

İKİ SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE
SATICISI PROBLEMİNDE SİPARİŞ PARTİ BÜYÜKLÜĞÜNÜN
BELİRLENMESİ

GİZEM SULTAN NEMUTLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞUSTOS 2013

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Necip CAMUŐCU
Müdü

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığı onaylarım.

Prof. Dr. Tahir HANALIOĞLU
Anabilim Dalı Başkanı

GİZEM SULTAN NEMUTLU tarafından hazırlanan İKİ SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE SATICISI PROBLEMİNDE SİPARİŞ PARTİ BÜYÜKLÜĞÜNÜN BELİRLENMESİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd.Doç.Dr.Berrin AYTAÇ
Tez Danışmanı

Doç. Dr. Kadir ERTOĞRAL
Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Serpil EROL

Üye : Yrd.Doç.Dr.Berrin AYTAÇ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Salih TEKİN

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Gizem Sultan NEMUTLU

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri
Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği
Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr.Berrin AYTAÇ
2.Tez Danışmanı : Doç.Dr.Kadir ERTOĞRAL
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans – Ağustos 2013

Gizem Sultan NEMUTLU

İKİ SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE SATICISI PROBLEMİNDE SİPARİŞ PARTİ BÜYÜKLÜĞÜNÜN BELİRLENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, tek alıcı ve tek satıcının bulunduğu, tek periyotluk sistemde; sezonsal ürünlerin satışında gerçekleşen rassal talebi karşılamak için sezon başında verilecek ve risk nötral alıcının beklenen kârını enbüyükleyecek sipariş miktarının belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Literatürde, Gazete Satıcısı Problemi kapsamında ele alınan problemde, gerçekleşen talep sezon başında verilen sipariş ile karşılanamadığında yok satma maliyetine ya da aksi durumda sezon içerisinde satılamayan ürünler için elde kalma maliyetine katlanıldığı varsayılmaktadır. Yapılan çalışmada belirtilen maliyetlere ek olarak taşıma maliyetinin de beklenen kârı etkilediği göz önünde bulundurulmuş ve bu maliyet için tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısı kullanılmıştır. Ek olarak, sezon içerisinde karşılanamayan talebin ertelenerek, sezon sonunda verilecek ikinci bir sipariş ile karşılanabileceği dikkate alınmıştır. İkinci sipariş seçeneğinin kârlı bulunduğu ve bu sipariş için daha yüksek taşıma maliyetine ve talebi erteleme maliyetini de içeren satın alma maliyetine katlanıldığı varsayılmıştır. Bu kapsamda, alıcının beklenen kârını farklı talep dağılımları ve ikinci siparişin büyüklüğü üzerine yapılan farklı varsayımlar altında enbüyükleyen sipariş miktarını belirlemede kullanılacak algoritmalar geliştirilmiş ve çözümlerin parametre değişimlerine göre duyarlılıkları analiz edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Gazete Satıcısı Problemi, Taşıma maliyeti, İkinci sipariş seçeneği.

University : TOBB University of Economics and Technology
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Industrial Engineering
Supervisor : Asst.Prof.Berrin AYTAÇ
Co-Supervisor : Assoc.Prof.Kadir ERTOĞRAL
Degree Awarded and Date : M.Sc. – AUGUST 2013

Gizem Sultan NEMUTLU

**DETERMINING ORDER SIZE IN THE NEWSVENDOR
PROBLEM WITH A SECOND ORDER OPTION AND
TRANSPORTATION COSTS**

ABSTRACT

In this study, we consider a single period problem, where seasonal products can sold by a supplier to a risk-neutral buyer. The demand exists in the system is stochastic and the objective is to maximize expected profit of the buyer. Since the demand met by order given by the buyer at the beginning of the season and is stochastic, there may be a back-ordering or shortage cost for the difference between the actual demand and the order quantity. In real world, there may be freight cost affecting the expected profit. For our problem, we consider a truck load freight cost structure. In addition to these, we assumed that there is a second order option at the end of the season for the demand which is not met by the first order quantity. For the second order, it is assumed that the buyer accepts a higher transportation cost and ordering cost which includes back-ordering cost. Therefore the second order is used only if it is profitable. In this manner, some algorithms for different cases of the problems are developed in order to maximize the expected profit of the risk-neutral buyer. Besides, a sensitivity analysis is made for the system parameters.

Keywords: Newsvendor problem, Freight cost, Second order option, Seasonal Product.

TEŐEKKÜR

Bu alıőmam sűresince bana tecrűbeleri ile yol gűsteren ve mevcut durumları farklı deęerlendirebilme ve yorumlama yetisini kazandıran deęerli tez danıőmanım Doç.Dr.Kadir ERTOĐRAL'a, her aőamada benden desteęini esirgemeyen, űzverisi ve sabrı ile beni yűnlendiren deęerli tez danıőmanım Yrd.Doç.Dr.Berrin AYTAÇ'a, tezimi okuyarak bana tavsiyeler veren Yrd.Doç.Dr.Salih TEKİN'e ve Prof.Dr.Serpil EROL'a, akademik çalıőmalarımın bir sonraki adımımda çok deęerli imkanlara sahip olmamda bana destek veren Yrd.Doç.Dr.Hakan GŪLTEKİN'e, bugűne kadar benden desteęini esirgemeyerek hep yanımda olan Selvinaz ve Vedat ÇOŐKUN'a, aileme, niőanlıma ve arkadaőlarıma teőekkűrű bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

1 GİRİŞ	1
2 LİTERATÜR	5
2.1 Klasik Gazete Satıcısı Problemi	6
2.2 Taşıma maliyetli gazete satıcısı problemi	8
2.3 İki Sipariş Verme Seçenekli Gazete Satıcısı Problemi	10
2.4 Özet	13
3 PROBLEM KAPSAMI	14
3.1 Klasik Gazete Satıcısı Problemi	14
3.2 Tam Dolu Konteynır Tipi Taşıma Maliyeti	17
3.3 Modeller ve Varsayımları	18
4 TEK SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE SATICISI PROBLEMİ	20
5 İKİ SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE SATICISI PROBLEMİ	28
5.1 Limitsiz İkinci Sipariş	31
5.2 Tek Konteynır Limitli İkinci Sipariş	41
5.3 m Konteynır Limitli İkinci Sipariş	50
5.3.1 Sezgisel Yöntem	54
6 DENEYSEL ÇALIŞMALAR	58
6.1 Normal Dağılımlı Talep	59
6.1.1 Beklenen Kâr Analizi	59
6.1.2 Duyarlılık Analizi	62

6.2	Düzgün Dağılımlı Talep	70
6.2.1	Beklenen Kâr Analizi	71
6.2.2	Duyarlılık Analizi	72
7	DEĞERLENDİRME VE SONUÇLAR	76
	KAYNAKLAR	80
	ÖZGEÇMİŞ	83

1. GİRİŞ

Sezonsal ürünlerin satışı birçok endüstride ve üründe karşımıza çıkmaktadır. Sezonsal ürünler, kısa ürün ömür döngüsüne sahiptir ve genellikle moda ürünleri ya da dayanıksız tüketim ürünleri olarak düşünülebilir. Perakendecilerin ve üreticilerin bu tür ürünlerin satışında karşılaştığı temel problemlerden birisi sezonsal talep altında sipariş ya da üretim miktarlarının nasıl belirleneceğidir. Bu karar verilirken belirleyici etkenler perakendeci ya da üreticiler için yok satılan ve elde kalan malların maliyetidir. Sezonsal ürünlerin satışı belirli bir satış dönemi boyunca gerçekleşir. Dönem içerisinde eldeki ürün miktarının yetersiz kalması nedeni ile karşılanamayan talep dönem sonunda karşılanmak üzere belirli bir maliyete katlanarak ertelenebilir ya da satış kaybedilir. Bu durumda *yok satma maliyeti* olarak tanımlanan, gerçekleşen talebin karşılanamaması nedeni ile oluşan maliyete katlanılır. Belirtildiği üzere sezonsal ürünler ürün ömür döngüleri kısa olan ürünlerdir. Başka bir deyişle bu tür ürünler satış dönemi sonunda sonraki dönemlerde satılmak üzere stoklanamaz, genellikle alış fiyatından daha düşük bir fiyata sezon sonunda elden çıkarılır ya da belirli bir maliyete katlanılarak imha edilir. Bu durumda, yani sezonsal ürünlere gerçekleşen talebin beklenenden az olması ve elde ürün kalması durumunda *elde kalma maliyeti* olarak ifade edilen maliyete katlanılır.

Sezonsallığın ihmal edildiği problemlerde, elde kalan ürünlerin ya da karşılanamayan talebin bir satış sezonundan diğerine aktarılabilirdiği varsayımı yapılmaktayken, literatürde 1980'lerin sonlarından itibaren bu varsayımların geçerli olmadığı durumları içeren çalışmalar yer almaktadır ([1]). Elde kalma ve yok satma durumlarını göz önünde bulundurarak sezonsal ürünler için satış dönemi içerisinde gerçekleşecek rassal talebi karşılamak ve beklenen en yüksek kazancı

elde etmek için gerekli sipariş miktarının belirlenmesi problemi, literatürde "*Gazete Satıcısı Problemi*" olarak tanımlanmaktadır. Ürün ömür döngülerinin gün geçtikçe kısılmasıyla bu problemin önemi artmaktadır ve gazete satıcısı problemi literatürde geniş yer bulmaktadır.

Gazete satıcısı problemi tek alıcı ve tek satıcın bulunduğu tek periyotluk sistemde dönem başında, henüz talep gözlemlenmemişken, önceki dönemlerde talebe ilişkin elde edilen bilgilere dayanarak belirlenen rassal talebi karşılamak için gerekli optimal sipariş miktarının belirlenmesi problemidir. Bu problem, çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde *klasik problem* olarak adlandırılacaktır. Belirtildiği üzere, dönem içerisinde gerçekleşen talep ve dönem başında belirlenmiş olan sipariş miktarı arasındaki büyüklük ilişkisine göre iki farklı durumda karşılaşılabılır: talebin sipariş miktarından daha büyük olması durumunda talebin karşılanamaması ya da tersi durumda elde ürün kalması. Alıcı dönem sonunda yok satma ya da elde kalma maliyetlerinden birine katlanır.

Elde kalma ve yok satma maliyetlerinin yanı sıra, gerçek hayat problemlerinde sıkça karşılaşılan bir diğer önemli maliyet ise taşıma maliyetidir. Taşıma maliyeti, toplam lojistik maliyetleri içerisinde önemli paya sahiptir ve genelde taşıma birim maliyetlerinde taşınan miktarla yapılan indirim nedeniyle azalmaktadır. Taşıma maliyeti üzerine literatürde iki genel tanımlama yapılmıştır: birim parsiyel taşıma maliyeti (Less than container load: LCL) ve tam dolu konteynır taşıma maliyeti (Full container load, FCL). LCL, doğrudan sipariş miktarına bağlıdır ve konteynır kiralama maliyeti kullanılarak hesaplanan birim başına taşıma maliyetidir. Başka bir deyişle, birim konteynır kiralama maliyeti konteynır kapasitesine bölünerek bir birim için taşıma maliyeti hesaplanmaktadır. Bu taşıma türü genellikle az miktardaki (75-5000 kg.) siparişlerin uluslar arası taşınmasında kullanılır. Taşınan ürün miktarı az olduğundan, konteynır kapasitesi farklı alıcıların siparişleri ile doldurulabilmekte ve taşıma süresi boyunca farklı alıcılara hizmet sağlanabilmektedir. FCL ise genellikle sipariş miktarı fazla olduğu (>5000 kg.) ve konteynır kapasitesinin tamamının tek bir alıcı tarafından kullanıldığı durumda tercih edilmektedir. Bu taşıma türünde, siparişin alındığı andan teslim edildiği ana kadar aynı konteynır kullanılmaktadır. Verilen sipariş tam dolu konteynır kapasitesinden az olsa bile konteynır başına maliyet sabittir.

Başka bir deyişle taşıma maliyeti, verilen sipariş miktarına konteynır sayısı itibariyle bağılıdır. Bu nedenle, alıcı genellikle siparişlerini birleştirerek konteynır kapasitesini etkili kullanmaya eğilimlidir. Yapılan çalışmada, taşıma maliyetinin toplam kârı etkileyen unsurlardan biri olduğu ve tam dolu konteynır tipi taşıma maliyeti (FCL) ile ifade edileceği varsayılmaktadır.

Belirtildiği üzere, sezonsal ürünlerin satışından elde edilecek kârı etkileyen en önemli iki unsur elde ürün kalması ve talebin karşılanamamasıdır. Küreselleşen tedarik ve lojistik imkanları sayesinde firmalar artık hem yok satma hem de elde kalma maliyetini azaltma imkanlarına daha rahat erişmektedirler. Yok satma maliyetini azaltmada sıkça kullanılan bir seçenek sezon başındaki siparişin ardından, sezon içerisinde talep yapısı daha belirgin hale geldiğinde ikinci bir sipariş vermektir. Diğer bir seçenek ise ertelenen talebin sezon sonunda ikinci bir sipariş verilerek karşılanmasıdır. Pratikte sıklıkla oluşan ikinci sipariş senaryosu literatürde nispeten az sayıda çalışmaya konu olmaktadır. Yapılan çalışmada, ikinci sipariş seçeneğinin beklenen en yüksek kârı sağlayacak ilk sipariş miktarı üzerine etkisi incelenmekte ve ikinci sipariş seçeneğinin dönem içerisinde ilk sipariş miktarının yetersiz olması nedeni ile ertelenen talebi karşılamak üzere kullanıldığı varsayılmaktadır.

Özetle bu çalışma, ürün ömür döngülerinin kısalmasıyla önemi gün geçtikçe artan ve literatürde geniş yer bulan gazete satıcısı probleminden yola çıkarak, ikinci bir sipariş seçeneğinin bulunduğu ve taşıma maliyetinin toplam maliyetler içerisinde yer aldığı durumda risk nötral alıcının rassal talep altında toplam beklenen sezonluk kârını en büyükleyen ilk sipariş miktarının belirlenmesini hedeflemektedir.

Tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısı ve sezon içerisinde ertelenen talebi karşılamak üzere kullanılan ikinci bir sipariş seçeneği göz önünde bulundurularak problem incelendiğinde, sonraki bölümlerde detaylı bir şekilde yer verilecek olan farklı varsayımlar altında farklı modellerin oluşabileceği görülmektedir. Yapılan çalışma kapsamında, öncelikle literatürde de yer alan, tek sipariş seçeneğinin bulunduğu gazete satıcısı probleminde tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetini göz önünde bulunduran model incelenmektedir (Model 1). İkinci sipariş seçeneğini ve taşıma maliyetini birlikte ele alan modeller Model 2 başlığı

altında yer almaktadır. İkinci sipariş için kullanılan konteynır kapasitesine ve sayısına göre Model 2 üç farklı durum altında incelenmektedir: (1) İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği durum, (2) Kapasitesi belirli tek bir konteynırla taşınabildiği durum, (3) kapasitesi belirli birden fazla konteynır ile taşınabildiği durum.

Tez çalışması, 7 bölümden oluşmaktadır. Takip eden bölümde, klasik gazete satıcısı problemine ve farklı uzantılarından oluşan problemlere, taşıma maliyetini içeren problemlere, ve gazete satıcısı problemi için ikinci bir sipariş seçeneğinin bulunduğu problemlere ilişkin literatür çalışmasına yer verilmektedir. Bölüm 3 ise problem kapsamını içermektedir. Bölüm 4 ve 5 sırası ile Model 1 ve 2 için problem tanımları ve çözüm prosedürlerini içermektedir. Bu bölümde ayrıca, rassal talep altında toplam kârın en büyüklenmesi problemleri için önem teşkil eden beklenen kâr fonksiyonlarının analizleri, içbükeylik analizleri, yer almakta ve bu analizlerden yararlanarak problem yapıları detaylı bir şekilde ifade edilmektedir. Bölüm 6'da, her bir model için örnek problem çözümleri ve farklı parametre değerleri için gerçekleştirilmiş sayısal analizler sunulmaktadır. Son bölümde ise, yapılan çalışma için değerlendirme ve sonuçlarla birlikte gelecekte yapılabilecek olası çalışmalara yer verilmektedir.

2. LİTERATÜR

Kısa ürün ömür döngüsüne sahip ürünleri ele alan çalışmalar 1800'lü yılların sonlarında literatürde yer almaya başlamış ve bu alanda bir çok çalışma ortaya konulmuştur. *Gazete Satıcısı Problemi (GSP)* olarak adlandırılan bu çalışmalar başlangıçta sadece talebin rassal olduğu durum için ele alınmış ve beklenen kârı etkileyen maliyetlerin sadece yok satma ve elde kalma maliyetleri olduğu varsayılmıştır. Üretim teknolojilerindeki gelişmelere bağlı olarak ürün ömür döngüleri günden güne azaldığından problemin önemi de artmıştır. Bu nedenle problem, gerçek hayatta oluşacak farklı durumlar göz önünde bulundurularak çok sayıda çalışmaya konu olmuştur.

Küreselleşen üretim sektörü, üretimin deniz aşırı ülkelerde daha düşük maliyetle gerçekleştirilip ürünlerin tedarik edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu gelişme toplam lojistik maliyetlerini önemli ölçüde etkilediğinden, taşıma maliyetinin beklenen kâr üzerindeki etkisi de önem kazanmıştır. Bu sebeple literatürde taşıma maliyetini içeren problemlere de yer verilmektedir. Öte yandan, çoğu durumda alıcılar yok satma ve elde kalma maliyetlerini azaltmak için farklı seçeneklere sahiptirler. Bu seçeneklerden bazıları; dönem içerisinde talebin ertelenerek dönem sonunda karşılanması ya da dönem içerisinde belirsizliğin azaldığı anda ikinci bir sipariş ile rassal talebin karşılanmasıdır. Gerçek hayat problemlerini önemli ölçüde yansıtmaları sebebi ile taşıma maliyetini ve ikinci sipariş seçeneğini içeren problemler envanter sistemleri alanında önemli araştırma alanlarından biri haline gelmiştir.

Bu çalışmada ele alınan iki sipariş seçenekli ve taşıma maliyetli gazete satıcısı problemi için literatür araştırması bu alanda yapılan çalışmalara göre üç başlık altında toplanmıştır. İlk başlıkta, gazete satıcısı probleminin ele alındığı farklı

problemler belirtilmiş, sonraki iki başlıkta ise problemin içerdiği özel durumlara, sırasıyla taşıma maliyetini ve ikinci sipariş seçeneğini, içeren çalışmalara yer verilmiştir.

2.1 Klasik Gazete Satıcısı Problemi

Tek satış periyotlu sezonsal ürünler için rassal talep altında dönem başındaki sipariş ya da üretim miktarının belirlenmesini hedefleyen tek sipariş seçenekli gazeteci çocuk problemi ilk olarak Edgeworth [1] tarafından ele alınan sonrasında ise yayınlanmış çok sayıda çalışma ile literatürde sıklıkla rastlanan bir konudur. Satış sezonu sonunda elde satılamayan ürün kalması durumunda ürünlerin belirli bir indirimle elden çıkarılması ya da elde kalması, karşılanamayan talep olması durumunda ise yok satma maliyetine katlanması verilecek sipariş miktarının önemini arttırmaktadır. Problem farklı amaç fonksiyonları için ele alınmıştır: beklenen maliyeti enküçükleme, beklenen kârı enbüyükleme, hedeflenmiş bir gelir seviyesine ulaşma olasılığını enbüyükleme. Yapılan çalışmada ise temel olarak beklenen kârın enbüyüklenmesi hedeflenmektedir.

Khouja [2] yaptığı literatür taraması çalışmasında klasik GSP alanında yapılan çalışmaları 11 ayrı başlık altında açıklamıştır. Bu çalışmada bahsi geçen başlıklar aşağıdaki gibidir.

- Farklı amaç ve fayda fonksiyonları
- Farklı tedarikçi fiyatlandırma prensipleri
- Farklı satış fiyatı prensipleri ve indirim yapıları
- Rasgele getiri
- Talep bilgisinin farklı durumları
- Kısıtlı çok ürünli sistemler
- İkame mallı çok ürünli sistemler
- Çok aşamalı sistemler

- Çoklu yer modelleri
- Satış sezonu için birden çok periyotlu modeller
- Diğer modeller

Beklenen kâr fonksiyonunun tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetinden kaynaklı parçalı yapısına benzerliği sebebi ile bu çalışma ile en çok ilgili olan *Farklı tedarikçi fiyatlandırma prensipleri* başlığıdır. Bu başlık Khouja [2] belirtildiği şekliyle aşağıda belirtilmiştir.

Farklı tedarikçi fiyatlandırma prensipleri: Tedarikçinin miktar indirimi uyguladığı durumda eniyi sipariş miktarının belirlenebilmesi problemi literatürde pek çok kez çalışılmıştır. Jucker ve Rosenblatt [3] 3 farklı indirim tipi üzerinde çalışmışlardır. Bu üç farklı indirim modeli aşağıda belirtilmiştir.

- Tüm birimler için indirim modeli. Tedarikçinin belirlediği belirli sipariş miktarlarında fiyat indirimi uygulanır.
- Artışsal indirim modeli. Sadece belirli bir miktardan sonraki ürünler için indirim uygulanır.
- Araç yükü indirimi. Ürünlerin taşındıkları aracın toplam kapasitesinin belirli oranlarında uygulan ürün taşıma maliyeti için uygulanan indirim modelidir.

Lin ve Kroll [4] yaptıkları çalışmada tüm birimler için indirim ve artışsal indirim modelleri dikkate alınmıştır. Yok satma maliyetinin 0 alındığı modeller için optimal çözümü veren kapalı formda bir çözüm geliştirilmiştir. Ancak, yok satma maliyetinin 0'dan büyük olduğu durumlar için sayısal çözüm yöntemi önerilmiştir.

Khouja [6] tüm birimler için indirim uygulanan GSP üzerinde çalışmıştır. Bu çalışmada amaç fonksiyonunun kâr enbüyüklenmesi olduğu durum için ekonomik sipariş miktarını veren bir algoritma geliştirilmiştir. Khouja [7] fazla envantere satılması için çoklu indirim uygulandığı GSP üzerine çalışmıştır. Bu modelde, alıcı dereceli olarak fiyatta indirim uygulayarak elde kalan ürünlerin satılması sağlanır. Modelde kullanılan indirim fiyatları P_i , $i = 1, 2, \dots, n$ ve $P_i > P_{i+1}$

şeklinde. Modelin iki farklı amaç fonksiyonu altında ekonomik sipariş miktarı için çözümler önerilmiştir.

Weng [5] tedarikçinin satıcı ile işbirliği olduğu GSP modeli üzerinde çalışmışlardır. Burada işbirliğinden kasıt tedarikçinin indirim sunarak, alıcının sipariş miktarı kararını etkilemesidir. İşbirliğinin olduğu model ile işbirliğinin olmadığı modelin optimal sonuçları karşılaştırılmış ve işbirliğinin olduğu modelde tedarikçinin daha fazla ürün tedarik ettiği gösterilmiştir. Sistemdeki ürün artışı tedarikçi ve alıcının beklenen gelirleri önemli ölçüde artmamış olsa da asıl getirinin yok satma maliyeti, kurulum maliyetleri, sipariş ve taşıma maliyetlerindeki azalma ile ortaya çıktığı gösterilmiştir. Böylece işbirliği olan modelin en büyük etkisinin operasyon maliyetlerini düşürerek sistemin beklenen kârının arttığı belirtilmiştir.

2.2 Taşıma maliyetli gazete satıcısı problemi

Taşıma maliyetinin bulunduğu problemlerde, kolay anlaşılır olması ve sağladığı analitik kolaylık sebebi ile genel olarak birim taşıma maliyeti (Less-than-container load *LCL*) kullanılmıştır. Ayrıca taşıma maliyeti bazı durumlarda konteynır kiralama maliyeti (Full-container-load *LCL*) olarak ele alınmıştır. Konteynır kiralama maliyeti uygulanırken, kiralanan her konteynır için sabit bir taşıma maliyeti uygulanır. Aucamp [8] konteynır başına sabit bir taşıma maliyetin bulunduğu ve toplam sipariş miktarından bağımsız olan durum üzerinde çalışmıştır. Lee [9] taşıma maliyetlerinde miktara bağlı bir indirim modeli oluşturmuşlardır.

Bu çalışmaya temel oluşturan, Toptal [10] parçalı taşıma maliyetinin bulunduğu GSP problemini ele almışlardır. Parçalı taşıma maliyeti, konteynır başına taşıma maliyetinin belirli konteynır sayılarında kırılmaya uğrayarak azaldığı taşıma maliyeti olarak tanımlanmıştır. Genel talep dağılımları için ele alınan bu çalışmada optimal sipariş miktarı için hesaplamalı bir çözüm yöntemi önerilmiştir.

Zhang [11], Toptal [10] ile benzer olarak taşıma maliyetinin konteynır kiralama maliyeti olduğu durum için optimal sipariş miktarının ya klasik GSP problemindeki ekonomik sipariş miktarı ya da konteynır kapasitesinin tam katı

olduğunu ispatlamıştır. Çalışmada ayrıca optimal çözümün bulunabilmesi için bir algortima önerilmiştir. Ayrıca bulunan sonuçlar acil tedarik seçeneğinin bulunduğu modeller için de geliştirilmiştir. Zhang [11] acil tedarik seçeneğini içeriyor olması sebebi ile yapılan çalışmaya benzemektedir. Ancak acil tedarik seçeneği için taşıma maliyetinin göz önünde bulundurulmuyor olması problem yapılarını farklı kılmaktadır.

Mendoza ve Ventura [12], konteynır başına taşıma maliyeti ve birim taşıma maliyeti modelleri için tüm birimler için indirim ve artışısal indirim olduğu durumlar için analiz etmiştir. Çalışmada belirtilen indirim yapıları tek aşamalı modeller için kesin çözüm algoritmaları geliştirilmiştir.

Toptal ve Çetinkaya [13], GSP için alıcı ve tedarikçi birliğini ele almışlardır. Bu çalışmada yalnız tedarikçinin ya da hem tedarikçi hem de alıcının tedarikçinin taşıma maliyetine katlandığı modeller incelenmiştir. Çalışma sonucunda optimal sipariş miktarı için amaç fonksiyonun karakteristiği incelenmiştir.

Konur ve Toptal [14], genel talep dağılımları için parçalı taşıma maliyet yapısını da içeren beklenen kârın enbüyüklenmesi problemini ele almıştır. Bu çalışmada, edinme maliyetinin tüm birimler için indirim, ekonomik ölçekli indirim ve negatif ekonomik ölçekli indirim yapılarını içeren hibrit yapı gösterdiği varsayılmıştır. Bu varsayımlar altında beklenen kârı en büyükleyecek optimal sipariş miktarını belirleme algoritması geliştirilmiş ve bu yöntemin tedarikçi seçimi politikasında kullanılabileceği belirtilmiştir.

Bu çalışmada yer verilen tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetinin problem yapısı üzerindeki etkisi miktarsal indirim modelinin etkisi ile benzerdir. Jucker ve Rosenblatt [3], üç farklı miktarsal indirim modeli için problemi ele almıştır: tüm birimler için indirim modeli, artışısal indirim modeli ve araç doluluk oranına göre geliştirilen indirim modeli. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde alıcının sipariş miktarının yok satma maliyeti ile ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Pantumsinchai ve Knowles [15] sipariş miktarının standart ve farklı büyüklükteki konteynır sayılarına ve ilgili taşıma maliyetlerine göre belirlendiği, ilk siparişte belirlenen konteynır büyüklüğünün diğer siparişler için de geçerli olması koşulu ile konteynır büyüklüğü ile orantılı olarak uygulanan indirim modeli için problemi

incelemiştir. Lin ve Kroll [4], hedeflenmiş kazanç seviyesine ulaşma olasılığının belirlenen bir risk seviyesinden az olmama kısıtı altında beklenen kazancı en büyüklenmesini amaçlayan gazeteci çocuk problemi için tüm birimler için indirim modeli ve artışsal indirim modeli olmak üzere iki farklı miktarsal indirim modelini incelemiştir. Yapılan çalışmada yok satma maliyetinin ihmal edildiği durumda kapalı çözüm modeli geliştirilirken, pozitif yok satma maliyeti için sadece sayısal çözümler elde edilmiştir. Qin ve diğerleri [16], tek sipariş seçenekli gazeteci çocuk problemi ile ilgili satış fiyatı, tedarikçinin fiyatlandırmasının ve alıcının risk profilinin etkilerini inceleyen çalışmaları incelemiş ve farklı uzantılarının tedarik zincirine etkilerini araştırmıştır.

2.3 İki Sipariş Verme Seçenekli Gazete Satıcısı Problemi

Sezonsal ürün taleplerindeki belirsizliğin fazla olması, dönem başı siparişini düşük seviyede tutup, dönem başında talebin bir kısmını gözlemledikten sonra ikinci bir sipariş vererek talepteki belirsizliğin etkisinin azaltılması seçeneğini ortaya çıkarmıştır. Literatürde yeniden sipariş verme seçenekli GSP olarak ele alınan model farklı durumlar ve uzantılar için incelenmiştir.

Literatürde iki sipariş seçeneğinin bulunduğu modellerde ikinci sipariş seçeneği iki farklı yaklaşımla ele alınmaktadır; ikinci siparişin dönem içerisinde ertelenen talebi karşılamak için kullanıldığı durum, ikinci siparişin dönemin kalan kısmında gerçekleşecek rassal talebi karşılamak için kullanıldığı durum.

Gallego ve Moon [19], serbest dağılımla ifade edilen toplam talep gözlemlendiğinde karşılanamayan talebin bir kısmının daha yüksek fiyattan sipariş verilebileceği varsayımı altında acil tedarik seçeneği ile karşılanırken kalan kısmının kaybedildiği durumu incelemiştir. Khaouja [17] GSP probleminde acil durum siparişi olarak adlandırılan ikinci bir sipariş seçeneğinin olduğu model üzerinde çalışmıştır. Bu çalışmada Acil durum seçeneğinin olduğu model ve klasik tek siparişli GSP modelinin optimal sipariş miktarı kıyaslanmış ve sonuçta acil

durum siparişinin olduğu model için optimal sipariş miktarının daha düşük olduğu gösterilmiştir.

Choi vd. [18] iki sezonsal ürünler için iki aşamalı bir sipariş modeli üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada satış sezonundan önce ürün için sezon için teslim süresini karşılayacak şekilde alıcının iki farklı aşamada sipariş verdiği durum ele alınmıştır. İlk sipariş aşamasında pazardaki ürün talebi hakkında bilgi toplandıktan sonra ikinci aşamada talep tahminleri Bayesçi yaklaşımla güncellenmiştir. Ayrıca ilk sipariş için sipariş maliyetinin bilindiği, ikinci aşamada ise sipariş maliyetinin belirsiz olduğu varsayılmıştır. Belirtilen modelin dinamik programlama yardımıyla çözülerek optimal sipariş miktarına ulaşılmıştır.

Lau ve Lau [20], talebin belirli bir yüzdesinin gözlemlendikten sonra ikinci sipariş seçeneğinin kullanıldığı modeli incelemiş, ikinci sipariş seçeneğinin klasik GSP'yi önemli ölçüde zenginleştirdiğini göstermiştir. Yapılan çalışmada yeniden sipariş verme noktasının sezon başında belirlendiği, tedarikçi tarafından belirlenen herhangi bir kapasite kısıtı bulunmadığı ve birim fiyatın belirli olduğu varsayımları yapılmıştır. Lau ve Lau [21], benzer varsayımlar altında sezon başında belirlenmiş ikinci sipariş zamanı, bu zaman öncesi ve sonrası için talep ortalaması ve varyansı için incelenen problemi ele almıştır. Yapılan çalışmada yeniden sipariş verme seçeneğinin bulunduğu gazeteci çocuk problemi için ekonomik sipariş miktarlarının belirlenmesi temel amaç olarak incelenirken, problemin bir uzantısı olarak ikinci siparişin verileceği optimal zamanın belirlenmesi hedeflenmiştir.

Wang vd. [22], sonlu planlama ekseninde dinamik olarak talep tahminini güncelleyen ve çoklu sipariş seçeneğine sahip olan alıcının optimal sipariş miktarının belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Alıcı, satış sezonu başlamadan planlama ekseninde farklı noktalarda artan sipariş maliyetine katlanarak sipariş verebilmektedir. Çalışmada temel amaç, çoklu sipariş seçeneğinin kullanıldığı durumda sipariş maliyetindeki artış nedeni ile oluşan maliyet ve daha geç sipariş verildiği durumda pazardan edinilen bilgi ile talebin güncellenmesi sonucu daha iyi tahmine sahip olmanın değeri kıyaslamaktır. Webster ve Weng [23], klasik tedarik zinciri yapısında olduğu gibi alıcının sipariş miktarına karar vermesinin ardından satıcının üretim miktarına karar vermesinin belirsiz talep altında fazla miktarda üretim ya da fazla miktarda talep yani elde kalma ya da yok satma

ile karşılaşmaya neden olacağını belirtmiştir. Bu riski en aza indirmek için tedarik zincirinde koordine karar politikasının kullanılmasını yani alıcı ve satıcının tedarik zincirinin kazancını enbüyükleyecek şekilde sipariş miktarını belirlemesini önermiştir.

Weng [5] Toplam talep karşılanmadığında, yeniden sipariş verme seçeneğinin kullanıldığı durum ele alınmıştır. Sistem-ekonomik sipariş politikasını elde edebilmek için tek kırılma noktalı bütün birimler için indirim modeli geliştirilmiştir. Tedarik zinciri olarak ele alınan yeniden sipariş seçenekli GSP'ye başka bir yaklaşım getiren Li ve Liu [24] satıcı tarafından ikinci sipariş için belirlenmiş bir kapasite kısıtı olduğunu, alıcının başlangıç sipariş miktarını bu kapasite kısıtını göz önünde bulundurarak belirlemesi gereken durumu incelemiştir. İkinci siparişin ise toplam talep gözlemlendikten sonra yapıldığını, alıcının ilk sipariş miktarı ve satıcının ayıracağı kapasitenin karar değişkeni olduğunu, talebin ertelenmesi durumunda ürün satış fiyatının daha düşük olduğunu varsayan problemde, koordine karar politikası geliştirilerek alıcının ilk sipariş büyüklüğünün ve satıcının olası ikinci sipariş için ayıracağı kapasitenin belirlenerek tedarik zinciri için kazancın en büyüklenmesi amaçlanmıştır. Tedarik zincirinde satıcının tek kırılma noktalı bütün birimler için indirim modeli önererek bu koordinasyonu sağlayabileceği gösterilmiştir.

Schuster-Barnes [25], dönem içerisinde sipariş seçeneğinin bulunduğu, satış sezonunun, talepleri bağımlı, uzunlukları farklı iki bölümde incelendiği tedarik zinciri modelinde, satıcı tarafından sunulan sezon içi sipariş miktarı opsiyonlarının, ilk sezonda edinilen bilgiden yararlanarak talep tahmininin güncellenmesini de göz önünde bulundurarak alıcının pazar değişimlerine karşı esnekliğine etkilerini incelemiştir. Problem genel yapısı bakımından literatürde ayrı ayrı incelenen bir çok modeli kapsamına rağmen taşıma maliyetini göz önünde bulundurmamaktadır. Yeniden sipariş verme seçenekli GSP ile ilgili yakın zamanda yayınlanmış bir literatür taraması için Choi ve Sethi [26] çalışmasına bakılabilir.

2.4 Özet

Literatür araştırması bölümünde, indirim modellerini, taşıma maliyetini ve ikinci sipariş seçeneğini içeren gazete satıcısı problemleri üzerine yapılmış çalışmalar ele alınmıştır.

Zhang [11] ve Toptal [10] çalışmaları tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısını içeriyor olmaları sebebi ile bu tez kapsamında ele alınan çalışmayla benzerlik göstermektedir. Bu çalışmalarda, beklenen kâr fonksiyonunun tam dolu konteynır tipi taşıma maliyeti nedeni ile parçalı yapıda olacağının gösterilmesi ve optimal sipariş miktarının ek bir konteynırın kiralanması ile oluşan kırılma noktalarından biri ya da birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarı olacağının ispatı yapılmıştır. Belirtilen çalışmalarda bulunan optimal sipariş miktarının taşıma maliyeti göz ardı edilerek bulunan sipariş miktarından daha yüksek kâra sahip olması taşıma maliyetini içeren bu çalışmanın önemini ispatlamaktadır.

İki sipariş seçeneğini içeren çalışmalarda ise belirsizliğin azalması ile beklenen kârın artması ikinci sipariş seçeneğinin dikkate alınması gerektiğini göstermektedir. İkinci sipariş seçeneği, problem yapısını karmaşıklaştırıyor olsa da gerçek hayat problemlerini temsil gücünün fazla olması sebebi ile araştırması gereken bir konudur.

Üretim sektöründeki gelişmeler, küreselleşme ve tedarikçilerin alıcılara sunduğu seçeneklerin artması, taşıma maliyetinin ve ikinci sipariş seçeneğinin birlikte ele alındığı problemi önemli kılmaktadır. Literatürde problem yapısının karmaşıklığı nedeni ile bu iki durumu aynı anda ele alan çalışma bulunmaması yapılan bu çalışmanın literatürdeki boşluğu dolduracağını düşündürmektedir.

3. PROBLEM KAPSAMI

Bu bölümde, yapılan çalışmanın temelini oluşturan *Gazete Satıcısı Problemi*'nin tanımına, taşıma maliyetinin modellenmesinde kullanılan tam dolu konteynır tipi taşıma maliyeti yapısına ve ikinci siparişin taşıma seçeneği ile ilgili farklı varsayımlara dayanarak oluşturulan modeller için problem tanımlarına yer verilmektedir.

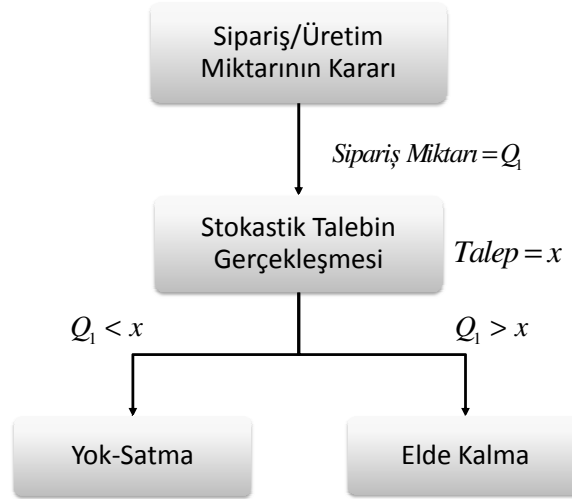
3.1 Klasik Gazete Satıcısı Problemi

Son yıllarda üretim teknolojilerindeki gelişmelerin hız kazanması ile ürünlerin çeşitliliği sürekli artmakta ve bir çok ürün, kısa sürede mevcut özellikleri geliştirilerek tekrar tüketiciye sunulmaktadır. Bu sebeple ürün ömür döngüleri hızla azalmaktadır. Belirtildiği üzere ürün ömür döngüleri kısa olan ürünler *sezonsal ürün* olarak adlandırılmaktadır. Sezonsal ürünlerin üretim ya da sipariş miktarları için verilecek karar gerçekleşecek rassal talebe bağlıdır ve talepteki belirsizlik bu kararı vermekte zorluk yaratmaktadır. Sezonsal ürünler için sipariş ya da üretim miktarlarının belirlenmesini amaçlayan problem gazete satıcısı problemi olarak adlandırılmaktadır.

Gazete satıcısı problemi ya da başka bir deyişle klasik problem, risk nötral alıcının beklenen tek sezonluk kârını en büyükleyen sipariş miktarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Temel olarak alıcının beklenen kârını etkileyen unsurlar: (1) belirlenen sipariş miktarının, Q_1 , satış dönemi içerisinde gerçekleşen talep miktarından, x , daha az olması durumunda, talebi karşılayamama maliyeti ya da dönem sonunda karşılamak üzere erteleme maliyeti ve (2) belirlenen sipariş miktarının gerçekleşen talep miktarından daha fazla olması durumunda

satılmayan ürünleri elden çıkarma ya da imha etme maliyetidir. Belirtilen maliyetler gazete satıcısı problemi literatüründe sırası ile *yok satma maliyeti*, s , ve *elde kalma maliyeti*, v , olarak adlandırılmaktadır.

Gazete satıcısı problemi için olay akışı Şekil 3.1 ile ifade edilmektedir. Başlangıçta, henüz talep gözlemlenmemişken rassal talep dağılımı, elde kalma ve yok satma maliyetleri göz önünde bulundurularak beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarı, Q_1 , belirlenmektedir. Sonrasında ise satış dönemi boyunca talep gözlemlenmekte ve belirlenen sipariş miktarı ile talep karşılanmaktadır. Satış dönemi sonunda, talebin belirlenen sipariş miktarından daha az gerçekleşmesi durumunda elde kalma maliyetine ya da aksi durumda yok satma maliyetine katlanılmaktadır.



Şekil 3.1: Gazete Satıcısı Problemi - Olay Akışı

Bu çalışmada, talebin, x , *sürekli* rassal değişken olduğu ve olasılık yoğunluk fonksiyonunun $f(\cdot)$, birikimli olasılık fonksiyonunun ise $F(\cdot)$ ile temsil edildiği varsayılmaktadır.

Klasik problem için rassal talebin sürekli dağılımla ifade edildiği durumda, risk nötral alıcının kâr fonksiyonu, gerçekleşen talep miktarı ile belirlenen sipariş miktarı arasındaki büyüklük ilişkisinden yararlanarak elde edilmektedir

ve $\Pi_0(Q_1, x)$ ile gösterilmektedir. Risk nötral alıcı, sipariş verdiği bir birim için c_1 satın alma maliyetine katlanır ve bu bir birimin dönem içerisindeki satış fiyatı p 'dir.

$$\Pi_0(Q_1, x) = \begin{cases} px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) & x \leq Q_1 \\ pQ_1 - c_1Q_1 - s(x - Q_1) & x > Q_1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Talebin olasılık dağılımına ilişkin bilgiden yararlanarak beklenen kâr fonksiyonu Eşitlik 3.2 ile belirtildiği gibi oluşturulmaktadır.

$$\begin{aligned} \pi_0(Q_1) = E_x [\Pi_0(Q_1, x)] &= \int_0^{Q_1} (px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x))f(x) dx \\ &+ \int_{Q_1}^{\infty} (pQ_1 - c_1Q_1 - s(x - Q_1))f(x) dx \end{aligned} \quad (3.2)$$

Literatürde de belirtildiği üzere klasik problem için beklenen kâr fonksiyonu içbükey yapıdadır. Bu durumda, birinci türev koşulundan yararlanarak beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarı elde edilebilmektedir. Klasik problem için beklenen kârı en büyükleyen, *optimal*, sipariş miktarı, Q_0^* , Eşitlik 3.3 kullanılarak elde edilebilir.

$$Q_0^* = F^{-1}\left(\frac{p - c_1 + s}{p - v + s}\right) \quad (3.3)$$

Bu eşitliğin sağ tarafı literatürde *kritik oran* olarak adlandırılmaktadır.

Klasik problemde, bir birim talep karşılanamadığında oluşan yok satma maliyeti o birimin satışının gerçekleşmemesi sonucu kaybedilen net kâr, $p - c_1$ ile ve gerçekleşen talebi karşılayamamanın maliyeti, s 'nin toplamına eşittir, $p - c_1 + s$. Benzer şekilde, bir birim fazladan sipariş vermiş olmaktan dolayı oluşan fırsat maliyeti satılamayan birimi edinmenin maliyetinden, o birimi elden çıkarmanın maliyetini çıkararak hesaplanmaktadır, $c_1 - v$. Belirtilen maliyetler göz önünde bulundurularak optimal sipariş miktarı, Q_0^* , hesaplanmaktadır ve risk nötral alıcı

dönem başında Q_0^* birim sipariş vermektedir.

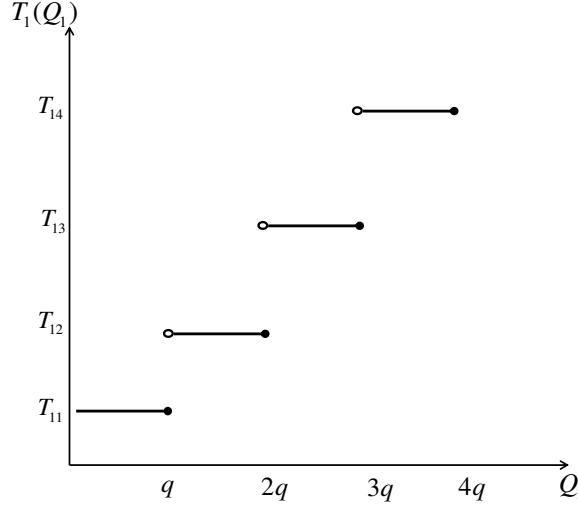
3.2 Tam Dolu Konteynır Tipi Taşıma Maliyeti

Gün geçtikçe küreselleşen üretim sektörü ve gelişen lojistik imkanları, ürünlerin deniz aşırı ülkelerde düşük maliyetlerle üretilip tedarik edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu durumda oluşan yüksek taşıma maliyetleri klasik gazete satıcısı probleminde göz önünde bulundurulmamaktadır. Bu çalışma kapsamında ise taşıma maliyetinin de beklenen kârı etkileyen önemli unsurlardan biri olduğu dikkate alınmaktadır. Bu kapsamda, taşıma maliyetinin modellenmesinde tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısı, FCL, kullanılmaktadır. FCL tipi taşıma maliyeti daha önce de belirtildiği üzere, kullanılan konteynırın doluluk oranından bağımsızdır ve yalnızca kiralanan konteynır sayısına bağlıdır. Literatürde envanter problemi kapsamında FCL tipi taşıma maliyet yapısını inceleyen öncü çalışmalar Aucamp [8] ve Lee [9] çalışmalarıdır. Her iki çalışmada da talebin deterministik yapıda olduğu varsayılırken Aucamp [8] birim konteynır kiralama maliyetlerinin eşit Lee [9] ise azalan olduğunu varsaymaktadır. Bu çalışmalar doğrultusunda, T_{1i} , $i \geq 0$ ve T_{2i} , $0 \leq i \leq m$ sırasıyla ilk ve ikinci sipariş için i 'inci ek konteynır kiralama maliyetleri olarak tanımlanmaktadır. Buna göre, konteynır kapasitelerinin eşit, q , olduğu varsayımı altında birinci ve ikinci sipariş için kiralanan konteynır sayıları, k_1 , k_2 ve toplam taşıma maliyetleri, $T_1(Q_1)$, $T_2(Q_2)$ sırasıyla Eşitlik 3.4 ve Eşitlik 3.5 ile ifade edilmektedir.

$$k_1 = \left\lceil \frac{Q_1}{q} \right\rceil, \quad T_1(Q_1) = \sum_{i=1}^{k_1} T_{1i} \quad (3.4)$$

$$k_2 = \left\lceil \frac{Q_2}{q} \right\rceil, \quad T_2(Q_2) = \sum_{i=1}^{k_2} T_{2i} \quad (3.5)$$

Yapılan çalışma kapsamında kullanılan tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısı Şekil 3.2 ile temsil edilmektedir.



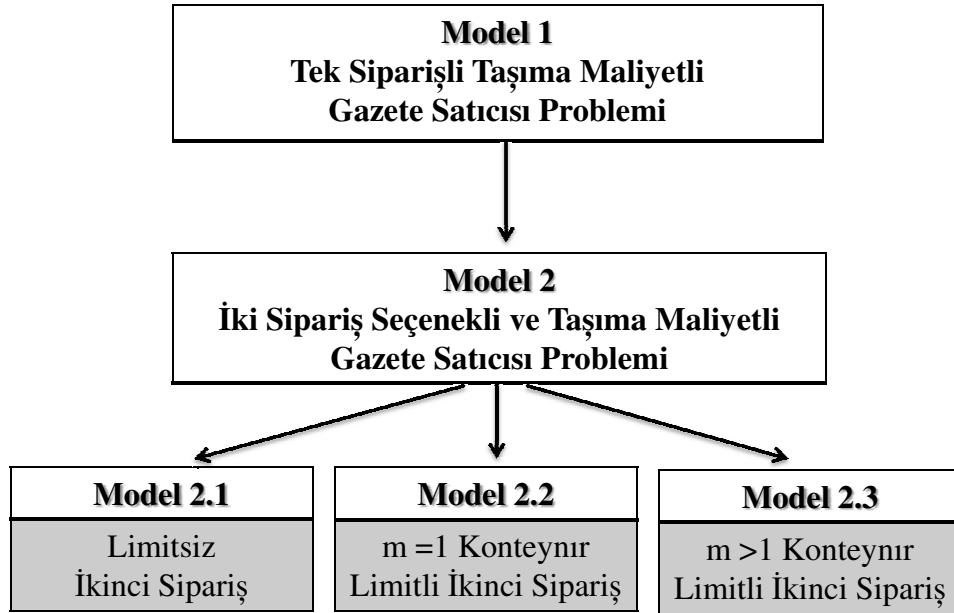
Şekil 3.2: Tam Dolu Konteynır Tipi Taşıma Maliyet Yapısı

3.3 Modeller ve Varsayımları

Klasik problemde, optimal sipariş miktarı belirlenirken beklenen kârı etkileyen unsurlar sadece yok satma ve elde kalma maliyetleri iken yapılan çalışma kapsamında taşıma maliyeti de göz önünde bulundurulmaktadır. Bu kapsamda oluşturulan Model 1, klasik probleme ek olarak taşıma maliyetini de göz önünde bulundurarak alıcının beklenen kârını en büyükleleyen sipariş miktarını elde etmeyi amaçlamaktadır.

Bu çalışmada taşıma maliyetinin yanı sıra dikkate alınan bir diğer önemli unsur ise ikinci bir sipariş seçeneğinin varlığıdır. İkinci sipariş seçeneği dönem başında verilen sipariş ile karşılanamayan talebin ertelenerek dönem sonunda karşılanması için (order-to-backorder) kullanılabileceği gibi dönem başında rassal talebin bir kısmının gözlemlenmesi ile belirsizliği azalan talep bilgisine dayanarak stoğa sipariş vermek üzere (order-to-stock) kullanılabilmektedir. Yapılan çalışma kapsamında ikinci sipariş seçeneğinin dönem içerisinde ertelenen talebi karşılamak üzere kullanıldığı varsayılmaktadır. Model 2, dönem içerisinde karşılanamayan

talebin ertelenerek dönem sonunda daha yüksek maliyetli ikinci bir sipariş ile karşılanabildiği ve bu ikinci sipariş seçeneğinin yalnızca kârlı olduğu durumlarda kullanıldığı problem kapsamında beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Bu model, ikinci sipariş için taşımada kullanılacak konteynır sayıları ve kapasiteleri üzerine yapılan farklı varsayımlara dayanarak üç alt model olarak ele alınmaktadır. Model 2.1, ikinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynırla taşınabildiği, Model 2.2 kapasitesi limitli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve son olarak Model 2.3 ise ikinci sipariş için kapasitesi limitli birden fazla konteynır, m , kullanılabilirdiği durumu incelemektedir. Yapılan çalışmada sipariş miktarları: ilk dönem sipariş miktarı, Q_1 , ve ikinci dönem sipariş miktarı, Q_2 , olarak ve birim satın alma maliyetleri: ilk dönem birim satın alma maliyeti c_1 ve ikinci dönem birim satın alma maliyeti c_2 olarak ayrı ayrı tanımlanmaktadır.



Şekil 3.3: Modeller ve Varsayımları

4. TEK SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE SATICISI PROBLEMİ

Bu bölümde, satış dönemi başlamadan verilecek tek bir sipariş seçeneğinin bulunduğu, yok satma ve elde kalma maliyetlerinin yanı sıra taşıma maliyetinin de beklenen kârlılığı etkilediği durumda rassal talep dağılımı altında risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarının belirlenmesi problemine yer verilmektedir.

Bu modelde, dönem başında verilecek sipariş için taşımanın özdeş kapasiteli konteynırlarla yapıldığı varsayılmaktadır (1). Ürün için belirlenen satış fiyatı sezon başlamadan belirlenmektedir ve satış fiyatının sabit olduğu başka bir deyişle gerçekleşen talebe göre sezon içerisinde farklılık göstermediği kabul edilmektedir (2). Satın alma maliyeti üzerinde herhangi bir indirim söz konusu değildir, satın alma maliyetleri sipariş miktarından bağımsızdır (3).

Bu varsayımlar altında, Model 1 için olay akışı klasik problem ile benzer yapıdadır. Risk nötral alıcı dönem başında beklenen kârını en büyükleyecek sipariş miktarını belirler. Farklı olarak siparişi edinme maliyeti, siparişi satın alma maliyetine, c_1Q_1 , ve siparişi taşımada gerekli konteynır sayısı, k_1 , kullanılarak belirlenen toplam taşıma maliyetine, $T_1(Q_1)$, bağlıdır. Satış dönemi içerisinde talep gerçekleşir ve eldeki ürünler kullanılarak talep karşılanır. Bir birimin satıştan elde edilen net kâr ise, bir birimin satış fiyatı olan p değerine ve bir birimi edinme maliyetine, c_1 , bağlıdır. Dönem sonunda, gerçekleşen talebin dönem başında belirlenen sipariş miktarından daha az olması durumunda elde kalma

maliyetine, aksi durumda yok satma maliyetine katlanılır. Dönem sonunda elde edilen toplam kâr, siparişi edinme maliyeti, satıştan elde edilen kazanç, yok satma ya da elde kalma maliyeti ve toplam taşıma maliyetine bağlıdır.

Belirtildiği üzere, k_1 verilen siparişi taşımada kullanılacak konteynır sayısını gösteriyor olsun.

$$T_1(Q_1) = \sum_{i=1}^{k_1} T_{1i}$$

Model 1 için toplam kâr fonksiyonu $\Pi_1(Q_1, x)$ ve beklenen kâr fonksiyonu, $\pi_1(Q_1) = E_x[\Pi_1(Q_1, x)]$ ile gösterilmektedir.

$$\Pi_1(Q_1, x) = \begin{cases} px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1) & x \leq Q_1 \\ pQ_1 - c_1Q_1 - s(x - Q_1) - T_1(Q_1) & x > Q_1 \end{cases} \quad (4.1)$$

Talebin, belirlenen sipariş miktarından daha az gerçekleşmesi durumunda, talebin tamamı karşılanır ve bu satıştan px kadar kazanç elde edilir. Dönem başında belirlenen sipariş miktarını edinmek için c_1Q_1 maliyetine katlanılır. Elde satılamayan ürün kaldığı için bu ürünler v birim karşılığında elden çıkarılır, ve $v \leq c_1$ 'dir. Dönem başında verilen Q_1 birim sipariş için $T_1(Q_1)$ kadar taşıma maliyetine katlanılır. Talebin, dönem başında belirlenen sipariş miktarı ile karşılanamaması durumunda ise sadece verilen sipariş miktarı kadar talep karşılanır ve $(p - c_1)Q_1$ birim kâr elde edilir. Karşılanamayan talep içinse yok satma maliyetine, $s(x - Q_1)$ katlanılır. Bu durumda da benzer şekilde $T_1(Q_1)$ taşıma maliyeti oluşur.

Daha önce de belirtildiği üzere, gerçekleşecek talep belirli olasılıklara bağlıdır ve bu olasılıklar göz önünde bulundurularak beklenen kârlılık hesaplanmalıdır. Bu nedenle, rassal talep altında beklenen kâr fonksiyonu tanımlanmalıdır.

$$\begin{aligned}\pi_1(Q_1) &= \int_0^{Q_1} (px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1))f(x) dx \\ &+ \int_{Q_1}^{\infty} (pQ_1 - c_1Q_1 - s(x - Q_1) - T_1(Q_1))f(x) dx\end{aligned}\quad (4.2)$$

Önerme 1. *Tek bir sipariş seçeneğinin bulunduğu ve taşıma maliyetinin beklenen kârlılığı etkilediği durumda, beklenen kâr fonksiyonu içbükey fonksiyonlardan oluşan parçalı bir yapıdadır.*

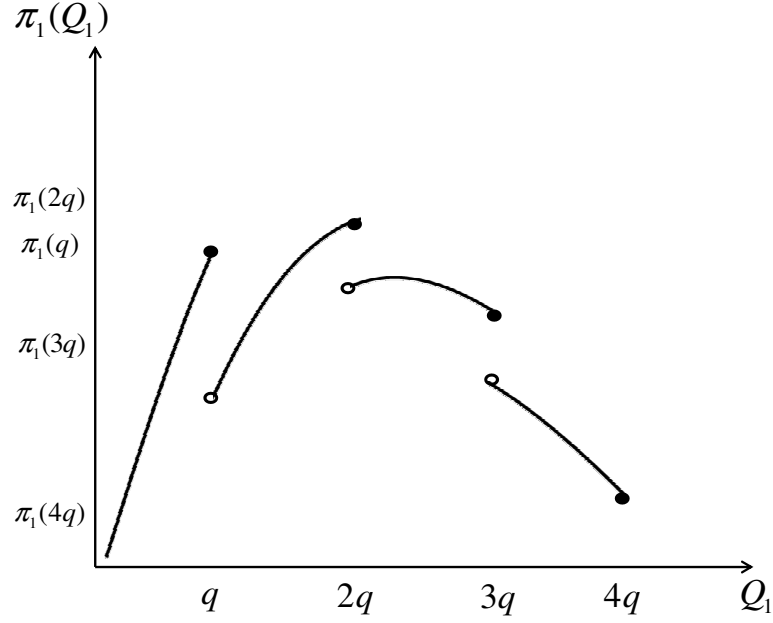
İspat. Beklenen kâr fonksiyonun parçalı yapısı tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısının kullanılıyor olması ile açıklanabilmektedir. Risk nötral alıcı, her bir ek konteynır kiraladığında beklenen kârı kiralanan ek konteynırın maliyeti kadar azalacaktır. Model 1 için beklenen kâr fonksiyonu $\pi_0(Q_1)$ 'in doğrusal birleşimidir ve Eşitlik 4.3 ile ifade edilmektedir.

$$\pi_1(Q_1) = \pi_0(Q_1, x) - T_1(Q_1) \quad (4.3)$$

ϵ yeterince küçük pozitif bir değer olmak üzere, nq ve $nq + \epsilon$, $n \geq 0$, için beklenen kârlılıklar inceleniyor olsun. $\pi_{1,i}(Q_1)$, $i \geq 0$ ile Q_1 büyüklüğündeki sipariş için i tane konteynır kiralandığında gerçekleşecek beklenen kârlılık gösterilsin. Risk nötral alıcı, nq birim sipariş verdiğinde n tane konteynır kiralamaktadır ve oluşacak toplam taşıma maliyeti $T_1(nq) = \sum_{i=1}^{i=n} T_{1i}$ ile ifade edilmektedir. Alıcı $nq + \epsilon$ miktarında sipariş verdiğinde, $(n + 1)$ 'inci konteynır da kiralamakta ve $T_1(nq) + T_{1(n+1)}$ kadar taşıma maliyetine katlanmaktadır. Bu durumda nq ve $nq + \epsilon$ sipariş miktarları için beklenen kârlılıklar Eşitlik 4.4 ile ifade edilebilmektedir.

$$\pi_{1,n+1}(nq + \epsilon) = \pi_0(nq) - T_1(nq) - T_{1(n+1)} \quad (4.4)$$

Bu ifadeden görülmektedir, alıcı her bir ek konteynır kiraladığıında beklenen kârlılığı, ek konteynırı kiralamadığı durumdaki beklenen kârına, göre ek konteynırın maliyeti, kadar azalmaktadır.



Şekil 4.1: Taşıma Maliyetinin Etkisi ile Beklenen Kârlılıktaki Değişim

Q_1 büyüklüğünde sipariş verildiğinde k_1 tane konteynır kiralanmaktadır, bu durumda Model 1 için beklenen kârlılık her nq , $n = 1, \dots, k_1$ değerinde T_{1n} kadar azalmaktadır. Başka bir deyişle, bu fonksiyon k_1 tane parçadan oluşmaktadır. Beklenen kârlılığın, kiralanan ek konteynırın maliyeti kadar azaldığı sipariş miktarları yani nq , $\forall n \geq 0$ çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde *kırılma noktaları* olarak adlandırılmaktadır.

Model 1 için beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan her bir fonksiyonun içbükey yapıda olması, bu fonksiyonların klasik problem için beklenen kâr fonksiyonunun doğrusal birleşimi olması ile açıklanabilmektedir. Klasik problem için beklenen kâr fonksiyonu içbükey olduğundan, tüm doğrusal birleşenleri de içbükey yapıya sahiptir. Bunun yanı sıra, Model 1 için ikinci türev koşulu incelendiğinde de her bir fonksiyonun içbükey yapıda olduğu gözlemlenmektedir.

Benzer şekilde birinci türev koşulu incelendiğinde beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan her bir fonksiyon için birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarının klasik problem için optimal sipariş miktarına eşit olduğu gözlemlenmektedir. Model 1 için beklenen kâr fonksiyonunun birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarı Q_1^f ile gösteriliyor olsun.

$$Q_1^f = Q_0^* = F^{-1}\left(\frac{p - c_1 + s}{p - v + s}\right) \quad (4.5)$$

□

Model 1 için beklenen kâr fonksiyonu Şekil 4 ile temsil edilmektedir. Kiralanan her bir ek konteynırın maliyetine bağlı olarak beklenen kârlılık azaldığından ve parçalı bir fonksiyon yapısı olduğundan, beklenen kâr fonksiyonunu bir bütün halinde incelenememektedir. Bu nedenle, beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan her bir fonksiyon için en büyükleme alt problemleri çözülmeli ve elde edilen beklenen kârlılıklar karşılaştırılmalıdır. Tüm alt problemler içinde en yüksek beklenen kârlılığa sahip problem belirlenerek karşılık gelen sipariş miktarı Model 1 için optimal sipariş miktarı olarak kabul edilmelidir.

Çözüm prosedürü geliştirilirken beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonların içbükey yapısı göz önünde bulundurulmalıdır. Birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarından yani Q_1^f 'den daha büyük sipariş miktarları için beklenen kâr fonksiyonu azalan yapıdadır. Bu nedenle, Model 1 için optimal sipariş miktarının Q_1^f 'den daha büyük olamayacağı açıktır. Benzer şekilde Q_1^f 'den küçük sipariş miktarları için beklenen kâr fonksiyonunun yapısı incelendiğinde, her bir fonksiyonun artan yapıda olduğu gözlemlenmektedir. Başka bir deyişle, $[(n-1)q, nq]$, $0 \leq nq \leq Q_1^f$ aralığında en yüksek beklenen kâra sahip sipariş miktarının nq olduğu belirtilebilir. Ek olarak, Q_1^f değerini içeren aralık için en yüksek kâra sahip sipariş miktarı Q_1^f olmaktadır. Bu durumda Model 1 için optimal sipariş miktarı aranırken, Q_1^f ve Q_1^f 'den küçük kırılma noktalarındaki beklenen kârlılıkların incelenmesi yeterlidir.

Teorem 1. Model 1 için risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarı Algoritma 1 ile belirlenebilmektedir.

Algoritma 1 Model 1 - Optimal Sipariş Miktarı

Adım 1. Kritik oranı kullanarak Q_1^f değerini, karşılık gelen beklenen kârlılığı, $\pi_1(Q_1^f)$, ve konteynır sayısını hesapla.

$$Q_1^f = F^{-1} \left(\frac{p - c_1 + s}{p - v + s} \right)$$

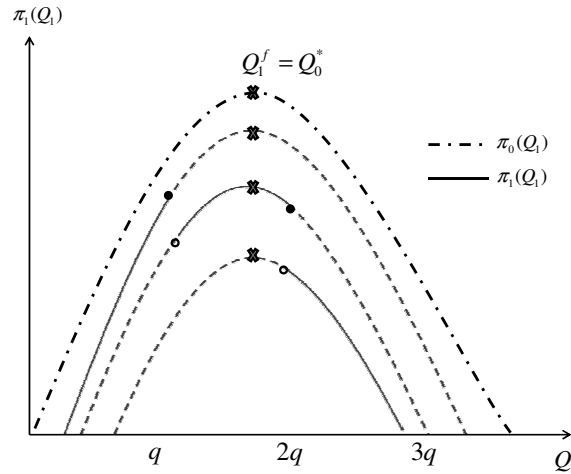
$$(k_1 - 1)q < Q_1^f \leq k_1q$$

Adım 2. $i=1,2,\dots,k_1-1$ için $\pi_1(iq)$ beklenen kârlılık değerlerini hesapla ve en yüksek kârlılığa sahip olan sipariş miktarını belirle.

$$i_1^* = \underset{i_1}{\operatorname{argmax}} \{ \pi_1(i_1q), i_1 = 1, \dots, k_1 - 1 \}$$

Adım 3. Optimal sipariş miktarı Q_1^* ile gösteriliyor olsun.

$$Q_1^* = \operatorname{argmax} \left\{ \pi_1(i_1^*q), \pi_1(Q_1^f) \right\}$$



Şekil 4.2: Model 1 Beklenen Kâr Fonksiyonu

Birim konteynır kiralama maliyetleri üzerine yapılan varsayım algoritmanın kolaylaşmasını sağlamaktadır.

Önerme 2. *Birim konteynır maliyetlerinin azalmayan yapıda olduğu durumda, Algoritma 2 kullanılarak elde edilen sipariş miktarı Model 1 için optimal sipariş miktarıdır.*

İspat. Model 1 için birim konteynır kiralama maliyetlerinin azalmayan yapıda olduğu varsayılın. Bu durumda, beklenen kâr fonksiyonunun içbükey yapısından yararlanılarak optimal sipariş miktarını belirlemek için incelenen kırılma noktalarının sayısı azaltılabilmektedir. İçbükeylik özelliğinden dolayı,

$$\pi_0((i+1)q) - \pi_0(iq) \leq \pi_0(iq) - \pi_0((i-1)q) \quad i = 1, \dots, k_1 - 1$$

olmaktadır. Başka bir deyişle, sipariş miktarı arttıkça ardışık iki kırılma noktasındaki taşıma maliyetsiz beklenen kârların farkları azalmaktadır.

$T_{1(i+1)} \geq T_{1i}$ olduğundan, i 'inci konteynır kiralamak kârlı değilse $(i+1)$ 'inci konteynır kiralamak da kârlı değildir. Bu durumda, en fazla $(i-1)$ konteynır kiralamak kârlıdır.

$$\pi_0(iq) - \pi_0((i-1)q) \leq T_{1i}\pi_0((i+1)q) - \pi_0(iq) \leq T_{1(i+1)}$$

Özetle, daha az sayıda konteynır kiralandığında, kiralanacak bir ek konteynırdan elde edilecek ek kazanç bu konteynırın maliyetini karşılamıyorsa, kiralanacak sonraki konteynırlar için de bu maliyet elde edilecek ek kazanç ile karşılanamamaktadır. Bu bilgi kullanılarak incelenecek kırılma noktaları için bir durma kriteri geliştirilebilmektedir. Bu durumda, Algoritma 4 için *Adım 2* güncellenerek Algoritma 4 oluşturulmaktadır.

□

Literatürde Model 1, tek sipariş seçenekli ve taşıma maliyetli problem, [10], [11] çalışmalarında birim konteynır kiralama maliyetlerinin eşit olduğu varsayımı altında daha önce ele alınmıştır. Yapılan çalışma kapsamında ise hem ikinci bir

Algoritma 2 Model 1 - $T_{(i+1)} \geq T_i$ olduğunda Optimal Sipariş Miktarı

Adım 2'. $i = k_1 - 1, k_1 - 2, \dots, 1$ için $\pi_0(iq)$, klasik problem beklenen kârlılık değerlerini hesapla.

Eğer, $\pi_0(iq) - \pi_0((i-1)q) \geq T_{1i}$ ise dur, $i_1^* = i$.

Adım 3'. Optimal sipariş miktarı Q_1^* ile gösteriliyor olsun.

$$Q_1^* = \operatorname{argmax} \left\{ \pi_1(i_1^*q), \pi_1(Q_1^f) \right\}$$

sipariş seçeneğinin bulunduğu durumda problem yapısının belirlenmesinde bir ön görüş sağlamak hem de birim konteynır kiralama maliyetlerinin eşit olmadığı durumda da belirtilen çalışmalarda önerilen çözüm algoritmasının optimal sonucu verdiğini göstermek amacı ile yeniden ele alınmıştır.

5. İKİ SİPARİŞ SEÇENEKLİ VE TAŞIMA MALİYETLİ GAZETE SATICISI PROBLEMİ

Bu bölümde, gazete satıcısı problemi için ikinci bir sipariş seçeneğinin bulunduğu ve her iki sipariş için de taşıma maliyetine katlanıldığı durumda, risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarının belirlenmesi problemine, Model 2, yer verilmektedir. İkinci sipariş seçeneği göz önünde bulundurulduğunda, problem yapısının karmaşıklaşması ve çözüm yönteminin belirlenmesinin zorlaşması nedeniyle problem alt problemlere ayrılarak incelenmektedir. Alt problemler oluşturulurken, ikinci sipariş miktarı üzerine farklı varsayımlar yapılmakta ve bu varsayımlar altında beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarının belirlenmesi amaçlanmaktadır.

Literatürde ikinci sipariş seçeneğini ele alan çalışmalarda iki farklı varsayıma yer verilmektedir. İkinci sipariş seçeneği satış dönemi içerisinde ya da sonunda kullanılabilir. İkinci siparişin satış dönemi içerisinde kullanılması, alıcıya dönem başında talebi gözleme imkânı sağlamaktadır. Talebin belirli bir kısmını gözlemleyerek edinilen bilgi, belirsizliği azaltmada kullanılmakta ve daha doğru tahminler yapma imkânı sunmaktadır. Bir diğer yaklaşım ise dönem sonunda verilen ikinci bir sipariş ile ertelenen talebin karşılanmasıdır. Dönem başında verilen ilk sipariş miktarı ile talep karşılanamadığında belirli bir maliyete katlanılarak talep ertelenmekte ve ertelenen talep dönem sonunda verilecek ikinci bir sipariş ile karşılanmaktadır.

Bu çalışmada, ikinci sipariş seçeneği, satış dönemi sonunda ertelenen talebi

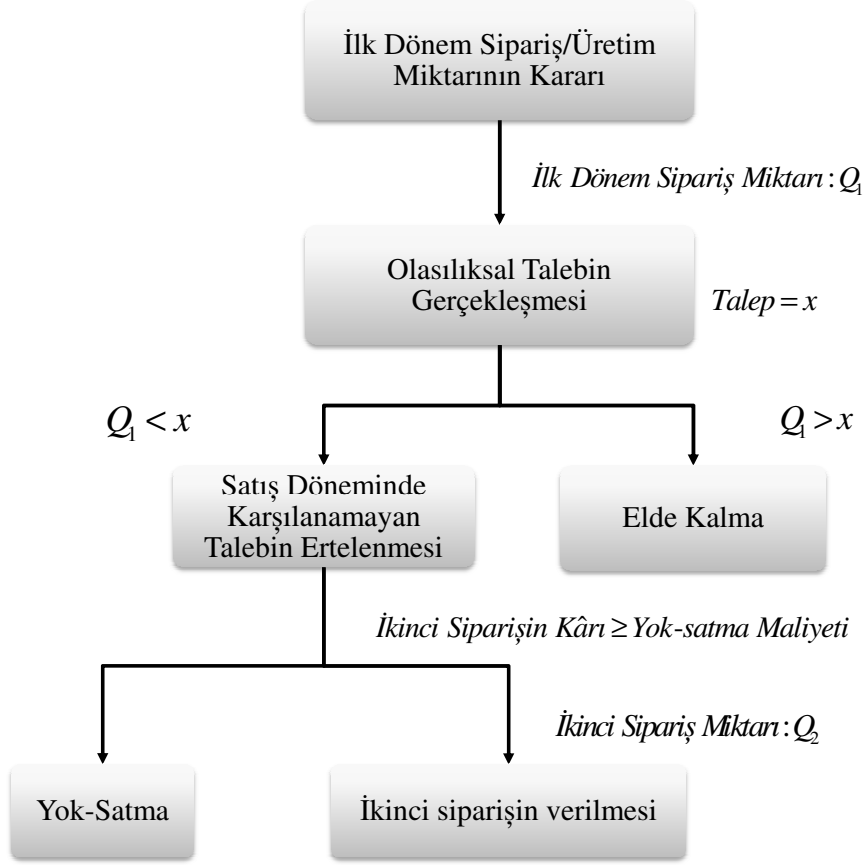
karşılama üzere kullanılmaktadır (1). Her iki sipariş için de taşıma maliyeti oluşmakta ve taşıma özdeş kapasiteli konteynırlarla yapılmaktadır (2). Satış fiyatı sezon başlamadan belirlenmektedir ve gerçekleşen talebe göre farklılık göstermemektedir(3). Her iki satış dönemi için satın alma maliyetleri üzerinde herhangi bir indirim söz konusu değildir (4). İkinci sipariş için satın alma maliyeti, talebi erteleme maliyetini içermektedir, ve ilk sipariş için satın alma maliyetinden daha yüksektir (5). Her iki sipariş için birim konteynır kiralama maliyetleri artmayan yapıdadır (6).

Belirtilen varsayımlar altında Model 2 için olay akışı Şekil 5.1 ile temsil edilmektedir. Başlangıçta, risk nötral alıcı beklenen kârını etkileyen maliyetleri göz önünde bulundurarak ilk dönem sipariş miktarına karar vermektedir. Dönem içerisinde rassal talep gerçekleşmektedir ve gerçekleşen talebin miktarına göre talebin tamamı ilk sipariş miktarı ile karşılanabilir ve elde ürün kalabilir ya da talebin bir kısmı karşılanamayarak ertelenir.

Talebin ertelenmesi durumunda ikinci sipariş seçeneğinin kârlılığı incelenmektedir. İkinci sipariş için de tam dolu konteynır tipi taşıma maliyeti olduğundan, ertelenen talebin bazı durumlarda karşılanması kârlı olmayabilmektedir. Bu durumda, ikinci sipariş kararı verilirken, ikinci sipariştan elde edilecek net kâr ile ikinci sipariş kullanılmadığı durumda oluşacak yok satma maliyeti karşılaştırılmalıdır. Bu karşılaştırma, ikinci siparişte kullanılacak her ek konteynır için ayrı ayrı yapılmalıdır. Eğer karşılaştırma sonunda, i 'inci ek konteynır kiralandığında elde edilecek net kâr, o ek konteynır kiralama maliyetini karşılamıyorsa ertelenen talep için i 'inci ek konteynır kullanılmamakta ve ertelenen talebin sadece $(i - 1)q$ kadar karşılanmaktadır. Özetle, ikinci sipariş kararı kullanılacak ek konteynırların kiralama kararı ile eşdeğer olarak düşünülebilir. Verilen karar sonunda ya ertelenen talebi karşılamayarak yok satma maliyetine katlanılmaktadır ya da ikinci sipariş ile ertelenen talebin bir kısmı ya da tamamı karşılanmaktadır.

Tanım 1. *Başabaş değeri, Q_1^i , ikinci sipariş için i 'inci ek konteynırın kiralandığı durumda elde edilecek ek kârın bu konteynır kiralınmadığı durumda oluşacak yok satma maliyetine eşit olduğu değerdir.*

İkinci sipariş için i 'inci ek konteynıra gerek duyulduğunu varsayalım. Bu



Şekil 5.1: Olay Akışı 2.

ek konteynırın kiralanma kararı için birim konteynır kapasitesinden daha az miktarda ek sipariş verilmesinin karlı olup olmadığının analizi yapılmaktadır. Başka bir deyişle, $(i - 1)q + Q_1 \leq x \leq iq + Q_1$, $i \geq 0$ olduğu varsayılmaktadır.

$$(p - c_2)(x - Q_1 - (i - 1)q) - T_{2i} \geq -s(x - Q_1 - (i - 1)q)$$

Belirtilen koşulun sağlanması için, başka bir deyişle i 'inci ek konteynırın kiralanmasının kârlı olabilmesi için gerçekleşecek talebin i 'inci ek konteynır için Eşitlik 5.1 ile tanımlanan başabaş değerinden daha fazla olması gerekmektedir.

$$Q_1^i = \frac{T_{2i}}{p - c_2 + s} + Q_1 + (i - 1)q, \quad i = 1, \dots, m \quad (5.1)$$

Belirtildiği üzere, ikinci sipariş seçeneğinin ve taşıma maliyetinin birlikte göz önünde bulundurulması problemi zorlaştırmaktadır. Diğer yandan ikinci siparişin daha maliyetli olmasının gerçek hayatta kullanılan konteynır kapasiteleri ve sayılarını belirlemede etkili olacağını düşündürmektedir. Bu nedenlerden ötürü problem konteynır kapasiteleri ve sayıları üzerine yapılan varsayımlara dayandırılarak alt problemler şeklinde ele alınmaktadır. Model 2.1., ikinci siparişin taşınmasında kapasitesi yeterli tek bir konteynırın bulunduğu durumu incelerken, Model 2.2. kullanılan tek konteynırın kapasitesinin belirli olduğu durumu ve Model 2.3. ise ikinci sipariş için kapasitesi belirli birden fazla konteynırın kullanılabildiği durumu incelemektedir.

5.1 Limitsiz İkinci Sipariş

Bu modelde, ikinci siparişin kapasitesi yeterli, limitsiz, tek bir konteynır ile taşınabildiği ve her iki sipariş için taşıma maliyetinin göz önünde bulundurulduğu durumda risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarının belirlenmesi problemi ele alınmaktadır.

İkinci sipariş için kullanılacak konteynırın yeterli kapasitede olduğu varsayımı, hem problemin analizini nispeten kolaylaştırarak diğer modeller için öngörü kazandırmakta hem de gerçek hayatta sıklıkla karşılaşıldığı düşünülen talebin büyük kısmının ilk sipariş ile karşılanması durumunu ele almaktadır. İkinci siparişin, ilk siparişe göre daha yüksek maliyete sahip olduğu açıktır. Birim satın alma maliyeti, bir birim talebi erteleme maliyetini de içermektedir. Ayrıca, gerçek hayatta çoğu durumda tedarikçiler ikinci bir sipariş seçeneği sunarken bu siparişin hazırlık maliyetini alıcıya yansıtmaktadırlar. İkinci sipariş için birim konteynır kiralama maliyetleri de göz önünde bulundurulduğunda, alıcının belirsizliğin çok yüksek olmadığı durumlarda beklenen talebin büyük

kısmını ilk sipariş ile karşılama eğiliminde olacağı düşünülebilir. Bu nedenle çoğu durumda alıcının ertelediği talep miktarı bir konteynır kapasitesini aşmamaktadır. Böylelikle, ikinci sipariş için kullanılan konteynır kapasitesinin yeterli büyüklükte olduğu başka bir deyişle limitsiz olduğu varsayımının geçerli olduğu söylenebilir. Bu model, tek bir konteynır kiralamanın sabit maliyeti ikinci siparişi edinmek için gerekli hazırlık maliyeti olarak kabul edildiğinde, iki sipariş seçenekli ve sabit hazırlık maliyetli problemi de kapsamaktadır.

Belirtildiği üzere ikinci sipariş seçeneği, talep kiralanacak ek konteynır için hesaplanan başabaş değerine eşit ya da bu değerden daha fazla gerçekleştiği durumda kullanılmaktadır. Bu nedenle bu modelin kâr fonksiyonu, $\Pi_{21}(Q_1, x)$ oluşturulurken başabaş değeri dikkate alınmaktadır. İkinci siparişin taşınmasında kapasitesi yeterli tek bir konteynır kullanılıyor olduğundan ikinci sipariş kârlı bulunduğu ertelenen talebin tümü, $Q_2 = x - Q_1$, konteynır kapasitesinden bağımsız olarak karşılanmaktadır.

$$x \geq \frac{T_{21}}{p - c_2 + s} + Q_1 \quad (5.2)$$

Bu durumda başabaş değeri, Q'_1 , Eşitlik 5.3'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} Q'_1 &= \frac{T_{21}}{p - c_2 + s} + Q_1 \\ \Delta &= \frac{T_{21}}{p - c_2 + s} \\ Q'_1 &= \Delta + Q_1 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Q'_1 tanımında yer verilen Δ ifadesi, daha sonraki aşamalarda gösterimde sadelik sağlaması bakımından kullanılmaktadır. Model 2.1 için kâr fonksiyonu ve beklenen kâr fonksiyonu sırası ile $\Pi_{21}(Q_1, x)$ ve $\pi_{21}(Q_1) = E_x[\Pi_{21}(Q_1, x)]$ ile gösterilmektedir.

$$\Pi_{21}(Q_1, x) = \begin{cases} px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1) & x \leq Q_1 \\ pQ_1 - c_1Q_1 - s(x - Q_1) - T_1(Q_1) & Q_1 < x < Q_1' \\ px - c_1Q_1 - c_2(x - Q_1) - T_1(Q_1) - T_{21} & x \geq Q_1' \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \pi_{21}(Q_1) &= \int_0^{Q_1} (px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1)) f(x) dx \\ &+ \int_{Q_1}^{Q_1'} (pQ_1 - c_1Q_1 - s(x - Q_1) - T_1(Q_1)) f(x) dx \\ &+ \int_{Q_1'}^{\infty} (px - c_1Q_1 - c_2(x - Q_1) - T_1(Q_1) - T_{21}) f(x) dx \end{aligned} \quad (5.5)$$

Beklenen kâr fonksiyonunun yapısı düzgün dağılım ve üssel dağılım gibi artmayan yapıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonları için ve normal dağılım için analiz edilecektir.

Önerme 3. *İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu durumda, beklenen kâr fonksiyonu içbükey fonksiyonlardan oluşan parçalı bir fonksiyondur.*

İspat. Beklenen kâr fonksiyonunun parçalı yapısı, Model 1'de olduğu gibi taşı-mada kullanılan konteynırların kiralama maliyetlerinin beklenen kâra etkisi ile açıklanabilmektedir.

Beklenen kâr fonksiyonunun birinci ve ikinci türevleri sırası ile Eşitlik 5.6 ve Eşitlik 5.7 ile ifade edilmektedir.

$$\frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} = -(p - v + s)F(Q_1) + (p - c_2 + s)F(Q_1') + (-c_1 + c_2) \quad (5.6)$$

$$\frac{d^2\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1^2} = -(p - v + s) f(Q_1) + (p - c_2 + s) f(Q'_1) \quad (5.7)$$

Eşitlik 5.7 incelendiğinde, $v \leq c_2$ ve $Q_1 \leq Q'_1$ olduğundan, düzgün dağılım ya da üssel dağılımda olduğu gibi $f(\cdot)$ azalmayan yapıda ise, bu ifadenin pozitif değer alamayacağı görülmektedir. Bu durumda, talep dağılımı ile ilgili belirtilen koşul altında beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonlar içbükey yapıdadır.

□

Teorem 2. *İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu durumda, risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarı, ilgili beklenen kâr fonksiyonu kullanılarak Algoritma 1 ile elde edilmektedir.*

-

Önerme 4. *İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talebin Normal dağılımlı olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ifade edilebildiği durumda, beklenen kâr fonksiyonu içbükeyimsi (quasiconcave) fonksiyonlardan oluşan parçalı bir fonksiyondur.*

İspat. Beklenen kâr fonksiyonunun parçalı yapısı, Önerme 3'de yer verildiği üzere tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetinden kaynaklanmaktadır.

Normal dağılımlı talep için, $\pi_{21}(Q_1)$ 'i oluşturan fonksiyonların yapısı incelenirken ifadenin ikinci türevinden yararlanılmaktadır. İkinci türevin negatif değerler alabilmesi için yani incelenen fonksiyonların içbükey yapıda olabilmesi için Eşitlik 5.8 ile belirtilen koşulun sağlanması gerekmektedir.

$$\frac{f(Q'_1)}{f(Q_1)} \leq \frac{p - v + s}{p - c_2 + s} \quad (5.8)$$

Bilindiği üzere, ortalaması μ ve standart sapması σ olan normal dağılıma sahip

bir x rasgele değişkeni için $f(x)$ aşığıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp -\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (5.9)$$

Eşitlik 5.8'de $\alpha = \frac{p-v+s}{p-c_2+s}$ olarak tanımlandığıında aşığıdaki ifade elde edilir.

$$\ln \frac{f(Q'_1)}{f(Q_1)} \leq \ln \alpha \quad (5.10)$$

Normal dağılıma ait olasılık yoğunluk fonksiyonu, Eşitlik 5.10'da yerine yazıldığıında aşığıdaki ifade elde edilmektedir.

$$\frac{1}{2\sigma^2} \left[(Q_1 - \mu)^2 - (Q'_1 - \mu)^2 \right] \leq \ln \alpha \quad (5.11)$$

Gerekli düzenlemeler yapıldığıında, Eşitlik 5.8'i sağlayan sipariş miktarları için koşul Eşitlik 5.12'de gösterildiği gibi elde edilmektedir. Belirtilen koşulu sağlayan sipariş miktarları için beklenen kâr fonksiyonunun içbükey, diğer durumlarda ise dışbükey bir fonksiyon olduğu söylenebilir.

$$Q_1 \geq \mu - \frac{\sigma^2 \ln \alpha}{\Delta} - \frac{\Delta}{2} \quad (5.12)$$

İçbükeyliğin sağlandığı ilk sipariş miktarları için alt sınır, eşik değeri olarak adlandırılısın ve Q_t ile gösterilsin.

$$Q_t = \mu - \frac{\sigma^2 \ln \alpha}{\Delta} - \frac{\Delta}{2} \quad (5.13)$$

Özetle, beklenen kâr fonksiyonu normal dağılımlı talep altında içbükeyimsi fonksiyonlardan oluşan parçalı bir fonksiyondur.

□

Önteorem 1. *Model 2.1 için beklenen kâr fonksiyonu talebin normal dağılıma*

sahip olduğu durumda, $[0, Q_t]$ aralığında artan dışbükey yapıdadır.

İspat. Dışbükey aralıkta beklenen kâr fonksiyonunun artan yapıda olması sipariş verilmediği durumda yani $Q_1 \rightarrow 0$ iken birinci türevin pozitif değer alıyor olması ile açıklanmaktadır, $\left. \frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} \right|_{Q_1 \rightarrow 0} \geq 0, [0, Q_t]$.

$$\lim_{Q_1 \rightarrow 0} \frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} = (p - c_2 + s)F(\Delta) + (-c_1 + c_2) \quad (5.14)$$

Bu ifade, $p - c_2 + s \geq 0$, $F(\Delta) \geq 0$ ve $-c_1 + c_2 \geq 0$ olduğundan $Q_1 \rightarrow 0$ iken pozitif değerler almaktadır. Aralığın başlangıcında artan yapıda olan bu fonksiyon, dışbükey olması nedeni ile $[0, Q_t]$ aralığı boyunca artan yapıdadır. \square

Önerme 4 ve ön teorem 1 ile belirtildiği üzere, eşik değerinden küçük sipariş miktarları için $\pi_{21}(Q_1)$ 'i oluşturan fonksiyonlar artan dışbükey yapıda ve daha büyük sipariş miktarları için bu fonksiyonlar içbükey yapıdadır.

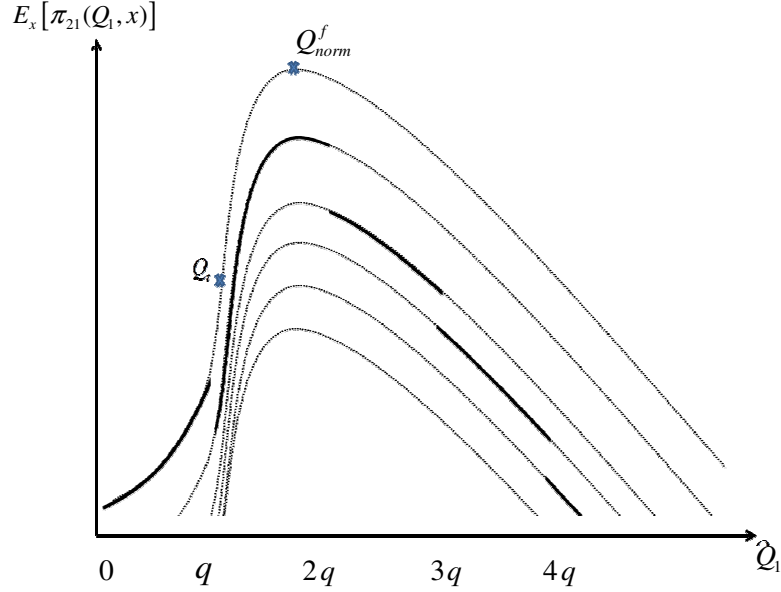
Önteorem 2. *Birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarı, $Q_{21,norm}^f$ ile gösteriliyor olsun. Model 2.1 için normal dağılımlı talep altında, $Q_{21,norm}^f$ tekildir ve $Q_{21,norm}^f > Q_t$ 'dir.*

İspat. $[0, Q_t]$ aralığında $\pi_{21}(Q_1)$ artan dışbükey yapıda fonksiyonlardan oluştuğundan, bu aralıkta birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarı bulunmamaktadır. $[Q_t, \infty]$ aralığında ise fonksiyonlar içbükey yapıdadır ve çok büyük sipariş miktarları için birinci türev negatif değerler almaktadır yani beklenen kâr fonksiyonu azalan yapıdadır.

$$\lim_{Q_1 \rightarrow \infty} \frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} = -\infty$$

Bu durumda, içbükey aralığın başlangıcında beklenen kâr fonksiyonu artan ve sonsuzda azalan olduğundan birinci türev koşulunu sağlayan tek bir sipariş miktarı vardır. Bu sipariş miktarının Q_t değerinden farklı olması ise birinci sipariş için taşıma maliyetini içermeyen beklenen kâr fonksiyonunun sürekli yapıda olmasından kaynaklanmaktadır. \square

Belirtilenler göz önünde bulundurulduğunda, Model 2.1 için beklenen kâr fonksiyonu Şekil 5.2 ile temsil edilmektedir.



Şekil 5.2: Model 2.1 Beklenen Kâr Fonksiyonu

Şekil 5.2 ile gösterilen fonksiyonunun yapısı incelendiğinde, optimal sipariş miktarının $Q_{21,norm}^f$ değerinden farklı olabileceği görülmektedir. Model 1'de olduğu gibi birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarından küçük kırılma noktalarından biri daha yüksek beklenen kâra sahip olabilmektedir. Bu nedenle, beklenen kâr fonksiyonunun yapısı incelenerek risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarını belirleyen çözüm prosedürü geliştirilmelidir. Bunun için öncelikle dışbükey aralıktaki optimal sipariş miktarı araştırılmıştır.

Önteorem 3. $(l-1)q \leq Q_t \leq lq$ olmak üzere, Q_{max}^{21} , $[0, (l-1)q]$ aralığındaki en yüksek beklenen kâra sahip sipariş miktarını gösteriyor olsun.

$$Q_{max}^{21} = \operatorname{argmax} \{ \pi_{21}(0), \pi_{21}((l-1)q) \} \quad (5.15)$$

İspat. $(l-1)q < Q_t \leq lq$ olmak üzere $\pi_{21}(Q_1)$, $[0, (l-1)q]$ aralığında artan dışbükey fonksiyon olduğundan $\pi_{21}(0)$ ve $\pi_{21}((l-1)q)$ değerlerinin incelenmesi

bu aralık için optimal sipariş miktarını belirlemede yeterlidir.

$\pi_0(Q_1)$, birinci sipariş için taşıma maliyetini içermeyen beklenen kâr fonksiyonu olsun.

Belirtildiği üzere, $\pi_0(Q_1)$ taşıma maliyetini içermeyen beklenen kâr fonksiyonudur. Dışbükey fonksiyonların yapısı göz önünde bulundurulduğunda, $\pi_0((i+1)q) - \pi_0(iq) > \pi_0(iq) - \pi_0((i-1)q)$, $i \in [0, l-1]$ olduğu söylenebilmektedir. Bu nedenle, eğer i 'inci ek konteynırın kiralanması kârlı değilse, birim konteynır kiralama maliyetlerinin artmayan yapıda olduğu varsayımı altında, $(i-1)$ 'inci ek konteynırın kiralanmasının da kârlı olmayacağı bilinmektedir. Beklenen kâr fonksiyonun belirtilen aralıkta artan yapıda fonksiyonlardan oluşuyor olması nedeni ile $\pi_0(iq) > \pi_0((i-1)q) \forall i \in [0, (l-1)q]$ olduğundan, $(l-1)$ 'inci ek konteynırın kullanılması kârlı ise $\pi_{21}(jq)$, $j = 0, \dots, l-2$ beklenen kârlılıklarının analiz edilmesine gerek yoktur. Bu durumda, $Q_{max}^{21} = (l-1)q$ olarak elde edilmektedir.

Öte yandan, $(l-1)$ 'inci ek konteynırın kullanılması kârlı değilse, $[0, l-1]$ aralığında hiç sipariş vermemek ilk sipariş için taşıma maliyetine katlanılmaması sebebi ile daha kârlı olmaktadır. Bu durumda ise $Q_1 = 0$, $[0, Q_t]$ aralığındaki en kârlı sipariş miktarıdır. \square

Benzer analiz içbükey aralık için de yapılmıştır.

Önteorem 4. $(k_1 - 1)q < Q_{21, norm}^f \leq k_1 q$ olmak üzere, $[Q_t, Q_{21, norm}^f]$ aralığında en yüksek beklenen kâra sahip sipariş miktarı ya $i^* q$, $i^* = 1, \dots, k_1 - 1$, ya da $Q_{21, norm}^f$ 'dur.

İspat. Beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarı, beklenen kâr fonksiyonunun içbükey yapısı göz önünde bulundurulduğunda, $(l-1)q < Q_t \leq lq$ olmak üzere, $[lq, Q_{21, norm}^f]$ aralığındadır. Bunun nedeni, içbükey fonksiyonların yapısı gereği $\pi_{21}(Q_t) \leq \pi_{21}(lq)$ olması ve beklenen kâr fonksiyonunun $Q_{21, norm}^f$ 'dan büyük sipariş miktarları için azalan yapıda olmasıdır.

$Q_{21, norm}^f$ 'dan küçük sipariş miktarları için $\pi_{21}(Q_1)$ fonksiyonunun yapısı incelendiğinde, bu fonksiyonu oluşturan her bir fonksiyonun artan içbükey yapıda olduğu gözlemlenmektedir. Belirtilen her bir problem için en yüksek beklenen

kâra sahip sipariş miktarı, her bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralığın üst sınırıdır. Başka bir deyişle, $[(n-1)q, nq]$, $n = l, \dots, k_1 - 1$ aralığında nq en yüksek beklenen kâra sahip sipariş miktarıdır. $[k_1 - 1, k_1]$ aralığında ise $Q_{21, norm}^f$ değeri en yüksek beklenen kâra sahiptir. Bu durumda $[Q_t, Q_{norm}^f]$ aralığında en yüksek beklenen kâra sipariş miktarı aranırken, $Q_{21, norm}^f$ ve nq , $n = l, \dots, k_1 - 1$ değerlerine ait beklenen kârlılıkların incelenmesi yeterlidir. \square

Ön teorem 4 ile belirtildiği üzere, beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarı belirlenirken, $Q_{21, norm}^f$ değerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu değer birinci türev koşulu kullanılarak elde edilmesi oldukça zordur. $Q_{21, norm}^f$ değerini elde etmek için bir üst sınır belirlenmekte ve bu üst sınır göz önünde bulundurularak belirli bir aralık boyunca arama yapılmaktadır. Üst sınır belirlenirken, ikinci sipariş seçeneğinin yok satma maliyetini azaltmak için kullanıldığı ve risk nötral alıcının ilk sipariş ile klasik problemde olduğundan daha az miktarda sipariş vererek ikinci sipariş seçeneğinin getirisini kullanıyor olduğu göz önünde bulundurulmaktadır. Bu durumda, klasik problem için belirlenen ve Q_0^* ile gösterilen optimal sipariş miktarı, $Q_{21, norm}^f$ değeri için bir üst sınır olarak kullanılabilir.

$$Q_0^* = F^{-1}\left(\frac{p - c_1 + s}{p - v + s}\right)$$

$$(k_0 - 1)q < Q_0^* \leq k_0q \quad (5.16)$$

Yukarıdaki eşitlik ile ifade edilen üst sınır değerini dikkate alan bir arama metodu kullanılarak $Q_{21, norm}^f$ elde edilmekte ve ön teorem 3 ve ön teorem 4'den yararlanılarak beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarı belirlenmektedir.

Teorem 3. *İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talebin Normal dağılımlı olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ifade edilebildiği durumda risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarı Algoritma 3 ile elde edilmektedir.*

Algoritma 3 Model 2.1 - Normal Dağılımlı Talep Altında Optimal Sipariş Miktarının Belirlenmesi

Adım 1. Q_0^* ve Q_t değerlerini bul.

$(k_0 - 1)q < Q_0^* \leq k_0q$, ve $(l - 1)q < Q_t \leq lq$ olsun.

Adım 2. $d'(iq) = \left. \frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} \right|_{Q_1 \rightarrow iq}$ olmak üzere,

$d'(iq)$, $i = l, \dots, k_0$ değerlerini hesapla.

Eğer herhangi bir i için, $[d'(i - 1)q] * [d'(iq)] < 0$, ise $n = i$ yap ve dur.

$Q_{21,norm}^f = \underset{Q_1}{argmax} \{ \pi_{21}(Q_1), Q_1 = (n - 1)q, \dots, nq \}$ ve $(n - 1)q < Q_{21,norm}^f \leq nq$.

Adım 3. $i_1 = l, \dots, n$ için $\pi_{21}(i_1q)$ değerini hesapla.

$i_1^* = \underset{i_1}{argmax} \{ \pi_{21}(i_1q), i_1 = l, \dots, n \}$

Adım 4. $\pi_{21}(0)$ ve $\pi_{21}((l - 1)q)$ değerlerini hesapla.

$i_2^* = \underset{i_2}{argmax} \{ \pi_{21}(i_2q), i_2 = 0, l - 1 \}$

Adım 5. $Q_{21,norm}^* = \underset{Q_1}{argmax} \{ \pi_{21}(i_1^*q), \pi_{21}(i_2^*q), \pi_{21}(Q_{21,norm}^f) \}$

5.2 Tek Konteynır Limitli İkinci Sipariş

Model 2.2, ikinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiğini ve her iki sipariş için de taşıma maliyetine katlanıldığını dikkate alarak risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarının belirlenmesini amaçlamaktadır.

Belirtildiği üzere, ikinci sipariş seçeneği ile bir birimi edinmenin maliyeti ilk sipariş seçeneğine göre daha yüksek olduğundan alıcı gerçekleşmesi beklenen talebi ilk sipariş ile karşılamayı tercih etmektedir. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda, dönem içerisinde karşılanamayarak ertelenen talep miktarının genellikle bir konteynır kapasitesinden az olması beklenmektedir. Öte yandan, ikinci sipariş için üreticinin de belirli bir üretim kapasitesi ayırması gerekmektedir ve çoğunlukla ayırdığı kapasite limitlidir. Hem alıcının tek konteynır kapasitesinden az sipariş vereceği hem de üreticinin ikinci sipariş için ayırdığı kapasitenin tek konteynır kapasitesi ile ifade edilebileceği düşünülerek Model 2.2 ele alınmaktadır. Bu model, gerçekte sıklıkla karşılaşılan bir durumu ele alıyor olmasının yanı sıra, ikinci siparişin birden fazla konteynır ile taşınabildiği durumlarda, $m > 1$, problemin analiz edilmesine büyük kolaylık sağlamaktadır.

$\Pi_{22}(Q_1, x)$ ve $\pi_{22}(Q_1) = E_x[\Pi_{22}(Q_1, x)]$ sırası ile Model 2.2 için kâr fonksiyonu ve beklenen kâr fonksiyonunu ifade etmektedir. Bu model için de, ikinci sipariş seçeneğinin kullanılmasını kârlı kılan sipariş miktarı başka bir deyişle başabaş değeri, Q'_1 , 5.3 ile gösterildiği gibidir.

$$\Pi_{22}(Q_1, x) = \begin{cases} px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1) & x \leq Q_1 \\ (p - c_1)Q_1 - s(x - Q_1) - T_1(Q_1) & Q_1 < x < Q'_1 \\ (p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(x - Q_1) & Q'_1 \leq x \leq Q_1 + q \\ -T_1(Q_1) - T_{21} & \\ (p - c_1)Q_1 + (p - c_2)q - s(x - Q_1 - q) & Q_1 + q < x \leq \infty \\ -T_1(Q_1) - T_{21} & \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\pi_{22}(Q_1) &= \int_0^{Q_1} [px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1)] f(x)dx \\
&+ \int_{Q_1}^{Q'_1} [(p - c_1)Q_1 - s(x - Q_1) - T_1(Q_1)] f(x)dx \\
&+ \int_{Q'_1}^{Q_1+q} [(p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(x - Q_1) - T_1(Q) - T_{21}] f(x)dx \\
&+ \int_{Q+q}^{\infty} [(p - c_1)Q_1 + (p - c_2)q - s(x - Q_1 - q) - T_1(Q_1) - T_{21}] f(x)dx
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Önerme 5. İkinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu durumda, beklenen kâr fonksiyonu içbükey fonksiyonlardan oluşan parçalı bir fonksiyondur ve optimal sipariş miktarı ilgili beklenen kâr fonksiyonu kullanılarak Algoritma 1 ile elde edilebilmektedir.

İspat. Beklenen kâr fonksiyonunun parçalı yapısı, tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetlerinden kaynaklanmaktadır. $\pi_{22}(Q_1)$ için birinci ve ikinci türevler sırası ile Eşitlik 5.18 ve Eşitlik 5.19 ile ifade edilmektedir.

$$\frac{d\pi_{22}(Q_1)}{dQ_1} = -(p - v + s) F(Q_1) + (p - c_2 + s) [F(Q'_1) - F(Q_1 + q)] + (p - c_1 + s) \tag{5.18}$$

$$\frac{d^2\pi_{22}(Q_1)}{dQ_1^2} = -(p - v + s) f(Q_1) + (p - c_2 + s) [f(Q'_1) - f(Q_1 + q)] \tag{5.19}$$

Önerme 3 ile benzer şekilde, artmayan yapıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonları, $f(\cdot)$, için Eşitlik 5.19 ile belirtilen ifadenin negatif değerler alacağı görülmektedir. Bu durumda, talep düzgün dağılım ya da üssel dağılım gibi artmayan olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip dağılımlarla ifade edilebiliyorsa beklenen

kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonlar içbükey yapıdadır.

Beklenen kâr fonksiyonunun içbükey yapıda olması optimal sipariş miktarının Algortima 1 kullanılarak bulunmasına imkan sağlamaktadır. Algortima 1'de $\pi_1(Q_1)$ beklenen kâr fonksiyonu yerine $\pi_{22}(Q_1)$ fonksiyonu kullanılmalıdır.

□

Normal dağılım, talep dağılımlarının ifade edilmesinde sıklıkla kullanılmaktadır. Bu nedenle artmayan yapıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip dağılımlara ek olarak rassal talebin normal dağılımla ifade edildiği durum incelenmektedir.

Önteorem 5. *İkinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının normal dağılım ile temsil edilebildiği durumda, öyle bir Q_s değeri vardır ki, beklenen kâr fonksiyonunun ikinci türevi alabileceği en yüksek değere sahiptir. Bu değer pozitif olması durumunda beklenen kâr fonksiyonunun dışbükey özelliğe sahip olduğu bir aralık vardır.*

İspat. Beklenen kâr fonksiyonunun ikinci türev ifadesinde, normal dağılımlı talep için olasılık yoğunluk fonksiyonu yerine yazıldığında ve gerekli sadeleştirmeler yapıldığında beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonların içbükey yapıda olabilmesi için Eşitlik 5.20 ile belirtilen koşulun sağlanması gerektiği görülmektedir.

$$\frac{d^2\pi_{22}(Q_1)}{dQ_1^2} \leq 0$$

$$\exp\left\{\frac{-\Delta_1}{2\sigma^2}[2(Q_1 - \mu) + \Delta_1]\right\} - \exp\left\{\frac{-q}{2\sigma^2}[2(Q_1 - \mu) + q]\right\} \leq \frac{p + s - v}{p - c_2 + s} \quad (5.20)$$

Eşitlik 5.20'ü oluşturan terimler aşağıdaki gibi ifade ediliyor olsun.

$$E_1 = \exp\left\{\frac{-\Delta_1}{2\sigma^2}[2(Q_1 - \mu) + \Delta_1]\right\}$$

$$E_2 = \exp \left\{ \frac{-q}{2\sigma^2} [2(Q_1 - \mu) + q] \right\}$$

$E_1 - E_2$ farkının en yüksek değere sahip olduğu sipariş miktarı Q_s ile gösteriliyor olsun. Bu farkın en yüksek değeri için içbükeylik koşulu sağlamıyorsa diğer tüm değerler için de koşul sağlanmaktadır. Farkın değeri incelenirken E_1 ve E_2 'nin türevlerinden ve azalan yapıda olmalarından yararlanılabilir. Bu ifadelerin birinci türevleri Eşitlik 5.21 ile belirtildiği gibidir.

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dQ_1} &= \frac{-\Delta_1}{2\sigma^2} \exp \left\{ \frac{-\Delta_1}{2\sigma^2} [2(Q_1 - \mu) + \Delta_1] \right\} \\ \frac{dE_2}{dQ_1} &= \frac{-q}{2\sigma^2} \exp \left\{ \frac{-q}{2\sigma^2} [2(Q_1 - \mu) + q] \right\} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Belirtilen iki türev ifadesinin de negatif değerli olduğu görülmektedir. E_1 ve E_2 'den daha yüksek birinci türev değerine sahip olanın azalış hızı daha fazladır. Bu durumda E_2 'ye ait birinci türev değeri daha yüksek olduğunda yani E_2 daha hızlı azaldığında $E_1 - E_2$ farkının artacağı gözlemlenmektedir. Bu durumda, farkın en yüksek değere sahip olduğu sipariş miktarı Q_s Eşitlik 5.22 ile bulunabilir.

$$\frac{dE_1}{dQ_1} - \frac{dE_2}{dQ_1} \leq 0 \quad (5.22)$$

$$Q_1 \geq \mu - \frac{q}{2} - \frac{\Delta}{2} - \frac{\sigma^2}{q - \Delta} \ln \frac{\Delta}{q} \quad (5.23)$$

$$(5.24)$$

Bu durumda, yukarıda belirtilen koşulu sağlayan Q_1 değerleri için E_2 'nin azalış hızının E_1 'den daha fazla olduğu dolayısıyla $E_1 - E_2$ farkının Eşitlik 5.20 ile belirtilen içbükeylik koşulunun sağlamayabileceği görülmektedir. Özetle, E_1 ve E_2 azalan olduğundan ve E_1 fonksiyonu E_2 fonksiyonunu üstten ve tek bir değerde kestiğinden, farkın en yüksek değere sahip olduğu sipariş miktarı Q_s , $\frac{dE_1}{dQ_1} = \frac{dE_2}{dQ_1}$ koşulunu sağlayan değerdir ve aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$Q_s = \mu - \frac{q}{2} - \frac{\Delta}{2} - \frac{\sigma^2}{q - \Delta} \ln \frac{\Delta}{q} \quad (5.25)$$

Eğer Eşitlik 5.20'ün sol tarafının Q_s 'de aldığı değer, $\frac{p+s-v}{p-c_2+s}$ olarak verilen sağ tarafının değerinden küçükse, başka bir deyişle ikinci türev ifadesinin alabileceği en yüksek değer için beklenen kâr fonksiyonu içbükey yapıda fonksiyonlardan oluşuyor ise diğer tüm aralıklarda da içbükey fonksiyonlardan oluştuğu söylenebilmektedir.

$$\lim_{Q_1 \rightarrow Q_s} \frac{d^2 \pi_{22}(Q_1)}{dQ_1^2} \leq 0 \rightarrow \frac{d^2 \pi_{22}(Q_1)}{dQ_1^2} \leq 0, \quad \forall Q_1$$

Öte yandan, eğer Q_s değerinde beklenen kâr fonksiyonunun ikinci türevi pozitif değer alıyor ise beklenen kâr fonksiyonunun dışbükey özellikte olduğu bir aralık vardır ve Q_s değeri bu aralıkta bulunmaktadır. Bu aralığın dışında beklenen kâr fonksiyonu içbükey özellikte fonksiyonlardan oluşmaktadır. \square

Önteorem 6. *Beklenen kâr fonksiyonunun dışbükey bir aralığa sahip olması durumunda öyle Q_{t_1} ve Q_{t_2} , $Q_a \leq Q_{t_1} \leq Q_s \leq Q_{t_2} \leq Q_t$, değerleri vardır ki, $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonlar dışbükey ve diğer sipariş miktarları için içbükey özelliktedirler.*

$$\begin{aligned} Q_a &= \mu - \frac{\Delta}{2} - \frac{q}{2} \\ Q_t &= \mu - \frac{\sigma^2 \ln \alpha}{\Delta} - \frac{\Delta}{2} \end{aligned} \quad (5.26)$$

İspat. Belirtildiği üzere, Q_s değeri için beklenen kâr fonksiyonu dışbükey özellikte ise $Q_s \in [Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ olmak üzere beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonların dışbükey özelliğe sahip olduğu bir aralık vardır. Bu aralığın sınır değerlerinin belirlenebilmesi için, Eşitlik 5.20'in köklerinin bulunması gerekmektedir. Oysa bu eşitlik incelendiğinde, köklerin bulunmasının zorluğu görülmektedir. Bu nedenle sınırları belirlenmesi nispeten daha kolay bir aralık olan ve $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığını kapsayan $[Q_a, Q_t]$ aralığı tanımlanmaktadır.

Belirtilen aralığın alt sınırı, Q_a , elde edilirken içbükey olma koşulunu ifade eden

Eşitlik 5.20'ün sol tarafının, $\frac{p-v+s}{p-c_2+s}$, matematiksel kolaylıklardan yararlanmak için sıfıra eşit olduğu varsayılmaktadır. Bu durumda Q_a aşağıdaki ifade kullanılarak elde edilir.

$$\exp \left\{ \frac{-\Delta_1}{2\sigma^2} [2(Q_1 - \mu) + \Delta_1] \right\} - \exp \left\{ \frac{-q}{2\sigma^2} [2(Q_1 - \mu) + q] \right\} \leq 0$$

$$Q_1 \geq \mu - \frac{\Delta}{2} - \frac{q}{2}$$
(5.27)

Dışbükey özelliğe sahip aralığın üst sınırı elde edilirken, beklenen kâr fonksiyonunun yapısı kesin olarak bilinen Model 2.1'e ait ikinci türev koşulundan yararlanılmaktadır. Model 2.2 ve Model 2.1'e ait beklenen kâr fonksiyonlarının ikinci türev ifadeleri arasındaki ilişki Eşitlik 5.28 ile gösterilmektedir.

$$\frac{d^2\pi_{22}(Q_1)}{dQ_1^2} = \frac{d^2\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1^2} - (p - c_2 + s)f(Q_1 + q)$$
(5.28)

Eşitlik 5.28 incelendiğinde, $-(p - c_2 + s)f(Q_1 + q)$ ifadesinin sürekli azalan yapıda ve negatif değerli olduğu gözlemlenmektedir. Model 2.1 için içbükey özelliğe sahip sipariş miktarlarında $\frac{d^2\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1^2} \leq 0$ olduğundan, aynı sipariş miktarları için Eşitlik 5.28 ifadesi de $-(p - c_2 + s)f(Q_1 + q)$ değerinin negatif ve azalan yapıda olması nedeniyle, negatif değerler almaktadır. Bu durumda Model 2.1'in içbükey özelliğe sahip olduğu sipariş miktarları için Model 2.2'de içbükey özelliğe sahiptir. Daha önce belirtildiği üzere, Model 2.1'e ait beklenen kâr fonksiyonu sadece Q_t değerinden büyük sipariş miktarları için içbükey yapıdadır. Böylece, Model 2.2'ye ait beklenen kâr fonksiyonunun da Q_t değerinden büyük sipariş miktarları için içbükey yapıda olduğu söylenebilir. Sonuç olarak, dışbükey özelliğe sahip sipariş miktarlarının Q_t değerinden küçük olması gerekmektedir. Bu durumda, Q_t , $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığını kapsayan aralığın üst sınırı olarak kullanılabilir. Özetle, Model 2.2 için beklenen kâr fonksiyonu, $Q_1 < Q_{t_1}$ ve $Q_1 > Q_{t_2}$ sipariş miktarları için içbükey yapıda ve diğer sipariş miktarları için, $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$, dışbükey yapıda fonksiyonlardan oluşmaktadır. \square

Beklenen kâr fonksiyonunun artan ya da azalan yapıda olması fonksiyonun yapısının belirlenmesinde önemlidir.

Önteorem 7. *Model 2.2 için beklenen kâr fonksiyonu, $[0, Q_t]$ aralığında artan fonksiyonlardan oluşmaktadır.*

İspat. Model 2.2 ve Model 2.1'e ait beklenen kâr fonksiyonlarının birinci türev ifadeleri arasındaki ilişkiden yararlanılarak $\pi_{22}(Q_1)$ 'in artan olduğu aralık belirlenebilir. Bu ilişki, Eşitlik 5.29 ile gösterilmektedir.

$$\frac{d\pi_{22}(Q_1)}{dQ_1} = \frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} + (p - c_2 + s)[1 - F(Q_1 + q)] \quad (5.29)$$

Önteorem 1 ile belirtildiği üzere Model 2.1 için beklenen kâr fonksiyonu $[0, Q_t]$ aralığında artan dışbükey yapıdadır. Öte yandan Eşitlik 5.29 incelendiğinde $(p - c_2 + s)[1 - F(Q_1 + q)]$ ifadesinin sürekli azalan yapıda ve pozitif değerli olduğu görülmektedir. Bu durumda, $[0, Q_t]$ aralığında Eşitlik 5.29 da pozitif değerlidir ve Model 2.2'ye ait beklenen kâr fonksiyonu bu aralıkta artan yapıdadır. Özetle, $0 < Q_{t_1} < Q_{t_2} \leq Q_t$ olduğu bilgisinden ve Önteorem 6 ve Önteorem 7'dan yola çıkarak Model 2.2'ye ait beklenen kâr fonksiyonunun $[0, Q_{t_1}]$ aralığında artan içbükey yapıda, $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında artan dışbükey yapıda olacağı gösterilmektedir. \square

Bu bilgilerden yararlanarak normal dağılımlı talep altında, Model 2.2 için beklenen kâr fonksiyonunun yapısı belirlenebilmektedir.

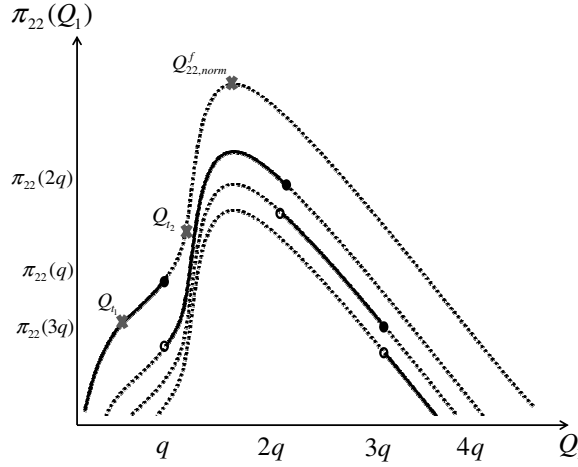
Önerme 6. *İkinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının normal dağılım ile temsil edilebildiği durumda, beklenen kâr fonksiyonu tek tepeli içbükeyimsi yapıda parçalı bir fonksiyondur ve $Q_{22,norm}^f$ birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarıdır.*

İspat. Beklenen kâr fonksiyonunun sürekli yapısı ve $[0, Q_t]$ aralığında artan olması sebebi ile $Q_{22,norm}^f$ değerinin içbükey özellik gösterdiği bilgileri göz önünde bulundurulduğunda $Q_{22,norm}^f$ değerinin tek olduğu açıktır. Öte yandan, beklenen

kâr fonksiyonunun $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında dışbükey özellikte ve kalan aralıklarda içbükey özellikte olduğu Önteorem 6 ile gösterilmektedir. Tüm bu bilgilerden yararlanarak, Model 2.2 için beklenen kâr fonksiyonunun tek tepeli içbükeyimsi bir fonksiyon olduğu söylenebilir.

□

Tek konteynır limitli ikinci sipariş seçeneğinin bulunduğu durumu ele alan Model 2.2 için beklenen kâr fonksiyonu Şekil 5.3 ile temsil edilmektedir.



Şekil 5.3: Tek Konteynır Limitli İkinci Sipariş Beklenen kâr Fonksiyonu

Çalışmanın ilerleyen kısımlarında optimal sipariş miktarının belirlenmesi için gerekli özellikler tartışılmaktadır.

Önteorem 8. *İkinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve rassal talebin normal dağılımla ifade edildiği durumunda, risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarı $Q_{22,norm}^0$ ile gösteriliyor olsun. Bu durumda, $Q_{22,norm}^0 \leq Q_{22,norm}^f$ 'dır ve ya $Q_{22,norm}^0 = Q_{22,norm}^f$ ya da $Q_{22,norm}^0 = n^*q$ 'dir.*

İspat. Beklenen kâr fonksiyonunun parçalı yapısı göz önünde bulundurulduğunda, $(i-1)q < Q_1 \leq iq, \forall iq \leq Q_{22,norm}^f$ aralığında en yüksek beklenen kâra sahip sipariş miktarı iq olmaktadır. Bu sebeple, optimal sipariş miktarı belirlenirken daha önce geliştirilen algoritmalar ile belirtildiği gibi $Q_{22,norm}^f$ 'dan küçük kırılma

noktalarındaki beklenen kârlılıkların ve $Q_{22,norm}^f$ değeri için beklenen kârlılığın hesaplanması yeterlidir.

Beklenen kâr fonksiyonunun Q_s 'deki ikinci türev değerine bağlı olarak kimi durumlarda $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında dışbükey özellikte olması çözüm algoritmasının farklılık göstereceği düşünülebilir. Ancak, $[Q_a, Q_t]$ aralığının genişliği $\frac{q}{2}$ olduğundan $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında en fazla bir tane kırılma noktası vardır. Dışbükey aralığın kırılma noktası içermesi durumunda, $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında en yüksek beklenen kâra sahip sipariş miktarı ya bu aralıktaki kırılmadır noktası ya da Q_{t_2} değeridir. Ancak, $(k_{t_2} - 1)q < Q_{t_2} \leq k_{t_2}q$ olmak üzere Q_{t_2} artan yapı sebebi ile $k_{t_2}q$ tarafından başatlanacağından sadece kırılma noktasının incelenmesi yeterlidir. Dışbükey aralığın kırılma noktası içermemesi durumunda, bu aralıktaki tüm sipariş miktarları benzer sebeple $k_{t_2}q$ tarafından başatlanır. Özetle, beklenen kâr fonksiyonunun $[Q_{t_1}, Q_{t_2}]$ aralığında dışbükey özelliğe sahip olması çözüm yöntemi bakımından farklılık gerektirmemektedir. \square

Teorem 4. *İkinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının normal dağılım ile ifade edilebildiği durumda, ilgili beklenen kâr fonksiyonu kullanıldığında, Algoritma 1 risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarını vermektedir.*

5.3 m Konteynır Limitli İkinci Sipariş

Bu modelde, ikinci siparişin her biri limitli kapasitede birden fazla konteynır ile taşınabildiği ve her iki sipariş için taşıma maliyetine katlanıldığı durumda risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleen sipariş miktarının belirlenmesi problemi ele alınmaktadır.

İkinci sipariş için taşıma ve edinme maliyetlerinin ilk siparişe göre daha yüksek olması risk nötral alıcının gerçekleşecek talebi genellikle ilk sipariş ile karşılamayı tercih edeceğini düşündürmektedir. Ancak talepteki belirsizliğin çok yüksek olduğu durumlarda ilk sipariş ile karşılanamayarak ertelenen talep miktarı tek konteynır kapasitesinden fazla olabilmektedir. Bu durumda, yüksek yok satma maliyetleri için talebin katlanılacak taşıma ve edinme maliyetlerine rağmen ikinci sipariş ile karşılanması ertelenmesinden daha kârlı olabilmektedir. Belirtilen durumu göz önünde bulundurularak oluşturulan Model 2.3 ertelenen talebin taşınmasında m tane konteynırın gerekli olduğunu varsaymaktadır ($m > 1$).

Risk nötral alıcının ikinci sipariş için m tane konteynıra ihtiyaç duyduğu durumda, her bir ek konteynırın kullanılması kararı Eşitlik 5.1 ile ifade edilen başabaş değeri ile ilişkilidir. Belirtildiği üzere başabaş değeri, ertelenen talebin i 'inci ek konteynır ile karşılanan kısmından elde edilecek ek kazanç ile bu konteynır kullanılmayarak yok satmaya katlanması durumunda oluşacak ek maliyete bağlıdır. Belirtilenler doğrultusunda risk nötral alıcı ya ikinci sipariş ile ertelenen talebin tamamını karşılamaktadır ya da karşılanamayan talep miktarına bağlı olarak yok satma maliyetine katlanmaktadır. i 'inci konteynır için *eşik değeri* aşağıdaki gibidir.

$$Q_1^i = \frac{T_{2i}}{p - c_2 + s} + Q_1 + (i - 1)q, \quad i = 1, \dots, m$$

Model 2.3 için kâr fonksiyonu ve beklenen kâr fonksiyonu sırası ile $\Pi_{23}(Q_1, x)$ ve $\pi_{23}(Q_1) = E_x[\Pi_{23}(Q_1, x)]$ ile gösterilmektedir.

$$\Pi_{23}(Q_1, x) = \begin{cases} px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1) & x \leq Q_1 \\ (p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(i - 1)q & Q_1 + iq < x \leq Q_1'^{i+1}, \\ -s(x - Q_1 - iq) - T_1(Q_1) - T_2(x - Q_1) & i = 1, \dots, m - 1, m > 1 \\ (p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(x - Q_1) & Q_1'^i < x \leq Q_1 + iq, \\ -T_1(Q_1) - T_2(iq) & i = 1, \dots, m - 1, m > 1 \\ (p - c_1)Q_1 + (p - c_2)mq & Q_1 + mq < x, m > 1 \\ -s(x - Q_1 - mq) - T_1(Q_1) - T_2(mq) & \end{cases} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} \pi_{23}(Q_1) &= \int_0^{Q_1} (px - c_1Q_1 + v(Q_1 - x) - T_1(Q_1)) f(x) dx \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} \int_{Q_1+iq}^{Q_1'^{(i+1)}} ((p - c_1)Q_1 + (p - c_2)iq - s(x - Q_1 - iq) \\ &- T_1(Q_1) - T_2((i - 1)q)) f(x) dx \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} \int_{Q_1'^{i+1}}^{Q_1+(i+1)q} ((p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(x - Q_1) \\ &- T_1(Q_1) - T_2(x - Q_1)) f(x) dx \\ &+ \int_{Q_1+mq}^{\infty} ((p - c_1)Q_1 + (p - c_2)mq - s(x - Q_1 - mq) \\ &- T_1(Q_1) - T_2(mq)) f(x) dx \end{aligned} \quad (5.31)$$

Önerme 7. İkinci siparişin kapasitesi belirli birden fazla konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu durumda, beklenen kâr fonksiyonu içbükey fonksiyonlardan oluşan parçalı bir fonksiyondur.

İspat. Beklenen kâr fonksiyonu tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetleri nedeni ile parçalı yapıdadır. $\pi_{23}(Q_1)$ için birinci ve ikinci türevler sırası ile Eşitlik 5.32 ve Eşitlik 5.33 ile ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_{23}(Q_1)}{dQ_1} &= -(p - v + s) F(Q_1) \\ &+ (p - c_2 + s) \sum_{i=1}^m [F(Q_1^i) - F(Q_1 + iq)] + (p - c_1 + s) \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\frac{d^2\pi_{23}(Q_1)}{dQ_1^2} = -(p - v + s) f(Q_1) + (p - c_2 + s) \sum_{i=1}^m [f(Q_1^i) - f(Q_1 + iq)] \quad (5.33)$$

Önerme 3 ve Önerme 5 ile benzer şekilde, talep dağılımının düzgün dağılım ya da üssel dağılım gibi artmayan yapıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonları ile ifade edilebildiği durumlarda, beklenen kâr fonksiyonunun ikinci türevinin negatif değerler alacağı görülmektedir. Bu durumda, artmayan olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip talep dağılımları için beklenen kâr fonksiyonunu oluşturan fonksiyonların içbükey yapıda olduğu söylenebilmektedir.

□

Teorem 5. *İkinci siparişin kapasitesi limitli birden fazla konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu durumda, risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen sipariş miktarı, ilgili beklenen kâr fonksiyonu kullanılarak Algoritma 1 ile elde edilmektedir.*

Artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip talep dağılımları (örneğin; düzgün dağılım, üssel dağılım) için kesin çözüm elde edilebiliyor iken, normal dağılımlı talep için kesin çözüm elde edilememiştir. Bu durum için yapılan deneysel çalışmalara ve çalışma boyunca edinilen öngörülere dayanarak birtakım çıkarımlarda bulunulmuş ve sezgisel bir yaklaşım geliştirilmiştir.

Gözlem 1. *İkinci siparişin kapasitesi belirli birden fazla konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının normal dağılım ile ifade edilebildiği durumda, beklenen kâr fonksiyonunun en fazla m tane dışbükey aralık içeren içbükeyimsi fonksiyonlardan oluştuğu ön görülmektedir.*

Model 2.3 için beklenen kâr fonksiyonunun ikinci türevi Eşitlik 5.33 ile ifade edildiği gibidir. Bu ifadeden görülmektedir ki, $Q_1 + mq \leq \mu$ koşulunu sağlayan sipariş miktarları için beklenen kâr fonksiyonu içbükey özelliindedir. Ancak ikinci türev ifadesinin analitik karmaşıklığından dolayı belirtilen koşulu sağlamayan sipariş miktarları için beklenen kâr fonksiyonunun yapısı belirlenmemektedir. Bu nedenle, beklenen kâr fonksiyonunun yapısı kesin olarak bilinen Model 2.1'e ait birinci ve ikinci türev ifadeleri kullanılarak Model 2.3 için beklenen kâr fonksiyonunun yapısı hakkında fikir edinilebilir. Eşitlik 5.34 ve Eşitlik 5.35 sırası ile Model 2.3 ve Model 2.1'e ait birinci ve ikinci türev ifadeleri arasındaki farkları göstermektedir.

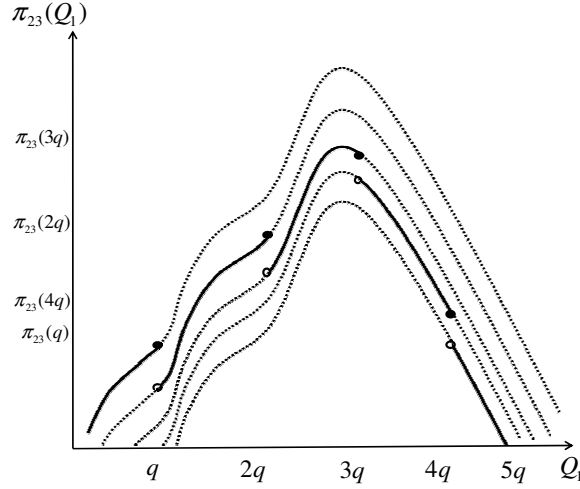
$$\frac{d\pi_{23}(Q_1)}{dQ_1} - \frac{d\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1} = (p - c_2 + s) \left\{ [1 - F(Q_1 + q)] + \sum_{i=2}^m [F(Q_1'^i) - F(Q_1 + iq)] \right\} \quad (5.34)$$

$$\frac{d^2\pi_{23}(Q_1)}{dQ_1^2} - \frac{d^2\pi_{21}(Q_1)}{dQ_1^2} = (p - c_2 + s) \left[-f(Q_1 + q) + \sum_{i=2}^m [f(Q_1'^i) - f(Q_1 + iq)] \right] \quad (5.35)$$

Eşitlik 5.35 incelendiğinde, bu ifadenin alacağı değerlerin Q_1 , $Q_1'^i$, $Q_1 + iq$ ve μ arasındaki ilişkiye bağlı olduğu görülmektedir. Belirtilen ilişki her bir i değeri için dört farklı durumla ifade edilebilmektedir: $Q_1 < Q_1'^i < Q_1 + iq \leq \mu + \frac{q-\Delta_i}{2}$ (1), $Q_1 < Q_1'^i \leq \mu + \frac{q+\Delta_i}{2} < Q_1 + iq$ (2), $Q_1 \leq \mu - \frac{q+\Delta_i}{2} < Q_1'^i < Q_1 + iq$ (3) ve $\mu \leq Q_1 < Q_1'^i < Q_1 + iq$ (4).

Belirtilen durumlardan, (1), (3) ve (4) için $f(Q_1'^i) - f(Q_1 + iq) < 0$ olduğundan Eşitlik 5.35 ile belirtilen ifadenin negatif değerler aldığı dolayısıyla Model 2.1 altında içbükey özelliğe sahip sipariş miktarları için Model 2.3'e ait beklenen kâr fonksiyonunun da içbükey yapıdaki fonksiyonlardan oluştuğu görülmektedir. Durum (2) içinse $f(Q_1'^i) - f(Q_1 + iq) > 0$ olduğundan Eşitlik 5.35 pozitif ya da negatif değerler alabilmektedir. $\forall i = 1, \dots, m$ için en fazla bir kez, Durum

(2) altında, Eşitlik 5.35'in değerine bağlı olarak beklenen kâr fonksiyonunun dışbükey yapıda olması söz konusu olabildiğinden toplamda en fazla m tane aralıkta beklenen kâr fonksiyonu dışbükey yapıda olabilmektedir.



Şekil 5.4: m Konteynır Limitli Durum için Beklenen Kâr Fonksiyonu

Model 2.3 için birinci türev koşulunu sağlayan tek bir sipariş miktarının varlığı dışbükey yapıdaki sipariş miktarları için beklenen kâr fonksiyonunun artan yapıda olmasına ve Eşitlik 5.34 ifadesinin pozitif değerli azalan yapıda olmasına bağlıdır. Beklenen kâr fonksiyonunun bu özellikleri taşıdığı analitik olarak gösterilemediğinden birinci türev koşulunu sağlayan tek bir sipariş miktarı olduğu da gösterilememektedir. Ancak yapılan kapsamlı hesapsal çalışmalardaki sonuçlardan yola çıkılarak Model 2.3'e ait beklenen kâr fonksiyonunun Şekil 5.4 ile ifade edildiği gibi en fazla m tane dışbükey aralık içeren içbükeyimsi parçalı fonksiyon olduğu görülmüştür.

5.3.1 Sezgisel Yöntem

Model 2.3'e ait beklenen kâr fonksiyonunun yapısı problemin analitik zorluğu nedeni ile kesin olarak belirlenememektedir. Bu nedenle ikinci sipariş için birden fazla konteynırın kullanılabilirdiği ve talebin normal dağılım ile ifade edildiği durumda risk nötral alıcının beklenen kârını enbüyükleyen sipariş miktarını belirlemede kullanılacak bir sezgisel yöntem önerilmektedir. Bu sezgisel yöntem

temel olarak ikinci sipariş için birden fazla konteynır kullanılan problemin, beklenen kâr fonksiyonunun yapısı kesin olarak bilinen tek konteynır limitli ikinci sipariş seçeneğinin bulunduğu probleme indirgenmesine dayanmaktadır.

Bu çözüm yönteminde, ikinci sipariş için m tane konteynırın kullanılabilceği varsayılısın. Risk nötral alıcının beklenen kârını enbüyüklemeye, ikinci siparişin taşınması için uygun olan m tane konteynırdan kaç tanesinin kullanılması gerektiği belirlenmelidir. Bu amaçla ilk aşamada ikinci sipariş için tek bir konteynır kullanıldığı durumda beklenen kârı enbüyükleyen ilk sipariş miktarı belirlenmekte ve karşılık gelen beklenen kârlılık hesaplanmaktadır. Sonraki aşamada ise ikinci sipariş için iki konteynırın kullanıldığı durum ele alınmaktadır. Bu durum incelenirken, ikinci siparişte kullanılan ilk konteynır kararının başlangıçta verildiği kabul edilmekte ve ek bir konteynır daha kullanılmasının kârlı olup olmadığı incelenmektedir. İkinci sipariş için ek *bir* konteynır kullanılması kararı söz konusu olduğundan, ikinci sipariş için $m = 2$ konteynırın kullanıldığı problem $m = 1$ konteynır limitli probleme indirgenmektedir. Belirtilen indirgeme yapılırken, ikinci siparişte kullanılan ilk konteynır kapasitesi kadar ürünün stokta bulunduğu düşünülebilir. Bu ürünler için c_2 birim edinme maliyetine ve T_{21} taşıma maliyetine katlanıldığı göz önünde bulundurulmaktadır. Beklenen kâr fonksiyonu bu maliyetler göz önünde bulundurularak oluşturulduğunda, $m = 2$ konteynır limitli ikinci sipariş problemi Algoritma 5.3.1 ile çözümlenerek risk nötral alıcının beklenen kârını enbüyükleyen ilk sipariş miktarı elde edilmektedir.

Problem belirtilen yaklaşımla ikinci sipariş için i , $i > 1$, konteynırın kullanılabilceği durum için ele alındığında, $(i-1)q$ birim ürünün c_2 birim edinme maliyetine ve $\sum_{k=1}^{i-1} T_{2k}$ taşıma maliyetine katlanılarak sipariş edildiği ve başlangıçta elde bulunduğu varsayılmakta ve i 'inci ek konteynırın ikinci siparişte kullanılmasının kârlı olup olmadığı incelenmektedir. Bu durum için risk nötral alıcının beklenen kârını en büyükleyen ilk sipariş miktarı Algoritma 4 kullanılarak elde edilmektedir.

Özetle, Algoritma 4 belirtilen maliyetler kullanılarak oluşturulan beklenen kâr fonksiyonu için m defa tekrarlanmakta ve $i = 1, \dots, m$ olmak üzere her i değeri için optimal ilk sipariş miktarı belirlenmektedir. İkinci sipariş için i konteynır kullanılabilceği durumda belirlenen optimal ilk sipariş miktarı Q_1^i ile gösteriliyor

olsun. Belirtildiği üzere ikinci sipariş için i 'inci ek konteynırın kullanılabilirdiği problemde $(i - 1)q$ kadar ürünün başlangıçta elde bulunduğu varsayılmaktadır. Başka bir deyişle, bulunan ilk sipariş miktarı $(i - 1)q$ ürün elde varken gerekli olan sipariş miktarıdır. Bu durumda risk nötral alıcının beklenen kârını enbüyükleyen ilk sipariş miktarı, Q_1^{i*} , $Q_1^i + (i - 1)q$ olmaktadır. Her bir i değeri için optimal ilk sipariş miktarları, Q_1^{i*} , belirlendikten sonra Eşitlik 5.31 kullanılarak beklenen kârlılıklar hesaplanmaktadır. Bu beklenen kârlılıklar arasından en yüksek beklenen kâra sahip olan ilk sipariş miktarı sezgisel yaklaşımın çözümünü vermektedir.

İkinci siparişin kapasitesi limitli birden fazla konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının normal dağılımlı olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu ve c_2 birim edinme maliyetine ve $\sum_{k=1}^{i-1} T_{2k}$ taşıma maliyetine katlanılarak edinilen $(i - 1)q$ kadar ürünün başlangıçta elde bulunduğu durumda risk nötral alıcının beklenen kârı Eşitlik 5.36 ifadesi ile belirtilmektedir.

$$\begin{aligned}
\pi_{23,s}(Q_1 - (i - 1)q) = & \\
& \int_0^{Q_1+(i-1)q} (px - c_1Q_1 - c_2(i - 1)q + v(Q_1 + (i - 1)q - x) \\
& - T_1(Q_1) - T_2((i - 1)q)) f(x) dx \\
& + \int_{Q_1+(i-1)q}^{Q_1^i+(i-1)q} ((p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(i - 1)q \\
& - s(x - Q_1 - (i - 1)q) - T_1(Q_1) - T_2((i - 1)q)) f(x) dx \\
& + \int_{Q_1^i+(i-1)q}^{Q_1+iq} ((p - c_1)Q_1 + (p - c_2)(x - Q_1) \\
& - T_1(Q_1) - T_2(iq)) f(x) dx \\
& + \int_{Q_1+iq}^{\infty} ((p - c_1)Q_1 + (p - c_2)iq - s(x - Q_1 - iq) \\
& - T_1(Q_1) - T_2(iq)) f(x) dx \tag{5.36}
\end{aligned}$$

İkinci siparişin kapasitesi limitli birden fazla konteynır ile taşınabildiği ve talep dağılımının normal dağılımlı olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu

durumda, Algoritma 4 kullanılarak bulunan ilk sipariş miktarı risk nötral alıcının beklenen kârını en büyüklenmesi problemi için yaklaşık bir çözümdür.

Algoritma 4 Normal Dağılımlı Talep Altında Model 2.3 - Sezgisel Yöntem

Adım 1. $\forall i, i = 1, \dots, m, \pi_{23,s}(Q_1 - (i - 1)q)$ beklenen kâr fonksiyonunu kullanarak Algoritma 4 ile Q_1^i değerini bul.

Adım 2. $\forall i, i = 1, \dots, m,$ için Q_1^{i*} değerini ve $\pi_{23}(Q_1^{i*})$ beklenen kârını hesapla.

$$Q_1^{i*} = Q_1^i + (i - 1)q$$

Adım 3. $Q_{23,norm}^* = \underset{Q_1^{i*}}{\operatorname{argmax}} \{ \pi_{23}(Q_1^{i*}), i = 1, \dots, m \}$

6. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

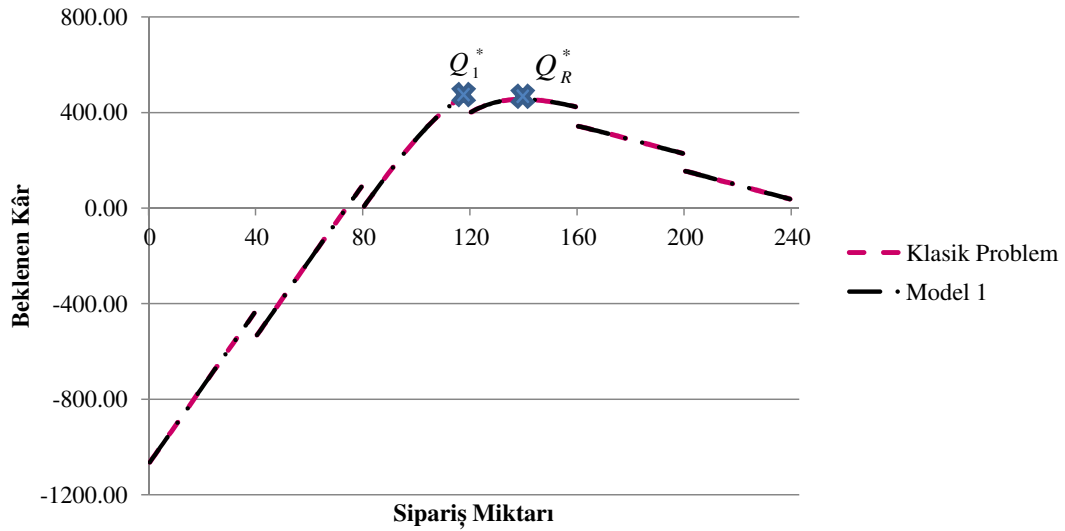
Bu bölümde, önerilen optimal çözüm algoritmaları ve sezgisel algoritma için parametre değerlerine bağlı duyarlılık analizlerine yer verilmektedir. Tüm modeller için her bir parametre değeri değiştirilerek beklenen optimal kârlılık değerlerinin ve optimal sipariş miktarlarının değişimleri incelenmekte ve parametreleri belirli ve sabit olan *temel problem* ile karşılaştırılmaları yapılmaktadır. Belirtildiği üzere, çalışma kapsamında artmayan olasılık yoğunluk fonksiyonuna ve normal dağılıma sahip talep dağılımları için çözüm algoritmaları önerilmektedir. Bu nedenle, deneysel çalışmalar talep dağılımının normal dağılımla ve azalmayan olasılık yoğunluk fonksiyonlarını temsilen düzgün dağılımla temsil edilebildiği durumlar için ayrı ayrı ele alınmaktadır.

Deneysel çalışma kapsamında ele alınan *temel problem*'e ait parametre değerleri $c_1 = 7$, $c_2 = 10$, $p = 15$, $s = 8$, $v = 4$, $T_1 = 120$, $T_{21} = 160$, $q = 40$, $\beta = 0.09$ ile belirtilmektedir. Burada, β birim konteynır kiralama maliyetleri için indirim çarpanını göstermektedir.

6.1 Normal Dağılımlı Talep

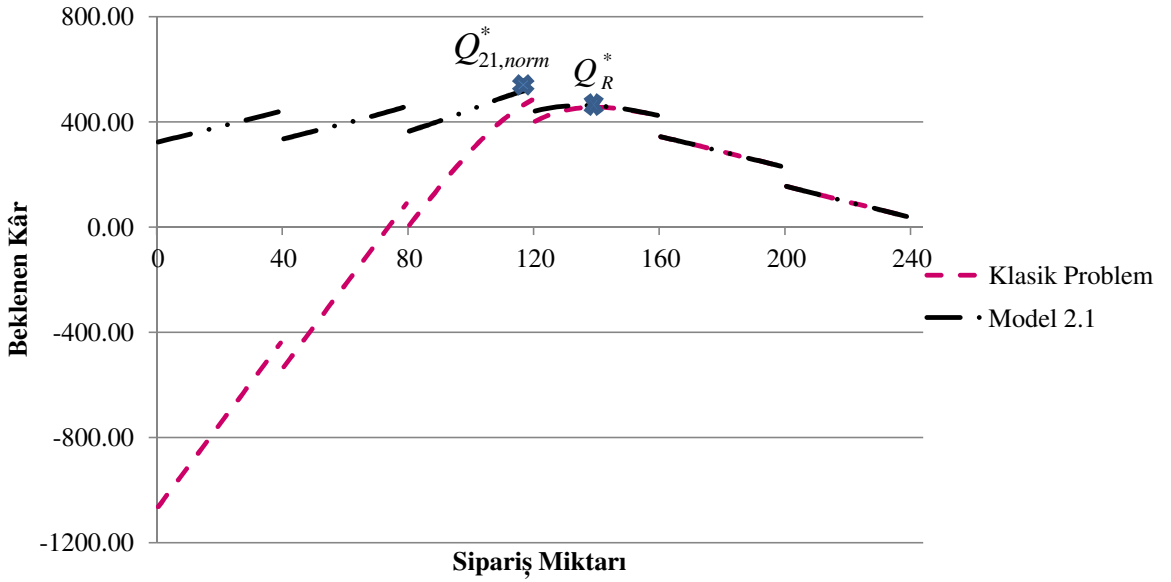
6.1.1 Beklenen Kâr Analizi

Sezon içerisinde gerçekleşmesi beklenen talebin ortalaması $\mu = 120$ ve standart sapması $\sigma = 20$ olarak belirtilen normal dağılımla ifade edildiği varsayılıyor olsun. Bu durumda temel problem için taşıma maliyetini göz önünde bulundurmadan kritik oran kullanılarak hesaplanan optimal sipariş miktarı, Q_0^* , 140 birim ve bu sipariş miktarı için yine taşıma maliyetini içermeyen beklenen kârlılık 867.84 olmaktadır. Risk nötral alıcı problem varsayımları gereği Q_0^* birim sipariş verdiğinde 4 tane konteynır kiralamakta ve toplamda 412.68 birim taşıma maliyetine katlanmaktadır. İlgili taşıma maliyetini beklenen kârdan çıkardığımızda risk nötral alıcının klasik probleme ait kâr fonksiyonunu kullanarak sipariş miktarına karar verdiği durumda, beklenen kârı 455.16 olur. Oysa, taşıma maliyetini de göz önünde bulunduran Model 1 için geliştirilen Algoritma 1 ile belirlenen optimal sipariş miktarı $Q_1^* = 120$ ve karşılık gelen beklenen kârlılık 483.20'dir. Bu durumda, taşıma maliyetini içeren tek sipariş seçenekli problem için Model 1'e ait optimal sipariş miktarının klasik problem ile bulunan optimal sipariş miktarına göre daha yüksek kârlılığa sahip olduğu söylenebilir.



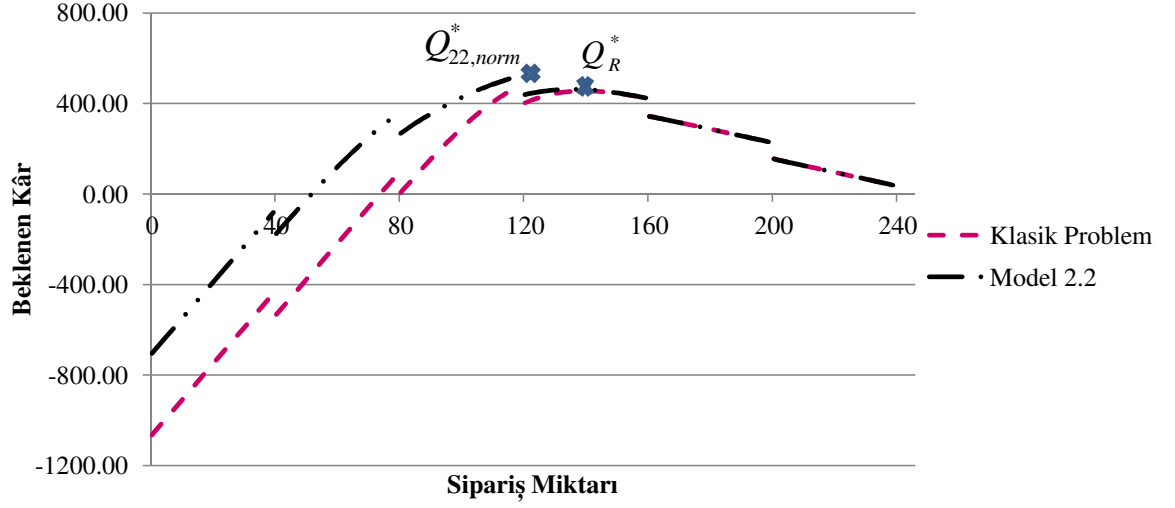
Şekil 6.1: Tek Siparişli ve Taşıma Maliyetli GSP (Model 1) için Beklenen Kârlılık

Model 2.1, ertelenen talebin sezon sonunda kapasitesi yeterli (limitsiz) tek bir konteynır ile taşınabilen ikinci bir sipariş ile karşılanabileceğini varsaymaktadır. Bu varsayım altında, temel problem için Algoritma 3 kullanılarak hesaplanan optimal sipariş miktarı $Q_{21,norm}^*$, 120 olmaktadır. Model 1’de olduğu gibi Model 2.1’de de 120 birim sipariş veriliyor olmasına rağmen beklenen kârlılık Model 2.1 için daha yüksektir (525.97). Beklenen kârlılıktaki bu artış, ikinci sipariş seçeneğinin getirisi olarak yorumlanabilir. Normal dağılımlı talebin beklenenden daha fazla gerçekleştiği durumda karşılanamayan talep Model 1’de yok satılırken Model 2.1’de erteleme maliyetine katlanılarak sezon sonunda karşılanmaktadır.



Şekil 6.2: Limitsiz İkinci Sipariş (Model 2.1) için Beklenen Kârlılık

Model 2.2’de ise ertelenen talebi karşılamak üzere verilen ikinci siparişin tek konteynır kapasitesi ile limitli olduğu varsayılmaktadır. Bu durumda, Algoritma 1 ile bulunan optimal sipariş miktarı, $Q_{22,norm}^*$, 120 ve beklenen kârlılık 523.76 olmaktadır. Beklenen kârın Model 2.1’e ait olan kârdan nispeten düşük olması ikinci sipariş kapasitesi üzerine yapılan tek konteynır limitine dayanmaktadır. Model 2.1’de ikinci sipariş kararı verildiğinde ertelenen talebin tamamı karşılanmaktayken, Model 2.2’de sadece q birimi karşılanmaktadır ve ertelenen talebin kalan kısmı yok satılmaktadır.



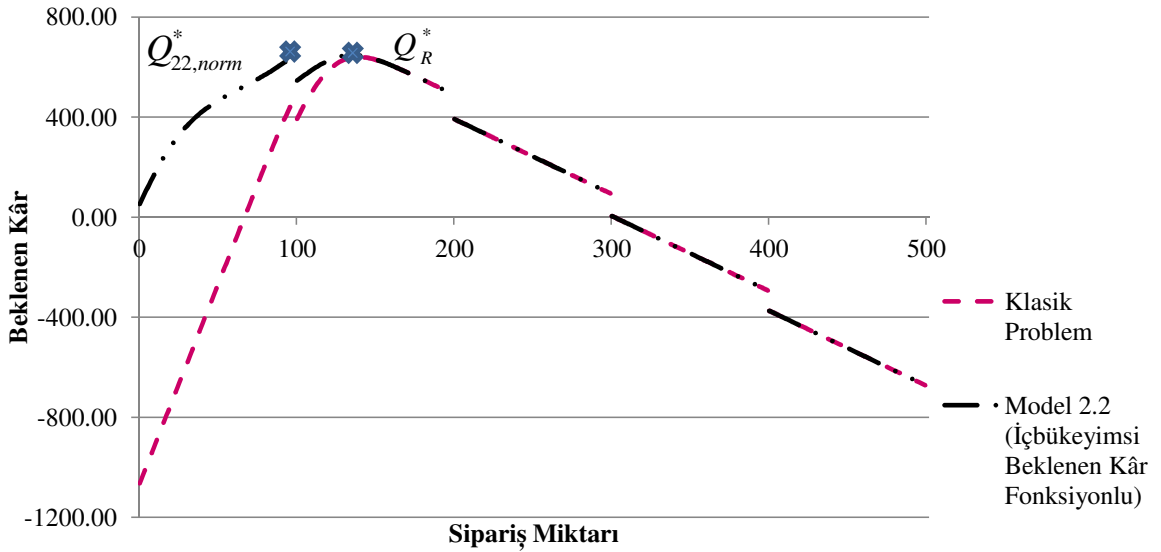
Şekil 6.3: Tek Konteynır Limitli İkinci Sipariş (Model 2.2, $q=40$) Beklenen Kârlılık

Belirtildiği üzere, Model 2.2 için beklenen kâr fonksiyonu ya içbükey özelliğe ya da içbükeyimsi (quasiconcave) özellikte fonksiyonlardan oluşmaktadır. Temel problem parametreleri için beklenen kâr fonksiyonu içbükey özellikteki fonksiyonlardan oluşmaktadır. Beklenen kâr fonksiyonunun içbükeyimsi özellikteki fonksiyonlardan oluşuyor olmasının optimal sipariş miktarı ve beklenen kâr üzerine etkisi olup olmadığını incelemek için birim konteynır kapasitesi değiştirilerek beklenen kâr fonksiyonunun içbükeyimsi fonksiyonlardan oluştuğu durumlar belirlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda görülmektedir ki birim konteynır kapasitesi arttırıldığında beklenen kâr fonksiyonu içbükeyimsi özellik göstermektedir.

Alıcı ilk konteynır kapasitesini aşmayacak kadar sipariş vermeye karar verdiğinde bu konteynırın kapasitesi gerçekleşmesi beklenen talep miktarının taşınmasında yeterli olacaktır. Bu durumda, ikinci siparişin verilmesine gerek kalmayacağından problem klasik problemle eşdeğer olur. Alıcının ilk sipariş miktarını arttırması talebin yüksek seviyelerde gerçekleşiyor olduğuna işaret eder. Yüksek seviyedeki talebin karşılanamayarak ertelenme olasılığı artmaktadır. Alıcının ikinci sipariş seçeneğini kullanması durumunda beklenen kârı daha düşük sipariş miktarlarındaki artışa göre daha hızlı artacaktır ve beklenen kâr fonksiyonu limitsiz ikinci sipariş modelinde, Model 2.1, olduğu gibi dışbükey özellik gösterecektir. İlk

sipariş miktarının bu aşamadan sonra daha yüksek değere sahip olması ertelenen talebin bir konteynır kapasitesini aştığı durumu temsil ettiğinden problem tekrar tek sipariş seçeneğine sahip problem gibi düşünülebilir. Bu durumda ise beklenen kâr fonksiyonu tekrar içbükey özellikte olmaktadır.

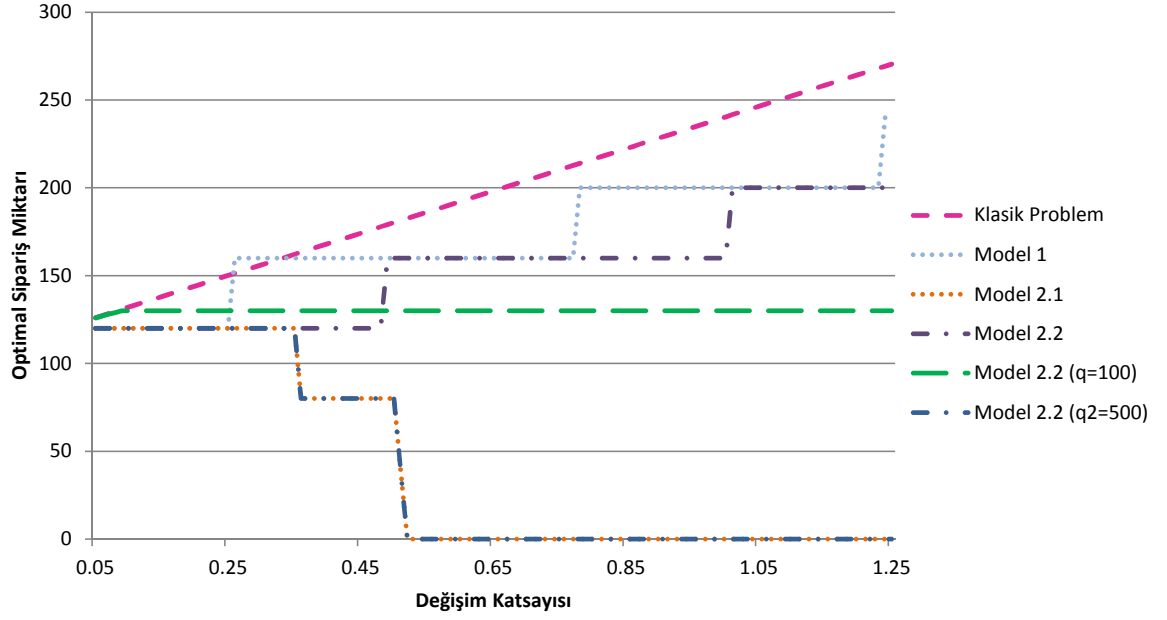
Beklenen kâr fonksiyonunun içbükeyimsi özellikteki fonksiyonlardan oluştuğu durumu temsil etmesi için temel problemde birim konteynır kapasitesinin 100 birim olduğu kabul edilerek beklenen kârlılıklar hesaplanmıştır. Şekil 6.4 ile içbükeyimsi özellikteki beklenen kâr fonksiyonu ifade edilmektedir.



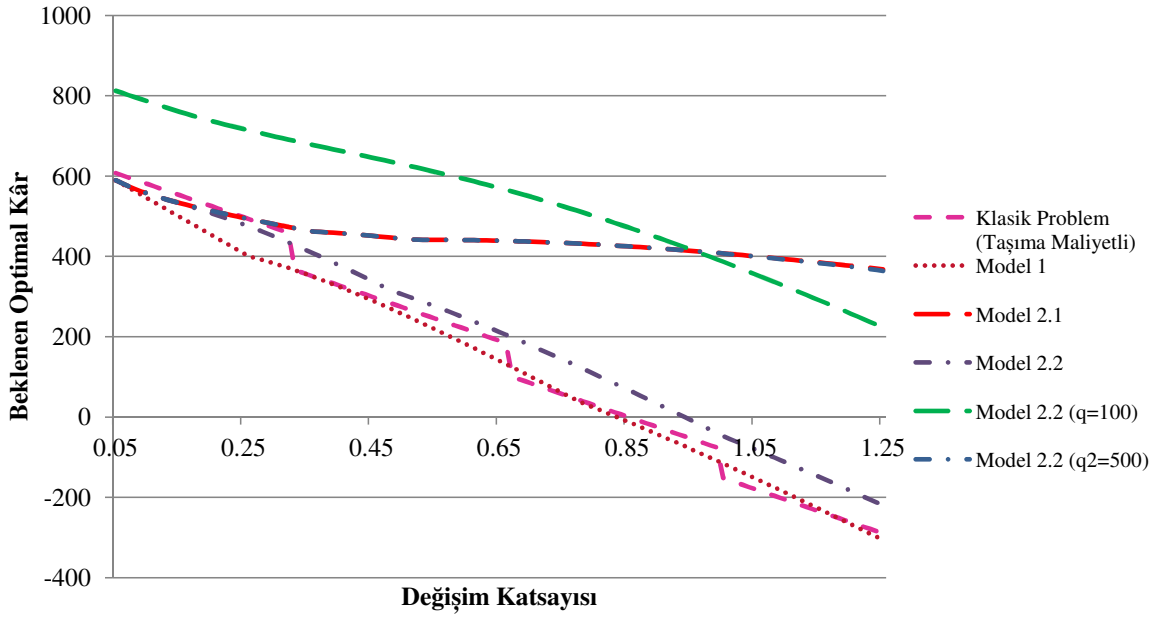
Şekil 6.4: Tek Konteynır Limitli İkinci Sipariş (Model 2.2, $q=100$) Beklenen Kârlılık

6.1.2 Duyarlılık Analizi

Bilindiği gibi, sezonsal ürünlere ait sipariş miktarının belirlenmesi probleminde karşılaşılan zorluklar genellikle talepteki belirsizlikten kaynaklanmaktadır. Belirsizliğin optimal sipariş miktarına etkisini belirlemek için *değişim katsayısı*, $\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)$ $[0.05, 1.25]$ aralığında 0.01 birimlik artışlarla ele alınmaktadır. Belirtilen aralıkta tüm modeller için optimal sipariş miktarlarındaki değişim Şekil 6.5 ile ifade edilmektedir.



Şekil 6.5: Değişim Katsayısı - Optimal Sipariş Miktarı



Şekil 6.6: Değişim Katsayısı - Beklenen Optimal Kâr

Görülmektedir ki, ikinci sipariş seçeneğinin bulunmadığı klasik problem ve Model 1'de optimal sipariş miktarları değişim katsayısına bağlı olarak artmaktadır.

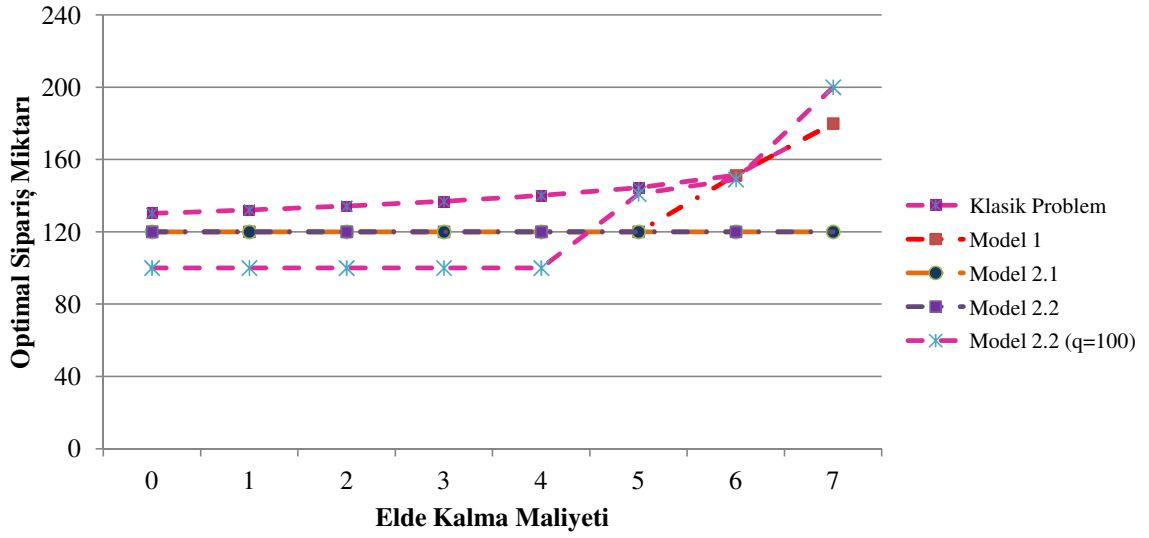
Öte yandan, ikinci bir sipariş seçeneğinin bulunduğu ve bu siparişin büyüklüğü üzerine herhangi bir sınırlama yapılmadığı Model 2.1’de risk nötral alıcı talepteki belirsizlik arttıkça ilk sipariş miktarını azaltmakta ve talebi ikinci sipariş ile karşılamak üzere ertelemeyi tercih etmektedir. Böylece, belirsizliği yüksek talebi sezon içerisinde gözlemleyip elde ettiği kesin talep bilgisine dayanarak ikinci sipariş miktarı belirlenmektedir. Model 2.2’de ise ikinci sipariş büyüklüğü için tek konteynır kapasitesi ile sınırlama getirildiğinde risk nötral alıcı birim konteynır kapasitesinin az olduğu durumlarda sipariş miktarını talepteki belirsizlikle orantılı olarak arttırmaktadır. Her durumda ilk sipariş miktarı tek sipariş seçeneğinin bulunduğu klasik problem ve Model 1’dekinden daha düşük seviyededir. Bu durum, ikinci sipariş seçeneğinin varlığı ile açıklanabilir. Model 2.2 için birim konteynır kapasitesinin temel problemdekenden daha fazla olduğu varsayıldığında, $q = 100$, ilk sipariş miktarı talepteki belirsizliğin artması ile ikinci siparişin kârlı bulunmadığı talep değerleri için, $Q_1 \leq Q'_1$, düşük seviyede artmaktadır. İkinci sipariş kararının verildiği sipariş miktarından itibaren ise talepteki belirsizliğe karşı duyarsız hale gelmektedir.

Belirtildiği üzere, her iki sipariş için de taşımanın özdeş konteynırlar ile yapıldığı varsayılmaktadır. Model 2.2 için bu varsayım göz ardı edilerek ikinci sipariş için kullanılan konteynır kapasitesinin $q_2 = 500$ olduğu durum incelendiğinde, değişim katsayısına göre optimal sipariş miktarlarının Model 2.1 ile eşit olduğu görülmektedir. Yani Model 2.2’de ikinci sipariş için kullanılan konteynır kapasitesinin çok büyük olduğunda bu iki modelin eş değer olacağı söylenebilir.

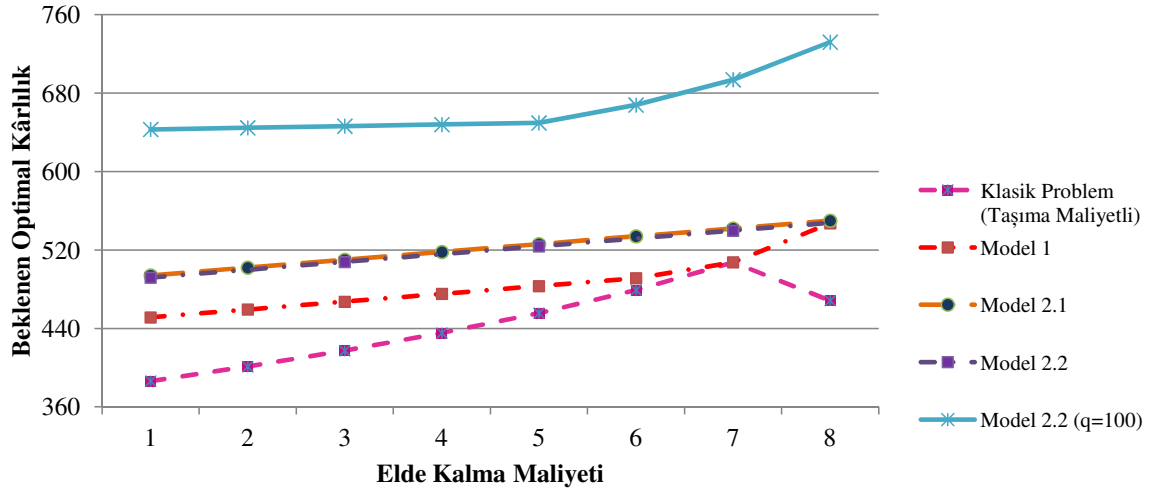
Beklenen optimal kârlılıklar ise tüm modeller için değişim katsayısına bağlı olarak azalmaktadır. Birim konteynır kapasiteleri 40 iken, en yüksek beklenen kâra sahip model ikinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği modeldir (Model 2.1). İkinci sipariş büyüklüğü üzerine tek konteynır kapasitesi limiti getirildiğinde beklenen kâr Model 2.1’e göre azalırken yine de ikinci sipariş seçeneğinin bulunmadığı modellerde olandan fazladır. İkinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynırla taşınabildiği modelde, Model 2.2, birim konteynır kapasiteleri arttığında beklenen kâr da artmaktadır. Öte yandan, sadece ikinci siparişte kullanılan konteynırın kapasitesi çok fazla olduğunda ($q_2 = 500$) bu model, limitsiz ikinci sipariş modeli ile eşit beklenen kâra sahip olmaktadır.

Optimal sipariş miktarını etkileyeceği düşünülen bir diğer parametre ise elde kalma değeridir (hurda değeri). Şekil 6.7’de görüleceği üzere, v değeri c_1 ’e yaklaştıkça alıcının sipariş miktarı artmaktadır. Ürünler düşük maliyetli ya da maliyetsiz olarak elden çıkardığında, yok satmanın etkisini azaltmak için sipariş miktarı yüksektir. Model 1 için de optimal sipariş miktarı artmaktadır fakat taşıma maliyeti söz konusu olduğundan artış hızı daha düşük seviyededir. Model 2.1 ve Model 2.2’de ise ikinci bir sipariş seçeneğinin varlığı, v değerinin artması ile sipariş miktarını artırarak taşıma maliyetine katlanmak yerine sipariş miktarını belirli seviyede sabit tutup gerektiğinde ikinci sipariş seçeneğinin kullanılmasına imkan sağlamaktadır. Model 2.2’de konteynır kapasitesinin 100 olduğu durumda kiralanan konteynırların etkili başka bir deyişle tam dolu kullanılması amaçlanmaktadır. Bu nedenle, v değeri ile ilişkili olarak sipariş miktarı artmaktadır.

Elde kalma maliyetindeki değişim tüm modellerde beklenen optimal kârı da etkilemektedir. Taşıma maliyetini içeren modellerde elde kalma maliyetindeki artışa bağlı olarak beklenen optimal kâr değerleri artarken, klasik problemde optimal sipariş miktarı taşıma maliyeti göz önünde bulundurularak hesaplanmadığından v ’nin c_1 ’e yakın değerler aldığı durumlarda azalmaktadır. Bu azalış, sipariş miktarının artması ile taşıma maliyetinin de artıyor olması ile açıklanabilir. Birim konteynır kapasitelerinin 40 olduğu durumda, taşıma maliyetli model (Model 1) ikinci sipariş seçeneğinin bulunduğu modellere göre daha düşük beklenen kâra sahiptir. İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği modelin (Model 2.1) beklenen kârı, ikinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği modelin (Model 2.2) beklenen kârından az da olsa daha yüksektir ve her iki model için beklenen kâr değerleri v ’deki artışa bağlı olarak artmaktadır. Beklendiği üzere, birim konteynır kapasitesi Model 2.2 için 40’tan 100’e yükseltildiğinde beklenen kâr daha yüksek bir seviyeden başlayarak elde kalma maliyetine bağlı artış göstermektedir.



Şekil 6.7: Elde Kalma Maliyeti - Optimal Sipariş Miktarı

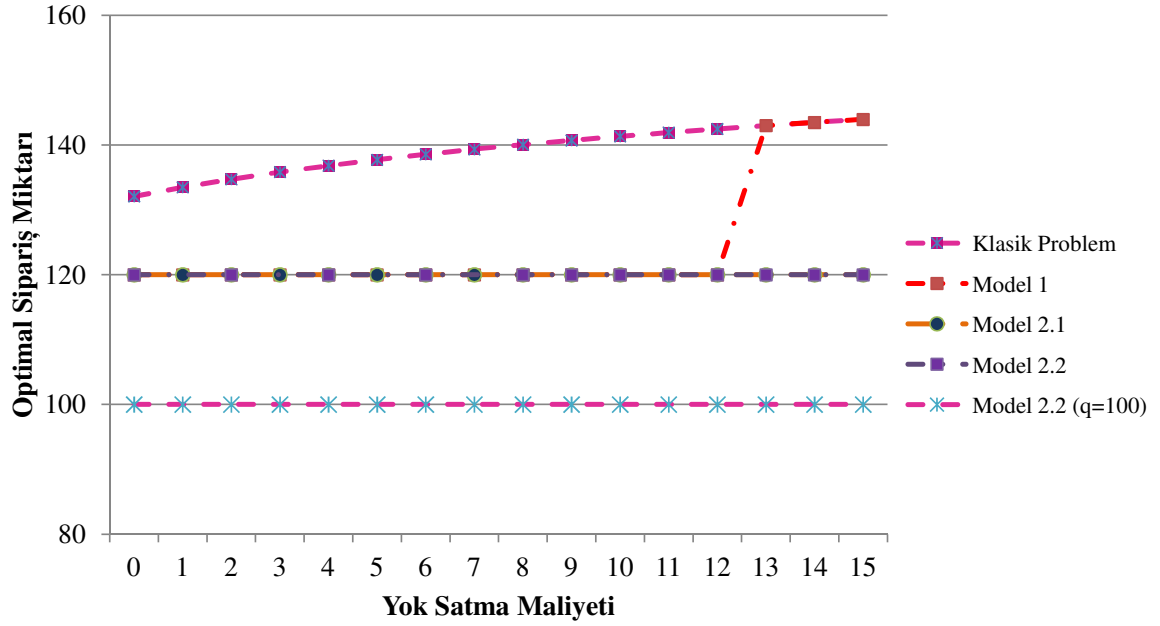


Şekil 6.8: Elde Kalma Maliyeti - Beklenen Optimal Kâr

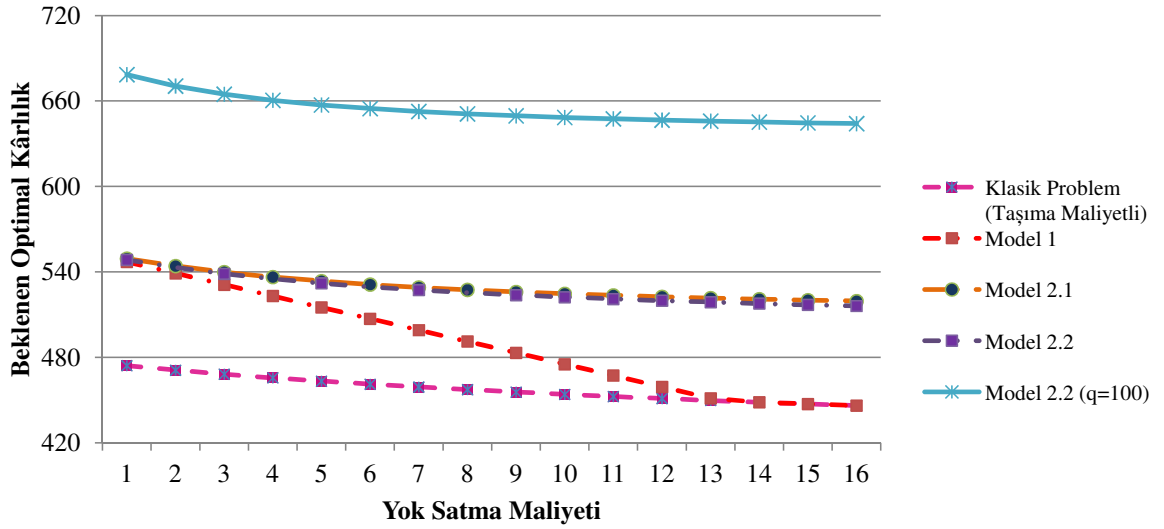
Yok satma maliyetine, s , göre optimal sipariş miktarındaki değişim Şekil 6.9 ile ifade edilmektedir. Yok satma maliyeti arttıkça tek siparişli modeller için optimal sipariş miktarları artmaktadır. İki siparişli modellerde ise optimal sipariş miktarı yok satma maliyetine karşı duyarsızdır. Karşılanamayarak ertelenen talebin yok satma maliyetinin çok yüksek olduğu durumlarda genellikle ikinci sipariş ile karşılanması maliyet açısından tercih edilmektedir. İki siparişli modellerde

talepteki belirsizlik dönem sonunda ortadan kalktığında ikinci sipariş ile talebi karşılama imkanı bulunduğu için yok satma maliyetinin artması alıcının optimal sipariş miktarını değiştirmemektedir.

Yok satma maliyetindeki artışa bağlı olarak tüm modeller için beklenen kâr değerleri azalmaktadır. Bu azalışın etkisi, ikinci sipariş seçeneğinin bulunmadığı klasik problem ve Model 1'de çok belirgin iken, iki siparişli modellerde daha azdır. İkinci siparişin kapasitesi yeterli tek bir konteynır ile taşınabildiği durumda beklenen optimal kâr değerleri, diğer tüm modellere göre daha fazladır. Bu ikinci sipariş seçeneğinin getirisi ile açıklanabilir. Tahmin edildiği üzere, birim konteynır kapasiteleri 100'e yükseldiğinde ise Model 2.2 için beklenen kâr 40 olduğu duruma göre daha fazladır.



Şekil 6.9: Yok Satma Maliyeti - Optimal Sipariş Miktarı

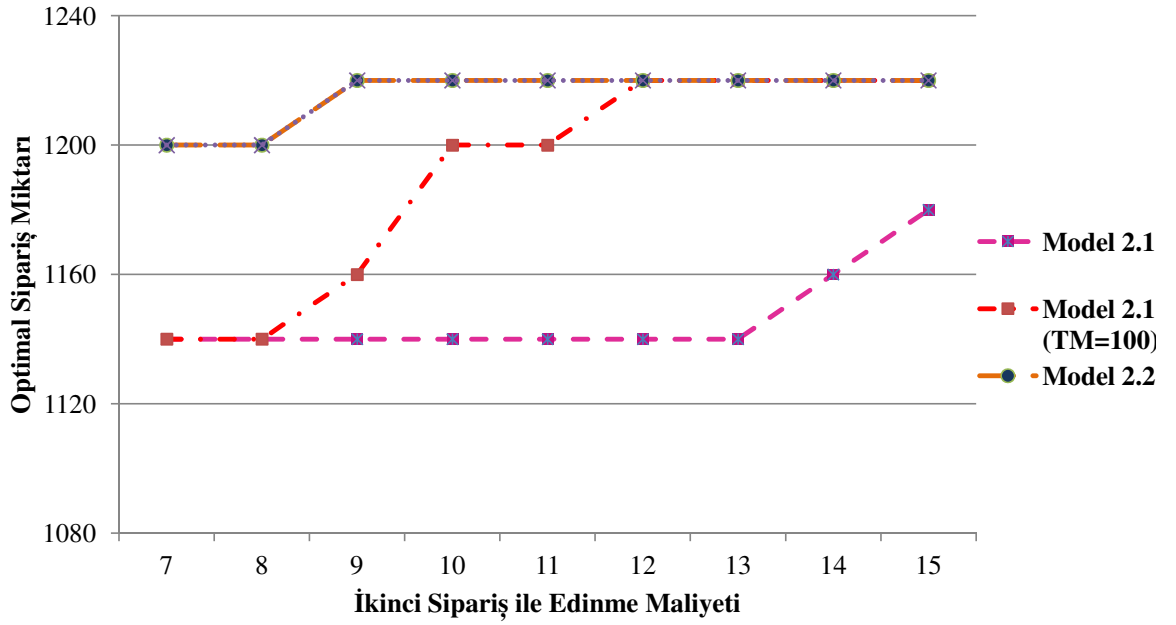


Şekil 6.10: Yok Satma Maliyeti - Beklenen Optimal Kâr

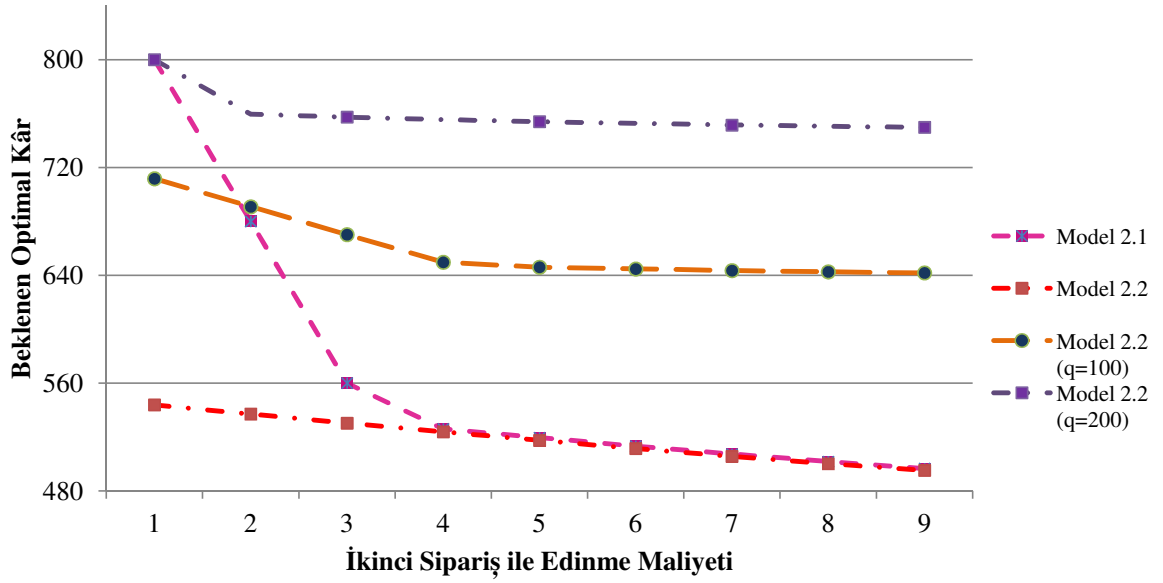
İki siparişli modeller için, ikinci sipariş ile edinme maliyetine bağlı olarak optimal sipariş miktarları Şekil 6.11 ile gösterilmektedir. Model 2.1 için, c_2 değerinin ilk sipariş ile edinme maliyetine yakın olduğu durumlarda, risk nötral alıcı talepteki belirsizliğin ve ilk taşıma maliyetinin etkisini azaltmak için dönem başında sipariş vermez ve gerçekleşen talebin tamamını erteler. Böylece, sabit taşıma maliyeti ve düşük satın alma maliyetine katlanılarak talep karşılanır ve daha yüksek kâr elde edilir. Temel problem parametrelerine sahip Model 2.2 için optimal sipariş miktarı c_2 'deki değişime duyarlıdır. Bu durum, Model 2.2 için yok satma maliyeti ile optimal sipariş miktarı arasındaki ilişkide olduğu gibi açıklanabilir. Model 2.2'de birim konteynır kapasiteleri arttıkça ikinci siparişin büyüklüğü de arttığından c_2 'nin düşük değerleri için ilk sipariş miktarı bu konteynır kapasitesindeki artışla ilişkili olarak azalmaktadır.

İkinci sipariş ile birim edinme maliyetindeki değişime bağlı olarak beklenen optimal kârlılıklardaki değişim incelendiğinde, limitsiz ikinci sipariş ve tek konteynır limitli ikinci sipariş modelleri arasındaki belirgin fark ikinci sipariş büyüklüğü ile açıklanabilir. İkinci sipariş ile edinme maliyeti, ilk siparişteki maliyete yakın değerler aldığı anda belirtildiği üzere alıcı talebi ikinci siparişle karşılayarak yok satma ve elde kalma maliyetlerini en aza indirmek ister. İkinci sipariş büyüklüğü Model 2.1'de limitli olmadığından alıcı belirtilen şekilde sipariş

vererek beklenen kârını arttırır. Fakat, Model 2.2’de alıcının ikinci sipariş büyüklüğü tek konteynır kapasitesi ile limitli olduğundan bu durum söz konusu değildir ve beklenen kâr Model 2.1’e göre daha düşüktür. İkinci sipariş ile edinme maliyeti artıkkça, alıcı için ikinci sipariş seçeneği daha maliyetli hale geldiğinden ilk sipariş büyüklüğü artar. Bu durumda, ikinci siparişte kullanılan konteynır kapasitesinin önemi azaldığından Model 2.1 ve Model 2.2 c_2 artıkkça yakın beklenen kâra sahip olur. Model 2.2 için birim konteynır kapasiteleri arttığında ise, $q = 100$ ve $q = 200$, beklenen kâr değerleri de artar ve c_2 ’deki değışime bağılı olarak beklenen kârdaki değışim başka bir deyişle artış/azalış eğilimleri, Model 2.1 ile benzer hale gelir.



Şekil 6.11: İkinci Sipariş ile Edinme Maliyeti - Optimal Sipariş Miktarı



Şekil 6.12: İkinci Sipariş ile Edinme Maliyeti - Beklenen Optimal Kâr

6.2 Düzgün Dağılımlı Talep

Talep dağılımının azalmayan olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu durumlara örnek teşkil etmesi bakımından talebin a ve b parametrelerine sahip ortalaması 120, standart sapması 20 olan düzgün dağılım ile ifade edildiği varsayalım. Belirtilen ortalama ve standart sapmaya karşılık gelen a ve b değerleri sırası ile 112 ve 128 olacaktır. Bu durumda, risk nötr alıcı en az 112 ve en fazla 128 birim sipariş verebilir. Alıcının geçerli sipariş aralığının genişliği çok dar olduğundan yapılan deneysel çalışmaların sonuçlarında farklılık gözlemlenmemiştir. Düzgün dağılım altında parametre değişimlerinin etkilerini ortaya çıkarmak amacı ile temel problem parametreleri değiştirilmiştir.

Oluşturulan problemde, talep ortalamasının 1200 ve standart sapmasının 1500 olduğu kabul edilmiştir. Böylece, $[a, b]$ aralığının genişliği olabildiğince geniş tutulmuş ve parametre değişimlerinin etkileri gözlemlenebilmiştir. Belirtilen dağılım parametreleri için $a = 1132$ ve $b = 1268$ olarak elde edilmiştir. Aralığa düşen kırılma noktasının sayısını arttırmak için birim konteynır kapasitesinin 20 olduğu varsayılmıştır. Böylece optimal olmaya aday sipariş miktarlarının

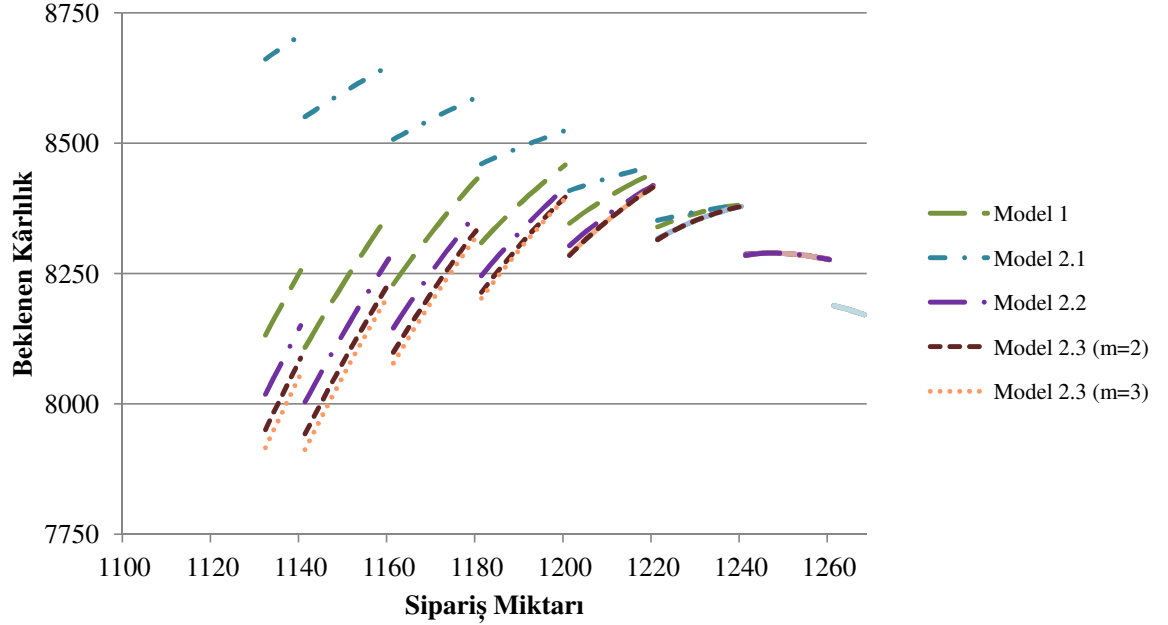
sayısı arttırılmıştır. Belirtildiği üzere, birim konteynır kiralama maliyetleri β çarpanı ile azalmaktadır. Bu parametre değerleri için en az kiralınması gereken konteynır sayısı 57 olmaktadır. Bu durumda ilgili taşıma maliyeti için indirim çarpanının değeri sabit bir sayıya yakınsadığından kiralanan ek konteynırlar için taşıma maliyetinin etkisi ortadan kalkacaktır. Bu durumu engellemek ve taşıma maliyetinin etkisini gözlemleyebilmek için $T_{\lfloor \frac{a}{q} \rfloor} = T_{21}$ olduğu kabul edilmiştir.

6.2.1 Beklenen Kâr Analizi

Klasik problem için optimal sipariş miktarı, birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarı $a \leq Q_0^* \leq b$ olduğundan $Q_0^* = 1247$ olacaktır. Taşıma maliyeti göz önünde bulundurulmadan belirlenen bu sipariş miktarı için taşıma maliyetsiz beklenen kârlılık 9428.21 ve taşıma maliyetinin çıkarıldığı beklenen kârlılık 8289.13'dur. Model 1 için optimal sipariş miktarı Algoritma 1 ile bulunduğunda, $Q_1^* = 1200$ ve $\pi_1^*(Q_1) = 8457.98$ olmaktadır. Görüldüğü üzere, taşıma maliyetini göz önünde bulundurarak optimal sipariş miktarı hesaplandığında beklenen kâr artmaktadır.

Model 2.1'e ait optimal sipariş miktarı 1140 ve beklenen optimal kârlılık 8707.37'dir. Limitsiz ikinci sipariş seçeneğinin olması, risk nötral alıcıya daha düşük miktarda sipariş verme imkanı sağladığından, alıcı daha düşük ilk taşıma maliyetine katlanır ve beklenen kârı diğer tüm modellere göre daha fazladır. Model 2.2 içinse optimal sipariş miktarı 1220 ve optimal beklenen kârlılık 8418.66'dır. Bu model için optimal sipariş miktarının diğer modellerden daha yüksek olması, ikinci sipariş için oluşan yüksek taşıma maliyeti ile ilişkilendirilebilir. Model 2.3'de $m = 2$ ve $m = 3$ olduğu durum için optimal sipariş miktarları 1220 olarak kalırken beklenen optimal kârlılık her iki model için 8415.61'e düşmektedir. Her iki sonuç da, ikinci siparişte kullanılacak ek konteynırların maliyetlerinin beklenen kâra etkisi ile açıklanabilir. Ek olarak Şekil 6.13'den görüleceği üzere sipariş miktarları arttıkça tüm modeller için beklenen kâr değerleri eşit olmaktadır. Bu da talebin karşılanamama olasılığının sıfıra yaklaşması ile açıklanabilir. Yine görüşmektedir ki tüm modeller için birinci türev koşulunu sağlayan sipariş miktarı 1247'dir. Bu da beklenen kâr fonksiyonunun

birinci türev ifadesinde bulunan düzgün dağılıma ait $F(\cdot)$ değerinin sipariş miktarı arttıkça sabit kalması ile ilişkilidir ($\lim_{Q_1 \rightarrow b} F(Q_1) = 1$).

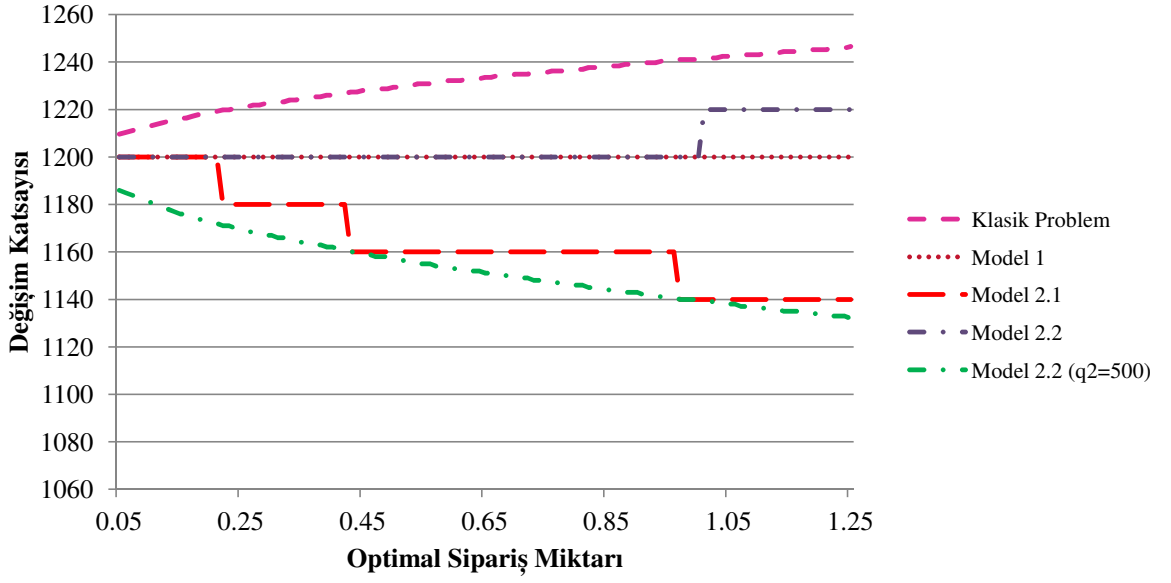


Şekil 6.13: Tüm Modeller için Beklenen Kâr

6.2.2 Duyarlılık Analizi

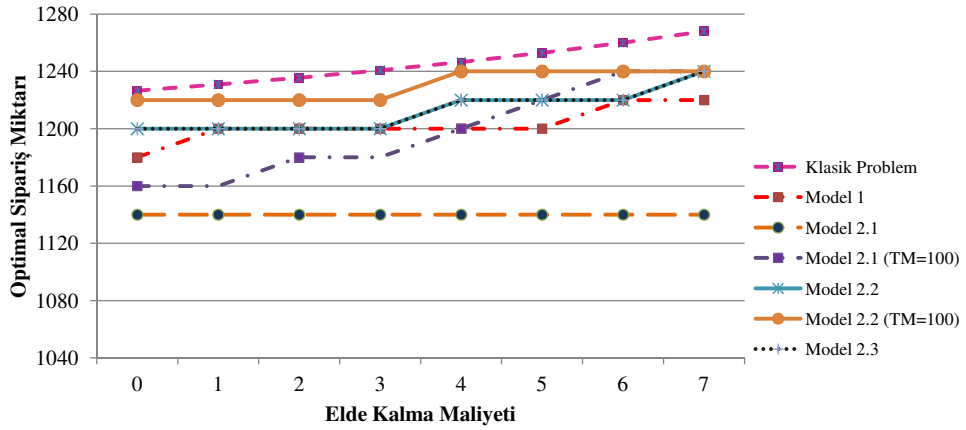
Talepteki belirsizliğin optimal sipariş miktarına etkisini gözlemlemek için değişim katsayısının $[0.05, 1.25]$ aralığında 0.01 birimlik artışlarla değiştiği durumlar incelenmektedir. Şekil 6.14 ile değişim katsayısının optimal sipariş miktarlarına etkisi sunulmaktadır. Klasik problemde ve Model 2.2'de, talepteki belirsizliğe bağlı olarak optimal sipariş miktarı artmakta ve Model 1'de sabit kalmakta iken ikinci siparişin limitsiz olduğu ve $q_2 = 500$ durumlarda optimal sipariş miktarı azalmaktadır. Bu durum belirsizlikten kaynaklı oluşacak maliyeti engellemek için alıcının ikinci sipariş seçeneğini kullanmayı tercih etmesi ile açıklanabilir.

Risk nötral alıcının beklenen kârını enbüyükleyen ilk sipariş miktarını etkileyeceği beklenen diğer parametreler, v , s ve c_2 değerleridir. Bir birimi elden çıkarmanın maliyeti azaldığında yani v değeri c_1 değerine yaklaştığında, risk nötral alıcı yok satma maliyetine katlanmamak için sipariş miktarını arttırmakta ya da

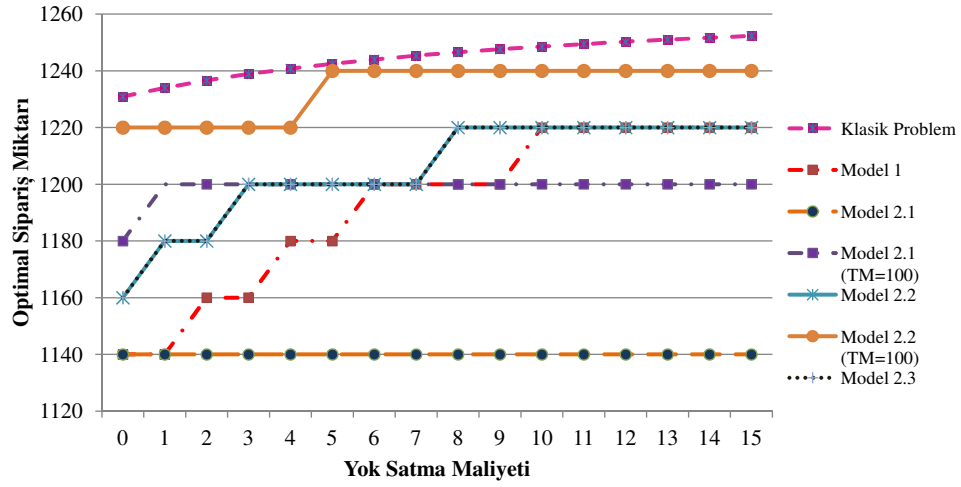


Şekil 6.14: Değişim Katsayısı - Optimal Sipariş Miktarı

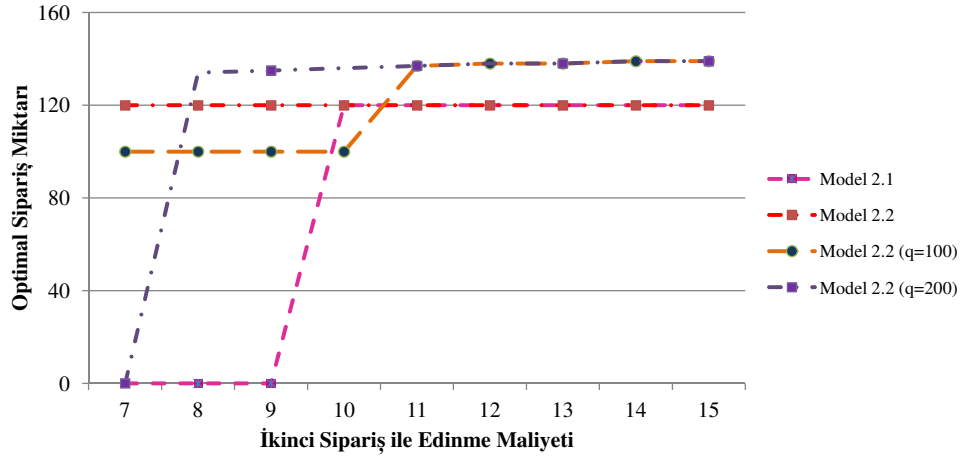
taşıma maliyetine bağlı olarak sabit tutmaktadır. $v = c_1$ olduğu durumda sipariş miktarını arttırmaktadır. Yok satma maliyeti arttığında da benzer şekilde alıcı sipariş miktarını arttırmaktadır. İkinci sipariş üzerine kapasite limitinin bulunmadığı modellerde (Model 2.1 ve Model 2.2, Taşıma maliyeti=100) alıcı sipariş miktarını sabit tutmaktadır. İkinci sipariş ile edinme maliyetinin arttığı durumlarda da beklendiği üzere optimal ilk sipariş miktarını arttırmaktadır.



Şekil 6.15: Elde Kalma Maliyeti - Optimal Sipariş Miktarı



Şekil 6.16: Yok Satma Maliyeti - Optimal Sipariş Miktarı



Şekil 6.17: İkinci Sipariş ile Edinme Maliyeti - Optimal Sipariş Miktarı

Değişim Katsayısına Bağlı Olarak Toplam Taşıma Maliyetinin Beklenen Kâr İçerisindeki Önemi

Deneysel çalışmalar kapsamında, değişim katsayısına bağlı olarak toplam taşıma maliyetinin beklenen kâr içerisindeki oranı incelenmiştir (Tablo 6.1). Değişim katsayısı yani talepteki belirsizlik arttıkça alıcı daha yüksek seviyede sipariş vereceğinden, Model 2.1 ve Model 2.2 ($q_2 = 500$) dışındaki tüm modeller için taşıma maliyetinin toplam beklenen kâr içerisindeki önemi artmaktadır. Belirtilen modeller içinse, büyüklüğü limitsiz ikinci bir sipariş seçeneği bulunduğu için

talepteki belirsizlik arttığında alıcı ilk sipariş büyüklüğünü azaltarak ikinci sipariş ile sipariş vermeyi tercih etmektedir ve toplam taşıma maliyetinin beklenen kâr içerisindeki önemi ikinci sipariş seçeneğinin kullanıldığı ilk durum için ($CV = 0.75$) azalmaktadır. Bu CV değerinden daha yüksek değerler için artış gözlenirse de ikinci siparişin kullanılmadığı durumdan daha düşüktür. $q = 40$ için her bir CV değeri için modeller kendi aralarında karşılaştırıldığında, CV seviyesinin düşük olduğu durumlarda, Model 1'deki toplam taşıma maliyetinin oranının daha düşük olduğu gözlemlense de iki siparişli modellerde ikinci taşıma maliyetinin de toplam taşımada yer almasından kaynaklanmaktadır. İlk sipariş için taşımalarından yola çıkıldığında, taşımanın öneminin en az olduğu model beklendiği üzere Model 2.1'dir (Tablo 6.2). Yüksek seviyelerde her iki durumda da Model 2.1 için taşımanın önemi diğer modellere göre daha azdır.

Tablo 6.1: Toplam Taşıma Maliyetinin Beklenen Kâr İçerisindeki Oranı

CV	Klasik Problem	Model 1	Model 2.1	Model 2.2	Model 2.2 (q=100)	Model 2.2 (q ₂ =500)
0.05	0.68	0.55	0.82	0.82	0.48	0.82
0.25	0.83	0.8	0.98	1.01	0.54	0.98
0.5	1.8	1.62	0.87	1.88	0.62	0.87
0.75	10.02	7.01	0.37	4.02	0.74	0.37
1	-3.69	-4.24	0.39	-12.05	1.00	0.39
1.25	-2.16	-1.84	0.44	-2.96	1.74	0.44

Tablo 6.2: İlk Sipariş İçin Toplam Taşıma Maliyetinin Beklenen Kâr İçerisindeki Oranı

CV	Klasik Problem	Model 1	Model 2.1	Model 2.2	Model 2.2 (q=100)	Model 2.2 (q ₂ =500)
0.05	0.68	0.55	0.55	0.55	0.28	0.55
0.25	0.83	0.8	0.66	0.68	0.32	0.66
0.5	1.8	1.62	0.51	1.36	0.36	0.51
0.75	10.02	7.01	0	2.9	0.43	0
1	-3.69	-4.24	0	-8.68	0.59	0
1.25	-2.16	-1.84	0	-2.23	1.02	0

7. DEĞERLENDİRME VE SONUÇLAR

Bu çalışmada, tek alıcı ve tek satıcının bulunduğu tek periyotluk sistemde sezonsal ürünlerin satışında gerçekleşen rassal talebi karşılamak üzere verilecek sipariş miktarının belirlenmesi problemi ele alınmaktadır. Problem kapsamında, belirlenen sipariş miktarı ile risk nötral alıcının beklenen kârının enbüyükleme amaçlanmaktadır. Dönem başında henüz talep gözlemlenmemişken alıcı sipariş miktarını belirler, dönem içerisinde rassal talep gözlemlenir ve verilen sipariş miktarı ile karşılanmaya çalışılır. Dönem içerisinde gerçekleşen rassal talebin sipariş miktarı ile karşılanamadığı durumda yok satma maliyeti olarak tanımlanan talebi karşılayamama maliyetine ve aksi durumda elde kalan ürünleri elden çıkarma ya da imha etme maliyeti olan elde kalma maliyetine katlanılır. Belirtilen maliyetler göz önünde bulundurularak risk nötral alıcının sipariş miktarının belirlenmesi problemi *gazete satıcısı problemi*dir (*klasik problem*). Klasik problemde ihmal edilen taşıma maliyetinin önemi üretim sektöründeki gelişmeler ve lojistik imkanlarının artması ile giderek artmaktadır. Bu kapsamda, beklenen kârı etkileyen unsurların klasik gazete satıcısı probleminde varsayılan yok satma ve elde kalma maliyetlerinin yanı sıra taşıma maliyeti olduğu varsayılmaktadır. Taşıma maliyetini belirtmede, tam dolu konteynır tipi taşıma maliyet yapısı kullanılmaktadır. Problemden ele alınan bir diğer önemli unsur ise, alıcının dönem içerisinde gerçekleşen talebi karşılayamadığında talebi erteleyerek dönem sonunda vereceği ikinci bir sipariş ile karşıladığı durumdur. İkinci sipariş için de ilk siparişte olduğu gibi tam dolu konteynır tipi taşıma maliyeti oluşmaktadır. İkinci sipariş seçeneği taşıma maliyeti ve talebi erteleme maliyetini de içeren edinme maliyetine bağlı olarak kârlı bulunduğu durumda kullanılmakta, aksi durumda ertelenen talep yok satılmaktadır. Problemin amacı, ikinci sipariş seçeneğinin bulunduğu ve tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetinin beklenen kârı etkilediği

durumda optimal ilk sipariş miktarının belirlenmesidir.

Literatürde, tam dolu konteynır tipi taşıma maliyetinin beklenen kârı etkilediği durum gerekirci (deterministik) ve rassal talep altında çok sayıda çalışmada ele alınmıştır. Lojistik maliyetlerinin toplam kârlılık içerisindeki öneminin gün geçtikçe artması bu maliyetin göz önüne alınmasının önemini arttırmıştır. Taşıma maliyetini göz önünde bulundurarak belirlenen sipariş miktarlarının, bulundurulmadığı durumda belirlenen sipariş miktarlarından daha yüksek kâra sahip olduğu literatürde yapılan bir çok çalışmada belirtilmiştir. Ancak bu çalışmaların hiç biri aynı zamanda ikinci bir sipariş seçeneğinin var olduğu ve bu sipariş için de taşıma maliyetine katlanıldığı durumu ele almamıştır. Bu durumların birlikte ele alınmamış olmasının önemli sebebi her iki durumunda ayrı ayrı problemi karmaşıkleştirmesinden ve problem yapısının analiz edilmesinin zorlaşmasıdır. Hem ikinci bir sipariş seçeneğinin hem de her iki sipariş için de oluşacak taşıma maliyetlerinin birlikte incelendiği bu çalışma, gerçek hayat problemlerini daha kapsamlı temsil ediyor olması sebebi ile literatürdeki önemli bir boşluğu doldurmaktadır.

Yapılan çalışmada ilk olarak literatürde mevcut olan (Toptal [10]) dönem başında verilecek tek bir sipariş seçeneğinin bulunduğu ve taşıma maliyetinin beklenen kârı etkilediği problem ele alınmıştır. Bu probleme ait gözlemlerden yola çıkarak ikinci sipariş seçeneğinin bulunduğu durum incelenmiştir. Gerçek hayatta ikinci sipariş seçeneği için oluşabilecek durumlar göz önünde bulundurularak bazı varsayımlar yapılmıştır. İlk varsayım, ikinci siparişin kapasitesi yeterli, sonsuz, tek bir konteynır ile taşınabildiği durumu ele almaktadır. Talepteki belirsizlik göz önünde bulundurulduğunda alıcının ilk sipariş miktarını düşük tutup belirsizliğin ortadan kalktığı durumda ikinci sipariş seçeneği kullanacağı düşünülebilir. Ancak, talebi erteleme maliyetinin gerçek hayatta fırsat maliyetini de içermesi ve ikinci sipariş maliyetinin çoğu durumda ilk sipariş için olandan daha yüksek olması, alıcının ilk sipariş ile talebi karşılamasını gerektirebilir. Talebin büyük kısmının ilk sipariş ile karşılandığı durumlarda ikinci sipariş büyüklüğü birim konteynır kapasitesinden daha az olacaktır. Bu nedenle, ikinci sipariş için konteynır kapasitesinin yeterli olduğu varsayımı bir çok gerçek durumu temsil etmektedir. Ayrıca, ikinci sipariş için katlanılan taşıma maliyeti sipariş büyüklüğünden bağımsızdır. Bu maliyet,

ikinci sipariş için sabit hazırlık maliyeti olarak düşünüldüğünde alıcının hazırlık maliyetine katıldığı durum ifade edilmektedir. Diğer bir varsayım ise ikinci siparişin kapasitesi belirli tek bir konteynır ile taşınabildiği durumu içermektedir. Bu varsayım ise tedarikçinin ikinci sipariş için belirli bir üretim kapasitesi ayırdığı durumu temsil etmesinden dolayı önemlidir. İkinci sipariş için birden fazla konteynırın kullanılabiliyor olduğu varsayımı ise alıcıya ilk sipariş miktarında tanıdığı esneklikten ötürü problemi önemli ölçüde zenginleştirmektedir. Belirtilen varsayımlara bağlı olarak 4 farklı model oluşturulan çalışmada, ilk 3 model için optimal çözüm algoritmaları önerilmiştir. İkinci siparişin birden fazla konteynır ile taşınabildiği durum için artmayan yapıda olasılık yoğunluk fonksiyonlarına sahip talep dağılımları için optimal çözüm algoritması geliştirilmişken, talebin normal dağılımla ifade edildiği durumda problem yapısının belirlenmesi oldukça zor olduğundan bu model için sezgisel bir algoritma geliştirilmiştir.

Önerilen optimal çözüm algoritmaları için bazı parametre değerlerine bağlı duyarlılıkları incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, değişim katsayısının artması durumunda beklendiği üzere iki siparişli modellerin daha yüksek beklenen kâra sahip oldukları gözlemlenmiştir. Ayrıca elde kalma ve yok satma maliyetleri için de analizler yapılmış ve ikinci sipariş seçeneğinin bulunduğu durumlarda oluşacak taşıma maliyetine bağlı olarak sipariş miktarının değiştiği gözlemlenmiştir. İkinci sipariş ile edinme maliyetindeki değişimin ise yine taşıma maliyetine bağlı olarak sipariş miktarını etkilediği sonucuna varılmıştır. Geliştirilen sezgisel yöntemin performansı belirli parametre kümeleri için incelenmiş ve tam enümeratif arama yöntemi ile belirlenen optimal çözüm ile aynı sonuçları verdiği gözlemlenmiştir. Parametre değerleri değiştirilerek duyarlılık analizi yapılmış ve her durumda optimal çözüm ile aynı çözüme ulaşıldığı gözlemlenmiştir (Bkz. Ek-1). Ancak sezgisel yöntemin optimalliği ispat edilemediğinden sonuçlar genellenememiştir.

Yapılan çalışmada ele alınan problem çeşitli uzantılar için tekrar incelenebilir. Örneğin, talebin fiyata bağlı olduğu durumla gerçek hayatta sıklıkla karşılaşılmaktadır ve literatürde bu durumu ele alınan çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu durum ele alınan problem kapsamında incelendiğinde çalışma gerçek hayat problemlerini daha iyi temsil edecektir. Ayrıca, belirtildiği üzere yapılan

çalışmada ikinci sipariş seçeneğinin dönem sonunda ertelenen talebi karşılamak üzere kullanıldığı varsayılmaktadır. Ancak literatürde ikinci sipariş seçeneğinin dönem başında talebin bir kısmı gözlemlendikten sonra verildiği çalışmalar da bulunmaktadır (Lau ve Lau [20], Lau ve Lau [21]). Bu çalışmalarda satış sezonunun iki periyottan oluştuğu ilk periyotta belirsizliği yüksek talep bilgisine dayanarak sipariş miktarının belirlendiği, ikinci periyotta ise belirsizliği daha düşük olan talebi karşılamak için sipariş verildiği durum ele alınmaktadır. Her iki periyot için talep dağılımlarının dönem başında bilindiği ve ilk periyotta karşılanamayan talebin ya da elde kalan ürünlerin ikinci periyota aktarılabilirdiği varsayılan bu çalışmalarda taşıma maliyeti göz önünde bulundurulmuyor olmasına rağmen kesin sonuçlar sunulamamıştır. Taşıma maliyetinin problem yapısını zorlaştırdığı düşünüldüğünde ikinci siparişin rassal talebi karşılamak üzere verildiği durumlarda problemin daha karmaşık bir hal alacağı ön görülmektedir. Satış sezonunun iki periyottan oluştuğu ve her iki siparişin de rassal talebi karşılamak üzere verildiği bazı çalışmalarda ise ilk periyotta talebe ilişkin edinilen bilginin kullanılarak ikinci periyota ait talep bilgisinin güncellendiği durum incelenmiştir (Choi ve diğerleri [18]). Bu varsayım altında problem yapısını belirlemek zorlaşsa da talebe ait bilginin güncellenmesi gerçek hayat problemlerinde büyük önem arz etmektedir. Gerekirci talep için taşıma maliyetinin toplam kârı etkilediği durumu ele alan bazı çalışmalarda, taşımada farklı kapasitelere sahip konteynırların kullanılabildiği durum ele alınmıştır. Bu çalışmalarda amaç en düşük taşıma maliyetine sahip kapasite kombinasyonunun belirlenmesidir. Bu durum yapılan çalışma kapsamında da incelenebilir. Öte yandan, gerçek hayatta fırsat maliyetini de içeren talebi erteleme maliyetinin belirlenmesi oldukça zordur. Erteleme maliyetinin fırsat maliyeti de göz önünde bulundurularak belirlenmesi problemi daha gerçekçi kılacaktır. Son olarak, siparişlerin teslimi için geçen süre yapılan çalışmada ihmal edilmiştir. Teslim süresi göz önünde bulundurulurken problem yeniden incelenebilir. Ancak tüm bu uzantılar ikinci sipariş seçeneğinin ve taşıma maliyetinin birlikte ele alındığı durumlarda problem yapısının karmaşıklaşmasından ötürü analitik zorluk içermektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Edgeworth, F., The mathematical theory of banking. *Journal of the Royal Statistical Society* , **51**: 113-127, 1888.
- [2] Khouja, M., The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research. *Omega, International Journal of Management Science* , **27**: 537-553, 1999.
- [3] Jucker, J.V., Rosenblatt, M.J., Single-period inventory models with demand uncertainty and quantity discounts: behavioral implications and a new solution procedure. *Naval Res Logist Q*, **32**: 537-550, 1985.
- [4] Lin, C.S., Kroll, D.E., The single-item newsboy problem with dual performance measures and quantity discount. *European Journal of Operational Research*, **100** (3): 562-565, 1997.
- [5] Weng, Z.K., Coordinating order quantities between the manufacturer and the buyer: A generalized newsvendor model. *European Journal of Operational Research*, **156**: 148-161, 2004.
- [6] Khouja, M., The newsboy problem with progressive retailer discounts and supplier quantity discounts. *Decision Science*, **27**: 589-599, 1996.
- [7] Khouja, M., The newsboy problem under progressive multiple discounts. *European Journal of Operational Research*, **84**: 458-466, 1995.
- [8] Aucamp, D.C., Nonlinear freight costs in the EOQ model. *European Journal of Operational Research*, **9**: 61-63, 1982.

- [9] Lee, C.-Y., The economic order quantity for freight discount costs.*IIE Transactions*, **18**: 318-320, 1986.
- [10] Toptal, A., Replenishment decisions under an all-units discount schedule and stepwise freight costs.*European Journal of Operational Research*, **198**: 504-510, 2009.
- [11] Zhang, J.-L., Lee, C.-Y., Chen, J., Inventory control problem with freight cost and stochastic demand.*Operations Research Letters*, **37**: 443-446, 2009.
- [12] Mendoza, A., Ventura, J.A., Incorporating quantity discounts to the EOQ model with transportation costs.*International Journal of Production Research*, **113**: 754-765, 2008.
- [13] Toptal, A., Çetinkaya, S., Contractual agreements for coordination and vendor managed delivery under explicit transportation considerations.*Naval Research Logistics*, **53**: 1-24, 2006.
- [14] Konur, D., Toptal, A., Analysis and applications of replenishment problems under stepwise transportation costs and generalized wholesale prices.*International Journal of Production Economics*, **140**: 521-529, 2012.
- [15] Pantumsinchai, P., Knowles, T.W., Standard Container Size Discounts and the Single-Period Inventory Problem.*Naval Research Logistics*, **22**: 612-619, 1991.
- [16] Qin, Y., Wang, R., Vakharia, A.J., Chen, Y., Seref, M.M.H., The newsvendor problem: Review and directions for future research.*European Journal of Operational Research*, **213**: 361-374, 2011.
- [17] Khouja, M., A note on the newsboy problem with an emergency supply option.*Journal of the Operational Research Society*, **47**: 1530-1534, 1996.
- [18] Choi, M., Li, D., Yan, H., Optimal two-stage ordering policy with Bayesian information updating.*Journal of the Operational Research Society*, **54**: 846-859, 2003.

- [19] Gallego, G., Moon, I., The distribution free newsboy problem: review and extensions. *The Journal of the Operational Research Society*, **44** (8): 825-834, 1993.
- [20] Lau, H.-S., Lau, A.H.-L., Yan, H., Reordering strategies for a newsboy-type product. *European Journal of Operational Research*, **103**: 557-572, 1997.
- [21] Lau, H.-S., Lau, A.H.-L., Yan, H., Decision models for single-period products with two ordering opportunities. *International Journal of Production Economics*, **55**: 57-70, 1998.
- [22] Wang, S., Atasu, A., Kurtuluş, M., A multiordering newsvendor model with dynamic forecast evolution. *Manufacturing and Service Operations Management*, **14** (3): 472-484, 2012.
- [23] Webster, S., Weng, Z.K., A risk-free perishable item returns policy. *Manufacturing and Service Operations Management*, **2** (1): 100-106, 2000.
- [24] Li, J., Liu, L., Supply chain coordination with manufacturer's limited reserve capacity: An extended newsboy problem. *International Journal of Production Economics*, **112**, 860-868, 2008.
- [25] Barnes-Schuster, D., Bassok, Y., Anupindi, r., Coordination and flexibility in supply contracts with options. *Manufacturing and Service Operations Management*, **4** (3): 171-207, 2002.
- [26] Choi, T.-M., Sethi, S., Innovative quick response programs: A review. *International Journal of Production Economics*, **127** (1), 1-12, 2010.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : NEMUTLU, Gizem Sultan
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 27.06.1988 Ankara
Medeni hali : Bekar
Telefon : +905056037994
Faks : +903122924091
e-mail : gnemutlu@etu.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Hacettepe Üniversitesi	2010

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2009-2011	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce (Çok iyi)
Almanca (İyi)

Yayımlar

Dalgic, O.O, Secerdin, Y., Nemutlu, G.S., Fescioglu Unver, N., "Analysis of Airport Check-in Counter Allocation Policies Using Simulation", MAS 2012, The 11st International Conference on Modelling and Applied Simulation, Vienna, Austria, September 19-21, 2012

Nemutlu, G.S.,Aytaç, B., Ertöğral K., "Newsvendor Problem with A Second Order Option and The Transportation Costs", Euro 2013, 26th European Conference on Operational Research , Rome, Italy, July 1-4, 2013