlaması açıklanmıştır.

Benzer şekilde, Bölüm 2.3 ile ÇGÇÇ sistemler için teorik olarak gürbüz kararlılık/performans kriterleri için açık ifadeler türetilmiştir. Tahmin ifadeleri TEB konsepti kullanılarak analitik ifadelerle türetilmiştir. ÇGÇÇ sistemler özelinde karşılaşılan kenetlenmelerin kontrol edilmiş sistem çıkışlarındaki etkilerinin açık ifadelerle minimuma indirilmesi sağlanmıştır.

Bölüm 2.4 ile temel kontrol sistemi görevinde IKKK sisteminin bulunduğu ve \mathcal{H}_∞ -sentezlemesi kullanılan BBT yapısının birlikte kullanıldığı tümleşik yapı irdelenmiştir. Özellikle IKKK gibi doğrusal olmayan sistemlerin mevcut olduğu döngüler için doğrusal-benzeri gösterim aracılığı ile analitik olarak gürbüzlük analizi yapılmıştır. Ayrıca, IKKK yapıları ile ilgili başlıca problemlerden olan çatırtı problemine, BBT entegrasyonu ile, teorik bazı çözümler önerilmiştir.

Bölüm 2.5 ile, önerilen yapının etkinliğinin karşılaştırılabilmesi için ölçüt olarak düşünülen μ -sentezlemesi yöntemi özetlenmiştir.

Bölüm 3 ile önceki bölümlerde detaylı olarak açıklanmış olan ve tez kapsamında önerilen yöntemin uygulama ve benzetim çalışmaları verilmiştir. TGTÇ sistemler için pan-tilt örneğine ek olarak rotasyonel bir mekanik sistemin kontrolü ele alınmıştır. ÇGÇÇ sistemler için karmaşık bir örnek olarak, yüksek kenetlenmelere sahip bir sabit kanatlı hava aracı için otopilot tasarımı örneği detayları ile açıklanmıştır. BBT ile güçlendirilmiş IKKK sistemi için ise yüksek hassasiyete sahip bir gimbal örneği ele alınmıştır ve literatürde mevcut olan ölçüt yöntemlerle kıyaslamalar yapılmıştır.

Tez kapsamında yapılan deneysel/simülasyon çalışmaları, türetilen teorik ifadelerin tutarlı olduğunu göstermekte ve ölçüt yöntemlere kıyasla sistemlerin kontrolü

bakımından büyük avantajlar getirdiği belli olmaktadır.

Tez çalışması kapsamında yapılanları aşağıdaki maddeler ile özetleyebiliriz:

1. Tümlleşik sistem için Gürbüz Kararlılık (GK), Gürbüz Performans (GP) ve Bant-Genişliği (BG) koşullarını türetilmiştir,
2. İşlem, iyi bilinen ve yaygın olan (\mathcal{H}_∞ -Sentezlemesi, IKKK vb.) metotlarla yapılmıştır,
3. Frekansa bağlı bir tahminci yapısı ortaya atılmıştır,
4. TGTÇ ve ÇKÇÇ sistemler için geçerli bir teori geliştirilmiştir,
5. BBT yapısı, IKKK sistemine entegre edilmiş ve bu yapının sahip olduğu dezavantajlar giderilmiştir,
6. Tümlleşik tasarımın minimum fazlı/minimum-olmayan fazlı sistemlere uygundur,
7. Perturbe sistem, nominal sistem gibi davranmaya zorlanmaktadır,
8. Çeşitli pratik uygulamalar ve simülasyonlar vasıtası ile geliştirilen teori doğrulanmıştır,
9. Önerilen yapı, bilinen gürbüz kontrol yöntemleri ve BETK yapıları ile karşılaştırılmıştır.

Son olarak, TGTÇ sistemlerde Teorem 2 ile verilen gürbüz kararlılık kriteri, ÇGÇÇ sistemlerde Teorem 5 ile verilen gürbüz kararlılık kriteri ve IKKK ile kontrol edilen sistemlerde(IKKK/BETK tümlleşik sistemi) gürbüz kararlılık kavramını tanıtan ve Teorem 11 ile verilen kriterler birbirlerine oldukça yakındır. Benzer şekilde, TGTÇ sistemlerde Teorem 3 ile verilen gürbüz performans kriteri, ÇGÇÇ sistemlerde Teorem 6 ile verilen gürbüz performans kriteri ve IKKK ile kontrol edilen sistemlerde(IKKK/BETK tümlleşik sistemi) gürbüz performans kavramını tanıtan ve Teorem 12 ile verilen kriterler birbirlerine oldukça yakındır. Böylece, klasik gürbüz kontrol teorisinde de olduğu gibi önerilen yapının, beklenen şekilde davrandığı gözlemlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] **Doyle, J.**, (1978). Guaranteed margins for LQG regulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 23(4), 756–757.
- [2] **Doyle, J., Stein, G.**, (1979). Robustness with observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(4), 607–611.
- [3] **Stein, G., Athans, M.**, (1987). The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(2), 105–114.
- [4] **Doyle, J. C., Stein, G.**, (1981). Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(1), 4–16.
- [5] **Zames, G.**, (1981). Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(2), 301–320. DOI: 10 . 1109/TAC . 1981 . 1102603.
- [6] **Glover, K., Doyle, J. C.**, (1988). State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to relations to risk sensitivity, *Systems & Control Letters*, 11(3), 167–172.
- [7] **Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. P., Francis, B. A.**, (1989). State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems, *IEEE Transactions on Automatic control*, 34(8), 831–847.
- [8] **Francis, B. A.**, (1987). *A Course in H_∞ Control Theory*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag.
- [9] **Doyle, J. C., Francis, B. A., Tannenbaum, A. R.**, (2013). *Feedback Control Theory*, New York, Dover Publications.
- [10] **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C.**, (2018). Robust Autopilot Design Based on a Disturbance/Uncertainty/Coupling Estimator, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1–8. DOI: 10 . 1109 / TCST . 2018 . 2859179.
- [11] **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C., Efe, M. Ö.**, (2018). Disturbance/Uncertainty Estimator Based Robust Control of Nonminimum Phase Systems, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23(4), 1941–1951. DOI: 10.1109/TMECH.2018.2835658.

- [12] **Kürkcü, B., Kasnaçoğlu, C.**, (2018). Robust Temperature Control of a Thermoelectric Cooler via μ -Synthesis, *Journal of Electronic Materials*, 47(8), 4421–4429. DOI: 10.1007/s11664-018-6104-1.
- [13] **Zinober, A. S. I.**, (1990). *Deterministic Control of Uncertain Systems*, United Kingdom Stevenage, The Institution of Engineering and Technology.
- [14] **Emel'yanov, S. V.**, (1957). Method of designing complex control algorithms using an error and its first time-derivative only, *Automation and Remote Control*, 18(10), 1.
- [15] **Emel'yanov, S. V., Burovoi, I. A.**, (1964). Mathematical models of process in technology and development of variable structure control system, *Metallurgy*, 18(07).
- [16] **Utkin, V.**, (1977). Survey paper variable structure systems with sliding modes, *IEEE Transactions on Automatic control*, 22(2), 212–222.
- [17] **Itkis, U.**, (1976). *Control Systems of Variable Structure*, New York, Halsted Press.
- [18] **Utkin, V., Shi, J.**, (1996). Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions, *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, December 13th.
- [19] **Castaños, F., Fridman, L.**, (2006). Analysis and design of integral sliding manifolds for systems with unmatched perturbations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(5), 853–858.
- [20] **Bartoszewicz, A.**, (1996). Time-varying sliding modes for second-order systems, *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 143(5), 455–462.
- [21] **Choi, S.-B., Park, D.-W., Jayasuriya, S.**, (1994). A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems, *Automatica*, 30(5), 899–904.
- [22] **Corradini, M. L., Orlando, G.**, (2007). Linear unstable plants with saturating actuators: robust stabilization by a time varying sliding surface, *Automatica*, 43(1), 88–94.
- [23] **Sun, W., Gao, H., Kaynak, O.**, (2015). Vibration isolation for active suspensions with performance constraints and actuator saturation, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(2), 675–683.
- [24] **Chiang, H.-H., Hsu, K.-C., Li, I.-H.**, (2015). Optimized adaptive motion control through an SoPC implementation for linear induction motor drives, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(1), 348–360.
- [25] **Sun, W., Gao, H., Kaynak, O.**, (2013). Adaptive Backstepping Control for Active Suspension Systems With Hard Constraints, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(3), 1072–1079.

- [26] **Zheng, J., Wang, H., Man, Z., Jin, J., Fu, M.,** (2015). Robust Motion Control of a Linear Motor Positioner Using Fast Nonsingular Terminal Sliding Mode, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(4), 1743–1752. DOI: 10.1109/TMECH.2014.2352647.
- [27] **Güvenç, B. A., Güvenç, L., Karaman, S.,** (2010). Robust MIMO disturbance observer analysis and design with application to active car steering, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20(8), 873–891.
- [28] **Yang, J., Chen, W.-H., Li, S.,** (2011). Non-linear disturbance observer-based robust control for systems with mismatched disturbances/uncertainties, *IET Control Theory & Applications*, 5(18), 2053–2062.
- [29] **Sariyildiz, E., Ohnishi, K.,** (2014). A guide to design disturbance observer, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 136(2), 021011.
- [30] **Xie, L.-L., Guo, L.,** (2000). How much uncertainty can be dealt with by feedback?, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(12), 2203–2217.
- [31] **Gao, Z.,** (2014). On the centrality of disturbance rejection in automatic control, *ISA transactions*, 53(4), 850–857.
- [32] **Li, S., Yang, J., Chen, W.-H., Chen, X.,** (2014). *Disturbance Observer-Based Control: Methods and Applications*, New York, CRC Press.
- [33] **Hamzaçebi, H., Morgül, Ö.,** (2017). On the periodic gait stability of a multi-actuated spring-mass hopper model via partial feedback linearization, *Nonlinear Dynamics*, 88(2), 1237–1256. DOI: 10.1007/s11071-016-3307-y.
- [34] **Hamzaçebi, H., Morgül, Ö.,** (2015). Enlarging the region of stability using the torque-enhanced active SLIP model, *2015 International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, İstanbul, Turkey, July 27–31. DOI: 10.1109/ICAR.2015.7251478.
- [35] **Ohishi, K., Nakao, M., Ohnishi, K., Miyachi, K.,** (1987). Microprocessor-controlled DC motor for load-insensitive position servo system, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, (1), 44–49.
- [36] **Han, J.,** (2009). From PID to active disturbance rejection control, *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 56(3), 900–906.
- [37] **Guo, L., Cao, S.,** (2014). Anti-disturbance control theory for systems with multiple disturbances: A survey, *ISA transactions*, 53(4), 846–849.
- [38] **Kürkcü, B., Kasnakoğlu, C., Efe, M. Ö.,** (2018). Disturbance/Uncertainty Estimator Based Integral Sliding-Mode Control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 63(11), 3940–3947. DOI: 10.1109/TAC.2018.2808440.

- [39] **Chen, W.-H., Yang, J., Guo, L., Li, S.,** (2016). Disturbance-observer-based control and related methods—An overview, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(2), 1083–1095.
- [40] **Johnson, C.,** (2008). Real-time disturbance-observers; origin and evolution of the idea part 1: The early years, *40th Southeastern Symposium on System Theory (SSST)*, New Orleans, LA, USA, March 16–18.
- [41] **Johnson, C.,** (1968). Optimal control of the linear regulator with constant disturbances, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13(4), 416–421.
- [42] **Johnson, C.,** (1971). Accomodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems, *IEEE Transactions on automatic control*, 16(6), 635–644.
- [43] **Kwon, S., Chung, W. K.,** (2003). A discrete-time design and analysis of perturbation observer for motion control applications, *IEEE Transactions on control systems technology*, 11(3), 399–407.
- [44] **She, J.-H., Fang, M., Ohyama, Y., Hashimoto, H., Wu, M.,** (2008). Improving disturbance-rejection performance based on an equivalent-input-disturbance approach, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(1), 380–389.
- [45] **She, J.-H., Xin, X., Pan, Y.,** (2011). Equivalent-input-disturbance approach—Analysis and application to disturbance rejection in dual-stage feed drive control system, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 16(2), 330–340.
- [46] **Han, J.,** (1995). A class of extended state observers for uncertain systems, *Control and decision*, 10(1), 85–88.
- [47] **Gao, Z., Huang, Y., Han, J.,** (2001). An alternative paradigm for control system design, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, FL, USA, December 4–7.
- [48] **Zhong, Q.-C., Kuperman, A., Stobart, R.,** (2011). Design of UDE-based controllers from their two-degree-of-freedom nature, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 21(17), 1994–2008.
- [49] **Chen, W.-H., Ballance, D. J., Gawthrop, P. J., O'Reilly, J.,** (2000). A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47(4), 932–938.
- [50] **Umeno, T., Kaneko, T., Hori, Y.,** (1993). Robust servosystem design with two degrees of freedom and its application to novel motion control of robot manipulators, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(5), 473–485.
- [51] **Umeno, T., Hori, Y.,** (1991). Robust speed control of DC servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design, *IEEE Transactions on industrial electronics*, 38(5), 363–368.

- [52] **Sira-Ramirez, H., Oliver-Salazar, M. A.**, (2013). On the robust control of buck-converter DC-motor combinations, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(8), 3912–3922.
- [53] **Ohishi, K., Ohnishi, K., Miyachi, K.**, (1983). Torque-speed regulation of DC motor based on load torque estimation, *IEEJ International Power Electronics Conference*, Tokyo, Japan, March.
- [54] **Yang, J., Chen, W.-H., Li, S., Guo, L., Yan, Y.**, (2017). Disturbance/uncertainty estimation and attenuation techniques in PMSM drives — a survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(4), 3273–3285.
- [55] **Shim, H., Jo, N. H.**, (2009). An almost necessary and sufficient condition for robust stability of closed-loop systems with disturbance observer, *Automatica*, 45(1), 296–299. DOI: 10.1016/j.automatica.2008.10.009.
- [56] **Sinha, P. K., Pechev, A. N.**, (1999). Model reference adaptive control of a maglev system with stable maximum descent criterion, *Automatica*, 35(8), 1457–1465.
- [57] **Takahashi, I., Ide, Y.**, (1993). Decoupling control of thrust and attractive force of a LIM using a space vector control inverter, *IEEE transactions on industry applications*, 29(1), 161–167.
- [58] **Oh, Y., Chung, W. K.**, (1999). Disturbance-observer-based motion control of redundant manipulators using inertially decoupled dynamics, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 4(2), 133–146.
- [59] **Yang, J., Zheng, W. X., Li, S., Wu, B., Cheng, M.**, (2015). Design of a prediction-accuracy-enhanced continuous-time MPC for disturbed systems via a disturbance observer, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(9), 5807–5816.
- [60] **Huang, Y., Messner, W.**, (1998). A novel disturbance observer design for magnetic hard drive servo system with a rotary actuator, *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(4), 1892–1894.
- [61] **Yang, J., Li, S., Chen, X., Li, Q.**, (2011). Disturbance rejection of dead-time processes using disturbance observer and model predictive control, *Chemical Engineering Research and Design*, 89(2), 125–135.
- [62] **Chen, X., Li, J., Yang, J., Li, S.**, (2013). A disturbance observer enhanced composite cascade control with experimental studies, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 11(3), 555–562. DOI: 10.1007/s12555-012-9210-5.
- [63] **Li, K., Li, D., Xi, Y., Yin, D.**, (2014). Model Predictive Control with Feedforward Strategy for Gas Collectors of Coke Ovens, *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 22(7), 769–773. DOI: 10.1016/j.cjche.2014.05.013.

- [64] **Zheng, Q., Gao, Z.**, (2012). An energy saving, factory-validated disturbance decoupling control design for extrusion processes, *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Beijing, China, July 6–8. DOI: 10.1109/WCICA.2012.6358364.
- [65] **Chen, X., Yang, J., Li, S., Li, Q.**, (2009). Disturbance observer based multi-variable control of ball mill grinding circuits, *Journal of Process Control*, 19(7), 1205–1213. DOI: 10.1016/j.jprocont.2009.02.004.
- [66] **Zhou, P., Dai, W., Chai, T.**, (2014). Multivariable Disturbance Observer Based Advanced Feedback Control Design and Its Application to a Grinding Circuit, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(4), 1474–1485. DOI: 10.1109/TCST.2013.2283239.
- [67] **Chen, W.-H.**, (2003). Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(1), 161–166.
- [68] **Yang, J., Chen, W.-H., Li, S.**, (2012). Robust autopilot design of uncertain bank-to-turn missiles using state-space disturbance observers, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 226(1), 97–107.
- [69] **Li, S., Yang, J.**, (2013). Robust autopilot design for bank-to-turn missiles using disturbance observers, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 49(1), 558–579.
- [70] **Yang, J., Li, S., Sun, C., Guo, L.**, (2013). Nonlinear-disturbance-observer-based robust flight control for airbreathing hypersonic vehicles, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 49(2), 1263–1275. DOI: 10.1109/TAES.2013.6494412.
- [71] **Addington, S. I., Johnson, C. D.**, (1995). Dual-mode disturbance-accommodating pointing controller for Hubble Space Telescope, *Journal of Guidance Control Dynamics*, 18, 200–207. DOI: 10.2514/3.21370.
- [72] **Kürkçü, B.**, (2015). *İki eksenli hassas gimbal stabilizasyonu için bozucu-etki gözleyicisi ile güçlendirilmiş LQG/LTR kontrol sistemi tasarımı* (yüksek lisans tezi), TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara.
- [73] **Liu, H., Guo, L., Zhang, Y.**, (2012). An anti-disturbance PD control scheme for attitude control and stabilization of flexible spacecrafts, *Nonlinear Dynamics*, 67(3), 2081–2088. DOI: 10.1007/s11071-011-0130-3.
- [74] **Yang, J., Li, S., Yu, X.**, (2013). Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(1), 160–169.
- [75] **Liu, R.-J., Wu, M., Liu, G.-P., She, J., Thomas, C.**, (2013). Active disturbance rejection control based on an improved equivalent-input-disturbance approach, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(4), 1410–1413.

- [76] **Levine, W. S.**, (2011). *The Control Handbook*, New York, CRC Press.
- [77] **Ben-Israel, A., Greville, T. N. E.**, (2003). *Generalized Inverses: Theory and Applications*, New York, Springer-Verlag.
- [78] **Zhou, K., Doyle, J. C.**, (1998). *Essentials of Robust Control*, New Jersey, Prentice-Hall.
- [79] **Skogestad, S., Postlethwaite, I.**, (2005). *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, New York, Wiley.
- [80] **Nelson, R. C.**, (1998). *Flight Stability and Automatic Control*, New York, WCB/McGraw Hill.
- [81] **Etkin, B., Reid, L. D.**, (1996). *Dynamics of Flight: Stability and Control*, New York, Wiley.
- [82] **Gill, S. J., Lowenberg, M. H., Neild, S. A., Crespo, L. G., Krauskopf, B., Puyou, G.**, (2015). Nonlinear Dynamics of Aircraft Controller Characteristics Outside the Standard Flight Envelope, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 38(12), 2301–2308.
- [83] **Kasnakoğlu, C.**, (2016). Investigation of Multi-Input Multi-Output Robust Control Methods to Handle Parametric Uncertainties in Autopilot Design, *PloS one*, 11(10), e0165017.
- [84] **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C.**, (2015). LQG/LTR position control of an BLDC motor with experimental validation, *9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, Turkey, November 26–28. DOI: 10.1109/ELECO.2015.7394601.
- [85] **Gopalswamy, S., Karl Hedrick, J.**, (1993). Tracking nonlinear non-minimum phase systems using sliding control, *International Journal of Control*, 57(5), 1141–1158.
- [86] **Shen, Y., Qiu, Y.-y.**, (2015). On multiple limit cycles in sliding-mode control systems via a generalized describing function approach, *Nonlinear Dynamics*, 82(1-2), 819–834.
- [87] **Slotine, J.-J. E., Li, W.**, (1991). *Applied Nonlinear Control*, New Jersey, Prentice-Hall.
- [88] **Van Overschee, P., De Moor, B.**, (1994). N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems, *Automatica*, 30(1), 75–93.
- [89] **Wang, L., Su, J.**, (2015). Disturbance rejection control for non-minimum phase systems with optimal disturbance observer, *ISA Transactions*, 57, 1–9.
- [90] **Akyürek, Ş., Kürkçü, B., Kaynak, Ü., Kasnakoğlu, C.**, (2016). Control Loss Recovery Autopilot Design for Fixed-Wing Aircraft, *IFAC-PapersOnLine*, 49(9), 117–123. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.07.509.

- [91] **Akyürek, Ş., Özden, G. S., Kürkçü, B., Kaynak, Ü., Kasnaoğlu, C.,** (2015). Design of a flight stabilizer for fixed-wing aircrafts using H_{∞} loop shaping method, *9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, Turkey, November 26–28. DOI: 10.1109/ELECO.2015.7394579.
- [92] **Rauw, M. O.,** (2001). *FDC 1.2 - A Simulink Toolbox for Flight Dynamics and Control Analysis*, Haarlem, The Netherlands.
- [93] **Edwards, C., Spurgeon, S. K., Patton, R. J.,** (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation, *Automatica*, 36(4), 541–553.
- [94] **Sun, L., Li, D., Zhong, Q.-C., Lee, K. Y.,** (2016). Control of a Class of Industrial Processes With Time Delay Based on a Modified Uncertainty and Disturbance Estimator, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(11), 7018–7028.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Burak KÜRKCÜ
Uyruğu : T.C.
Doğum Tarihi ve Yeri : 19.06.1987 Amasya
E-posta : kurkcub@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü
- **Yüksek Lisans** : 2015, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
- **Doktora** : 2019, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

Yıl	Yer	Görev
2011-	ASELSAN A.Ş	Kontrol Sistemleri Tasarım Mühendisi
2013-2015	TOBB ETU	Araştırma Burslu Yüksek Lisans Öğrencisi
2015-2019	TOBB ETU	Araştırma Burslu Doktora Öğrencisi

YABANCI DİL: İngilizce

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Akyurek, S., Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C., Kaynak, Ü.**, (2016). Control Loss Recovery Autopilot Design for Fixed-Wing Aircraft, *IFAC Papers Online*, 49(9), 117–123.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C.**, (2018). Robust autopilot design based on a disturbance/uncertainty/coupling estimator, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 99, 1–8.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C., Efe M. Ö.**, (2018). Disturbance/uncertainty estimator based robust control of nonminimum phase systems, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23(4), 1941–1951.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C., Efe M. Ö.**, (2018). Disturbance/uncertainty estimator based integral sliding-mode control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 63(11), 3940–3947.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C.**, (2018). Robust temperature control of a thermoelectric cooler via μ -synthesis, *Journal of Electronic Materials*, 47(8), 4421–4429.

DiĞER YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Kürkçü, B., Çelik, M., Çetin, S., Özsoy, İ.**, (2013). Modelling, Simulation and Application of a Brushless DC Motor for a Guided System., *TOK Automatic Control National Committee Meeting*, Malatya, Turkey.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C., Çetin, S.**, (2014). Optimal State-Space Control of a Brushless DC Motor., *TOK Automatic Control National Committee Meeting*, Kocaeli, Turkey.
- **Akyürek, Ş., Özden, G. S., Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C., Kaynak, Ü.**, (2015). Design of a flight stabilizer for fixed wing aircrafts using H_∞ loop shaping method., *9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, Turkey.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C.**, (2015). Estimation of Unknown Disturbances in Gimbal Systems, *Applied Mechanics and Materials*, 789–790, 951–956.
- **Kürkçü, B., Kasnakoğlu, C.**, (2015). LQG/LTR position control of a BLDC motor with experimental validation., *9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, Turkey.

- **Buyüksarıkulak, M. S., Kürkçü, B., Karakurt, M.,** (2016). Effects of Different Disturbance Sources on Stabilization Performance for Two Axis Gimbal Systems., *TOK Automatic Control National Committee Meeting*, Eskişehir, Turkey.
- **Kuzucu, A., Bayraktarođlu, Z., Y., Kürkçü, B., Meriç, V.,** (2019). Propulsion by Undulatory Motion., *National Mechanics Congress*, Kayseri, Turkey.

