

LİKİDİTENİN HİSSE SENEDİ FİYATLARINA ETKİSİ

HATİCE ÇAKMAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAYIS 2010

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Ünver KAYNAK

Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Ömer AKIN

Anabilim Dalı Başkanı

Hatice ÇAKMAK tarafından hazırlanan LİKİDİTENİN HİSSE SENEDİ FİYATLARINA ETKİSİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Hüseyin MERDAN

Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan Doç. Dr. Nuri ÖZALP

Üye Doç. Dr. Hüseyin MERDAN

Üye Dr. Ceren VARDAR

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

.....

Hatice ÇAKMAK

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı : Matematik Bölümü
Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hüseyin MERDAN
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans – Mayıs 2010

Hatice ÇAKMAK

LİKİDİTENİN HİSSE SENEDİ FİYATLARINA ETKİSİ

ÖZET

Bu tezde piyasadaki yüksek ya da düşük likiditenin hisse senedi fiyatları üzerindeki etkisi adi diferansiyel denklemlerden oluşan bir diferansiyel denklem sistemi türetilerek çalışılmıştır ve bu tez çalışması Caginalp ve Merdan tarafından 2007’ de yayınlanan çalışmalarındaki modelin bir genişletmesidir. Bu model iki yatırımcı grup ve tek hisse senedi ihtiva eden bir finansal piyasayı göz önüne almaktadır. Bu tez çalışmasının amacı ise aynı finansal piyasa modelinde fiyatın yönü ve değere dayalı yatırımcı stratejisinin yanında likiditeye dayalı yatırımcı stratejisinin de hisse senedi fiyatlarına etkisini gözlemektir. Hisse senedi fiyatının zaman içindeki gelişimi her iki model için aynı örnek çalışılarak nümerik simülasyonlarla karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Hisse senedi fiyatlaması için adi diferansiyel denklem, dinamik sistemlerle matematiksel finans yaklaşımı, hisse senedi fiyatlama teorisi, likidite, hisse senedi akışı.

University : TOBB Economics and Technology University
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Mathematics
Supervisor : Associate Professor Dr. Hüseyin MERDAN
Degree Awarded and Date : M.Sc. – May 2010

Hatice ÇAKMAK

THE EFFECT OF LIQUIDITY ON THE ASSET PRICES

ABSTRACT

In this thesis the effect of the high/low liquidity in the market on the asset prices is studied by deriving a system of ordinary differential equations. The model is an extension of the model introduced by Caginalp and Merdan for the system which involves a single asset traded by two groups. The aim of this model is to determine the effect of the investment strategies to the asset prices. These strategies are based on not only trend and discount but also liquidity value. The time evolution of the asset price is compared by both models for the same example by numerical simulations.

Keywords: Ordinary differential for asset pricing, dynamical system approach to mathematical finance, asset pricing theory, liquidity, asset flow.

TEŞEKKÜR

Tez çalıŐmalarım boyunca destek ve katkılarıyla beni yönlendiren değerli hocam Doç. Dr. Hüseyin Merdan'a, yardımlarını esirgemeyen asistan arkadaşlarıma ve beni her zaman destekleyip bugünlere getiren sevgili aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

| | Sayfa |
|--|--------------|
| TEZ BİLDİRİMİ | ii |
| ÖZET | iii |
| ABSTRACT | iv |
| TEŞEKKÜR | v |
| İÇİNDEKİLER | vi |
| ŞEKİLLERİN LİSTESİ | vii |
| BÖLÜM 1 | 1 |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 1.1 Tez Çalışmasının Amacı | 1 |
| 1.2 Literatürde Finansal Matematik | 2 |
| BÖLÜM 2 | 4 |
| 2. ÖN BİLGİ | 4 |
| 2.1 Hisse Senedi Fiyatlarını Etkileyen Etkenler ve Fiyatlama Teorileri | 4 |
| 2.2 Hisse Senedi Fiyatları Üzerine Yapılmış Matematiksel Yaklaşımlar | 8 |
| BÖLÜM 3 | 24 |
| 3. LİKİDİTE | 24 |
| 3.1 Tanım | 24 |
| 3.1.1 Ekonomide Likidite | 24 |
| 3.1.2 Matematiksel Modeldeki Likidite | 25 |
| 3.2 Piyasadaki Likidite Miktarı | 26 |
| 3.3 Likidite Yönetimi | 29 |
| 3.4 Likidite ile Hisse Senedi Fiyatları Arasındaki İlişki | 30 |
| BÖLÜM 4 | 32 |
| 4. MATEMATİKSEL MODEL | 32 |

| | |
|--|----|
| 4.1 Notasyon | 32 |
| 4.2 Diferansiyel Denklem Modeli | 33 |
| 4.2.1 Kapalı Sistem | 33 |
| 4.2.2 Ek Hisse Senedi ya da Nakit Girişinin Olduğu Model | 41 |
| BÖLÜM 5 | 44 |
| 5. NÜMERİK HESAPLAMALAR | 44 |
| 5.1 Örnek | 44 |
| 5.2 Nümerik Simülasyonlar | 46 |
| BÖLÜM 6 | 57 |
| 6. SONUÇ | 57 |
| KAYNAKLAR | 59 |
| EKLER | 60 |
| ÖZGEÇMİŞ | 62 |

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

| Şekil | Sayfa |
|--|-------|
| Şekil 2.1 Caginalp & Balenovich (CB) Modeli Fiyat-Zaman Grafiği | 17 |
| Şekil 2.2 Caginalp & Balenovich (CB) Modeli Fiyat-Zaman Grafiği | 18 |
| Şekil 2.3 2004 CEE Değer Kaybı- Zaman Grafiği | 22 |
| Şekil 2.4 Caginalp & Merdan (CM) Modeli Fiyat- Zaman Grafiği | 23 |
| Şekil 5.1 Düşük Likiditenin Hisse Senedi Fiyatlarına Etkisi | 48 |
| Şekil 5.2 Caginalp & Merdan (CM) ile Merdan & Cakmak (MC) Modellerinin Karşılaştırması | 49 |
| Şekil 5.3 Yüksek Likiditenin Hisse Senedi Fiyatlarına Etkisi | 51 |
| Şekil 5.4 Farklı “Değer” Katsayılarının [0,30] Aralığında Fiyatlara Etkisi | 52 |
| Şekil 5.5 Farklı “Değer” Katsayılarının [0,60] Aralığında Fiyatlara Etkisi | 53 |
| Şekil 5.6 Farklı Zaman Parametrelerinin Fiyatlara Etkisi | 54 |
| Şekil 5.7 İkinci Gruba Ait Hisse Senedi Miktarının Değişiminin Fiyatlara Etkisi | 56 |

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

1.1 Tez Çalışmasının Amacı

Yatırımcılar, yatırım kararlarını birtakım etkenler altında alırlar. Bu etkenler bazen karar alıcıyı doğrudan etkilerken, bazen de dolaylı olarak etkiler. Bu etkileşimin şiddeti yatırımcının kişisel yapısının yanı sıra içinde bulunduğu çevresel yapının da şekline göre değişiklikler gösterir. Yatırımcılar heterojen bir grup oluşturduğundan; beklentileri de farklılıklar göstermektedir. Bu farklılıklar yatırımcıların varlıklarının fiyatlarının belirlenmesinde birbirinden farklı etkenlere önem vermelerinden kaynaklanmaktadır. Bu etkenlerden biri de piyasadaki likidite miktarıdır. Likidite ekonomide paraya dönüştürülebilen varlıklar olarak tanımlanmaktadır ve piyasada likidite bolluğu ya da likidite darlığı kavramlarının varlık fiyatlarını etkilediği kabul görmektedir. Bu tez çalışması hisse senedi fiyatlarında fiyatın yönü ve fiyatın gerçek değere göre değişiminin yanı sıra likiditenin etkisini gözlemek amacıyla yöneliktir.

Hisse senedi fiyatlarını etkileyen unsurlar üzerinde çok sayıda araştırma ve çalışma yapılmıştır. Çünkü hisse senedi fiyatları ile ilgili bilgi sahibi olabilmek, fiyatları etkileyen unsurları belirleyebilmek sadece araştırmacıların değil yatırımcıların ve diğer ilgililerin de öğrenmek ve bilmek istedikleri bir konudur. Bu alandaki çalışmaların belli bir kısmı farklı istatistiksel ve ekonometrik yöntemler kullanılarak, bir kısmı ise bu tez çalışmasında olduğu gibi matematiksel modelleme yöntemi ile dinamik sistemler yaklaşımı ile yapılmıştır.

Bu tez çalışmasının amacı, likidite değerinin yatırımcı kararına ve fiyattaki değişime etkisini gözlemlemektir. Bu yapılırken önceki çalışmalarda yapılan matematiksel modeller baz alınmıştır. Buna göre, modele iki grup yatırımcının tek bir hisse senedini alıp sattığı, önce kapalı bir sistem ve ardından ek hisse senedi girişinin olduğu bir sistem göz önüne alınarak başlanmıştır. “Likidite değeri sistemdeki nakit paranın sistemdeki hisse senedi miktarına oranıdır” tanımından yola çıkılmış ve

önceki çalışmalarda sözü geçen ancak sisteme eklenmeyen “likidite değeri” ilk kez bu çalışmada diferensiyel denklem sistemi içine eklenmiştir. Likiditeye, yatırımcı psikolojisine etki eden bir etken gözüyle bakılmış ve hisse senedi fiyatları üzerindeki etkilerini gözlemek amaçlanmıştır.

1.2 Literatürde Finansal Matematik

İşletme ve ekonominin bir alt dalı olan finans, kişi veya kurumların maddi gelir elde etmeleri, yatırım yapmaları ve zaman içinde bu yatırımları değerlendirmeleriyle ilgilidir. Finansal piyasalarda kullanılan devlet tahvilleri, hazine bonoları, hisse senetleri gibi yatırım ürünlerine değer biçme problemi bu alanda araştırmaya ihtiyaç duyulan temel konulardandır. Bu aşamada konusu finansal ekonomi disiplini ile yakından ilişkili olan, daha dar bir alanda ancak daha teorik çalışan finansal matematik dalında çeşitli çalışmalar yapılmıştır.

Bir konunun bir finansal ekonomist ile bir finansal matematikçi tarafından ele alınması farklı getiriler sağlamaktadır. Finansal ekonomist bir firmanın neden belirli bir hisse senedi fiyatına sahip olması gerektiği konusunda çalışırken, matematikçi hisse senedi fiyatını girdi olarak alır ve bu hisse senedi fiyatının doğru fiyat türevlerini elde etmek için tahmini hesaplamalar yapar. Bu hesaplamalar yapılmadan önce hisse senedi fiyat tahminine yönelik matematiksel modellemelerle yapılmış ve nümerik hesaplamalarla desteklenmiş birçok çalışma mevcuttur.

Finansal matematik alanındaki çalışmalar ilk olarak 1880 yılında T.N. Thiele ile başlamış, 1900 yılında Louis Bachelier tarafından yapılan ve hisse senedi opsiyonlarını değerlendirmek için Brownian Metodu kullanımını vurgulayan “The Theory of Speculation” ile devam etmiştir ancak bu çalışma fazla ilgi görmemiştir. 1952 yılında Harry Markowitz tarafından yayınlanan “Modern Portfolio Theory” isimli çalışma bu alandaki ilk etkili çalışma olmuştur. Markowitz bir hisse senedi portfolyosunun riskini ve getirisini ölçmek ve anlamak için lineer regresyon yöntemini kullanmıştır. Sonrasında William Sharpe tarafından piyasayı ve her bir

hisse senedi arasındaki korelasyonu saptama matematiği geliştirilmiştir. Harry Markowitz ve William Sharpe'in öncülük ettikleri bu çalışmalar Merton Miller'in da katılımıyla 1990 yılında ekonomi alanındaki Nobel Ödülü'nü getirmiştir. Bu ödöl finans alanında verilen ilk ödöl olma özelliğini taşımaktadır. Finansal matematik alanındaki ikinci devrimi ise Fischer Black ve Myron Scholes, 1973 yılında Black-Scholes Modelini geliştirerek yapmışlardır. Stokastik modeller ile finans piyasalarını modelleyen bu çalışma da 1997 yılında ekonomi alanındaki Nobel Ödülü'ne layık görülmüştür.

Sözü geöen bu ekonomistler ve yayınları finansal matematiği daha çok istatistiksel yaklaşımlarla desteklemektedir. Bu tez çalışmasında atıfta bulunulan çalışmalar ise bir piyasanın matematiksel modellemesini içermektedir. Buna göre ele alınan ilk çalışma Caginalp ve Ermentrout tarafından 1990 yılında yapılan "A Kinetic Thermodynamics Approach to the Psychology of Fluctuations in Financial Markets" çalışmasıdır. Bu çalışmada yatırımcı psikolojisinin hisse senedi fiyatı dalgalanmalarına etkisi vurgulanmış ve "fiyatın yönü" ile "ana değerdeki değişim" duyarlılıkları ele alınmıştır. İkinci olarak ise 1999 yılında Caginalp ve Balenovich tarafından yapılan "Asset Flow and Momentum: Deterministic and Stochastic Equations" isimli çalışma ele alınmıştır. Bu çalışmada ise tek grup ve tek hisse senedinin olduğu, önce kapalı ardından dışarıdan ek alan bir piyasa modeli kurulmuştur. Bu çalışmada da öncekinde olduğu gibi aynı çeşit yatırımcı duyarlılıklarının etkisi gözlemlenmiştir. Bu etkiler önce "anlığ" ele alınmış, ardından ise zaman parametreleriyle genişletilmiştir. Ele alınan üçüncü çalışma ise 2007 yılında Caginalp ve Merdan tarafından yapılan "Asset Price Dynamics with Heterogenous Groups" çalışmasıdır. Buradaki model iki yatırımcı grubun önce kapalı ardından ek girişin olduğu bir sistemde tek hisse senedinin alınıp satılması üzerine kuruludur. Yatırımcı duyarlılıkları diğer iki çalışmadaki gibi "fiyatın yönü" ve "ana değerdeki değişim" kavramlarına dayalı olarak ele alınmıştır.

Bu tez çalışması ise matematiksel modelden oluşan bu üç çalışmanın genişlemesidir; iki grup yatırımcı ve tek bir hisse senedinden oluşan bir piyasa örneğinin matematiksel modellemesi ve bu modeli destekleyen sayısal hesaplamalardan

oluşmaktadır. Bu çalışmada diğerlerinden farklı olarak “likidite” etkisi gözlenmek istenmiş ve yatırımcı duyarlılığı olarak sisteme ilk kez bu çalışmada eklenmiştir.

BÖLÜM 2

2. ÖN BİLGİ

2.1 Hisse Senedi Fiyatlarını Etkileyen Etkenler ve Fiyatlama Teorileri

Hisse senedi, katılımcı şirketler tarafından piyasaya sürülen ve şirketlerin sermayesine belirli bir katılma payını temsil eden, yasal şekil şartlarına uygun olarak düzenlenmiş, kıymetli evraktır.

Şirketlerin piyasaya sürdükleri hisselerin fiyatları, piyasadaki arz ve talebe göre belirlenir. Piyasa akışında yatırımcıların alış-satış talepleri, piyasaya hisse senedi süren şirketlerin karlılıkları, verimlilikleri, etkinlikleri ve bilanço değerleri fiyatları belirler.

Piyasada işlem gören şirketlerin fiyatları birbirinden farklıdır, çünkü hiçbir şirketin sermaye yapısı ve karlılık oranı birbirine benzemez. Bu yüzden arz, talep ve bilanço hisse senedi fiyatlarının göstergesidir.

Piyasalarda şirketlerin hisse senetlerinin değerleri şu şekilde belirlenir: piyasa açılır, hisse senetleri piyasada işlem görmeye başlar ve her hisse senedi için belirli fiyatlar oluşmaya başlar. Örneğin belirli bir hisse senedinde 100.000 alıcı ve 200.000 satıcı olsun. Bu alıcı ve satıcılar eşleştikten sonra miktar ve fiyat ortalamaları alınır ve akşamları piyasa kapanırken bu hisse senedinin ortalama fiyatı ve bu hisse senedine sahip şirketin o günkü kapanış fiyatı belirlenir. Ancak şirket üzerinde (özellikle bilanço dönemlerinde), daha orta dönemde bir beklenti varsa yani şirketin daha iyi bir performans sergileyebileceğine inanılıyorsa, şirket o günden sonra daha çok prim yapabilir.

Piyasada şirketler makro ve mikro olarak adlandırılan iki temel olaydan etkilenir. Mikro olaylar, yurt içindeki; makro olaylar, dünya çapındaki olaylardır. Mikro olaylar, ülke çapında yaşanan siyasi ve politik olaylar ile deprem, sel gibi doğal afet

olaylardır. Bu olaylar fiyatları etkiler, çünkü yurt içindeki şirketler ülkenin şartlarına göre iş yaparlar. Şirketlerin verimlilikleri ve karlılıkları ülkenin ekonomisine bağlıdır. Makro olaylar ise yurt dışındaki borsaların etkisidir. Örneğin Avrupa ve ABD borsaları Türkiye piyasalarını etkiler, çünkü Avrupalı veya Amerikalı yatırımcılar Türkiye’ de yatırım yaparlar, Türkiye ile ortak iş yaptıkları firmalar vardır ya da o piyasalarda yatırım yapan Türk yatırımcı şirketler vardır. Bu piyasalar birbirlerini etkilerler ve şirketlerin değerlerinde değişiklikler meydana gelir. Bunların yanı sıra makro olaylar içine yabancı paraların, yani dövizlerin değerlerindeki değişiklikler (döviz kurlarındaki değişiklikler) de alınabilir. Çünkü yurt içindeki firmalar ile yurt dışındaki firmalar birbirleriyle iş yaparken örneğin ithalat ve ihracat yaparken döviz kullanırlar ve doğal olarak döviz kurundaki değişiklikler şirketlerin yaptıkları işleri ve şirketlerin piyasadaki değerlerini değiştirirler.

Hisse senedi fiyatlarındaki artma ya da azalma farklı birçok etkiye bağlıdır. Bu konuda yapılmış birçok çalışma vardır. Genel anlamda durgunluğa giren ekonomilerde hisse senedi fiyatları düşerken gelişmekte olan ekonomilerde hisse senedi fiyatları yükselme eğilimindedir. Bu konuda yapılan çalışmalar göstermiştir ki hisse senedi fiyatları yatırımcı psikolojisinden çok etkilenmektedir. Katılımcıların panik haline girip çok sayıda hisse senedini satışa sunmalarıyla diğer katılımcılar yavaş yavaş da olsa bu hisse senetlerinden satın alma zorunluluğuna girerler çünkü bu panik ortamında fiyatların düşmesi zaten kaçınılmaz iken fiyatların gerekenden fazla düşüşü yatırımcıyı satın almaya iter. Satın almaya cesaret eden yatırımcılar hisseleri alıp ellerinde bir süre bekletirlerse kazançlı çıkacaklardır. Çünkü hisse senedi fiyatları bu panik ortamının geçmesinin ardından yükselecektir. Hisse senedi fiyatlarını etkileyen unsurlardan biri de faiz oranlarıdır. Faiz oranları ile hisse senedi fiyatları arasındaki ilişki incelendiğinde aralarında ters bir orantı olduğu, başka bir deyişle faiz oranları düştüğünde (yükseldiğinde) hisse senedi fiyatlarının yükseldiği (düştüğü) gözlemlenmiştir. Ancak bu durumun yaşanmadığı süreçler mevcuttur. Örneğin, eğer ülke ekonomisi çok iyi gidiyorsa, şirketlerin karlılık oranları artıyor ve ekonomi gittikçe büyüyorsa merkez bankaları enflasyonu artırmamak için faiz oranlarını artırabilir ancak buna rağmen hisse senedi fiyatları da yukarı doğru hareket edebilir. Fakat faiz oranlarındaki bu artışta bir kırılma noktası vardır ki bu noktada

piyasa durgunluğa girmeye başlar ve büyüme yavaşlar, bunun sonucu olarak da hisse senedi fiyatlarında gerileme görülür.

Hisse senedi fiyatlarının nasıl belirlendiğini ve nelerden etkilendiğini incelemek amacıyla finansal metotların yanı sıra istatistiksel metotlar ile matematiksel metotların birlikte kullanımıyla “hisse senedi fiyatlama teorileri- asset pricing theory” oluşturulmuştur. Bu teorilerin ilk örneklerini Jarrow (1996), Hull (1999), Duffe (1996), Ingersoll (1987), Musiela ve Rutkowski (1997) vermişlerdir. Finansal türevler için fiyatlama modelleri “sürekli zaman stokastik süreçlerinin” kullanımını gerektirmektedir. Stokastik analizin ve stokastik süreçler teorisindeki bazı derin teoremlerin ve yöntemlerinin iyi anlaşılmasına hisse senedi değer belirlemeleri için gerek duyulmuştur [11].

Hisse senedi fiyatlama teorisi yatırımlar, masraflar ya da ödemelerin değerlerini, fiyatların ve getirilerinin neden aldıkları değerde olduklarını anlamaya çalışmaktadır [12].

Bir hisse senedine değer biçmek için o hisse senedine ait ödemeler “gecikme” ve “risk” kavramları göz önünde bulundurularak açıklanmalıdır. Zamanın etkilerini kullanmadaki amaç geçmişten yararlanılarak geleceğin tahmin edilmesidir. Gerçekten de bir yatırımcı, elindeki son on beş aya ait hisse senedi fiyatlarına bakarak elinde tuttuğu hisse senedi fiyatı hakkında geleceğe yönelik tahminde bulunabilir. Yatırımcının elindeki verilerde geçmişte genel olarak fiyatlar artmışsa, gelecekte de bu durumun sürmesi beklenir. Fakat risk düzenlemeleri birçok hisse senedi değerleri için çok daha önemli belirleyicilerdir. Örneğin, ABD hisse senetleri son 50 yıl boyunca ortalama %9 civarında gerçek bir getiri vermiştir. Bunun sadece %1’ i faiz oranlarına bağlıdır, kalan %8’ i ise kazanılan bir risk taşıma primidir. “Belirsizlik” (kuşku, şüphe) ya da “risk düzenlemeleri” hisse senedi fiyatlamasını ilginç ve zorlayıcı yapar [12].

Birçok hisse senedinin fiyatları ya da getirileri gözlemlenmiştir. Bunun üzerine birçok piyasa modeli geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Eğer piyasalar oluşturulan bir piyasa modelinin tahminlerine uyum sağlamazsa bu piyasa modelinin geliştirilmesi gerektiği düşünülür. Diğer taraftan piyasa yanılıyor olabilir, öyle ki bazı hisse

senetleri yanlış fiyatlanmıştır ve bu hisse senedi kurnaz yatırımcılar için alım-satım fırsatları sunmaktadır. Bu ikinci durum hisse senedi fiyatlama teorisinin neden kullanışlı olduğunu ve pratik uygulamalarını açıklar. Ayrıca bu teori potansiyel devlet ya da özel yatırım projeleri, yeni finansal menkul değerler, satın alma beklentileri ve karmaşık türev araçları gibi birçok varlığın fiyatlarının en iyi ne olması gerektiğine karar vermek için uygulanabilir, çıkan sonuçlar ise devlet ve özel yatırımcı kararları için önemli bir yol gösterici olur [12].

Hisse senedi fiyatlamasına iki kutup yaklaşım vardır. Bunlar “mutlak fiyatlama-absolute pricing” ve “relatif fiyatlama- relative pricing” yaklaşımlarıdır. Mal ve hizmetlerin piyasada alım satım işlemlerinde uygulanan ve bilinen birim fiyatları, onların mutlak fiyatlarıdır. Başka bir deyişle mutlak fiyat bir varlığın fiyatının toplam para cinsinden ifadesidir. Mutlak fiyatlamada her bir hisse senedi kendisinin makroekonomik riskin ana kaynaklarına maruz kalmasına bağlı olarak fiyatlanmaktadır. “Tüketim bazlı modeller” ve “genel denge modelleri” bu yaklaşıma en iyi örnektir. Mutlak yaklaşım, fiyatların neden sahip oldukları değerlerde olduğuna dair ekonomik bir açıklama vermesi için hisse senedi fiyatlama teorisinin kullanıldığı akademik belirlemelerde en yaygın olanıdır. Bu yaklaşım aynı zamanda politik ya da ekonomik yapı değiştiğinde fiyatların nasıl değişebileceğine dair tahminde bulunulması açısından da yaygın olarak kullanılmaktadır [12].

Relatif fiyat, bir malın fiyatının başka bir malın fiyatı cinsinden ifadesidir. Relatif fiyatlamada diğer hisse senetlerinin fiyatları verildiğinde belirli bir hisse senedinin değeri hakkında ne öğrenilebileceği sorusu baz alınır. Böyle bir durumda diğer hisse senetlerinin fiyatlarının nereden geldiği sorulmaz ve temel risk faktörleri hakkında mümkün olduğu kadar az bilgi kullanılır. Bu yaklaşımın klasik bir örneği Black-Scholes opsiyon fiyatlama modelidir. Dar kapsamlı olmasına rağmen bu yaklaşım çoğu uygulamalarda kesinlik sunar [12].

Hisse senedi fiyatlama problemleri ne kadar mutlak ve ne kadar relatif fiyatlama yapılacağı mantıklı bir şekilde seçilerek ve hesaplamanın amacına bağlı olarak çözülür. Hemen hemen hiçbir problem sırf mutlak yaklaşımla ya da sırf bağıl yaklaşımla çözülmez. Örneğin alınan risk ile getiri arasında pozitif ve lineer bir ilişki

olduğunu modelleyen CAPM (capital asset pricing model) ve onu takip eden modeller mutlak yaklaşıma örneklerdir. Ancak uygulamalarında hisse senetleri piyasasına ya da diğer risk faktörlerine göre relatif olarak fiyatlandırılır. Bu yapılırken piyasayı ya da risk primleri ile betaları neyin belirlediği sorusuna yanıt aranmaz (CAPM’ da “beklenen getiri oranı = risksiz getiri oranı + beta” gibi bir eşitlik söz konusudur. Beta, bir hisse senedinin piyasa dalgalanmalarına olan hassasiyetini temsil eder ve serbest parametreler gibi davranır. Beta sıfır ile bir arasındaysa dalgalanması piyasaya göre daha az, 1 den yüksekse piyasa dalgalanmalarından daha fazla tepki verir anlamına gelir. Devlet bonolarının ve tahvillerin betası 0’ dır.) [12].

Birçok deneysel çalışma makroekonomi ve finans arasındaki bağlantıyı göstermiştir. Örneğin beklenen getiriler zaman boyunca ve hisse senetlerine bağlı olarak değişir. Bu değişim, makroekonomik değişkenlere veya makroekonomik olaylara bağlı yollarla gerçekleşir. Geniş bir model sınıfı “durgunluk” veya “finansal endişe” faktörlerinin çoğu hisse senedi fiyatlarının temelinde yattığını ileri sürer. Fakat bu teoriyi güçlendirmek için bu ilginç korelasyonları açıklayan iyi tanımlanmış bir model henüz yoktur.

2.2 Hisse Senedi Fiyatları Üzerine Yapılmış Matematiksel Yaklaşımlar

Klasik ekonominin “bir hisse senedinin fiyatı, ona olan arz ve talep birbirine eşit olduğunda denge noktasına ulaşır” temel prensibini başlangıç noktası kabul ederek hisse senedi fiyatları üzerinde tahmin yapmak ve yatırımcı psikolojisini de içine alarak hisse senedi fiyatlarını değiştiren etkileri araştırmak amacıyla dinamik sistemler yaklaşımı ile yapılmış birçok çalışma vardır.

Yukarıda sözü edilen çalışmalardan ilki [10] (Caginalp, G. and Ermentrout, G.B., A Kinetic Thermodynamics Approach to the Psychology of Fluctuations in Financial Markets) çalışmasıdır. Bu çalışmada finansal piyasalardaki büyük fiyat dalgalanmalarının esas değerlerindeki dalgalanmalardan daha fazla olduğu

vurgulanmış ve bu dalgalanmalar ana değerdeki ani fakat küçük değişikliklere karşı oluşan psikolojik tepkilere ve aşırı tepkilere dayandırılmıştır. Bu çalışmada yatırımcı psikolojisini baz alan teorik bir finansal piyasa davranışı modellenmiştir. Bu çalışmada fiyat dalgalanmalarının bir diferensiyel denkleme dayandırılarak deterministik bir yolla modellenebileceği gösterilmiştir. Söz konusu bu diferensiyel denklem mevcut fiyat değişimini, fiyattaki iniş-çıkışı ve fiyatın türev geçmişini içeren bir $\xi(t)$ integraliyle ilişkilendirmektedir.

Bunun için ilk olarak herhangi bir zamanda her yatırımcının hisse senedi satan, hisse senedini elinde tutan, hisse senedi alan ve elinde nakit tutan olmak üzere toplam dört pozisyondan birinde bulunabileceği kabul edilmiş ve bu pozisyonlara sırasıyla A, B, C, D isimleri verilmiştir. Bu durumların birbirlerine dönüşümünün ise k_i dönüşüm fonksiyonları yardımıyla sağlandığı belirtilmiştir ($i = 1,2,3,4$).

Çalışmada “yatırımcı psikolojisi” vurgulanmış ve söz konusu deterministik metodu oluşturmak amacıyla matematiksel ifadelerin yazılmasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu amaçla yatırımcıların kitle psikolojisi üzerindeki çok önemli varsayımları k_i dönüşüm fonksiyonlarının içine yerleştirilmiştir ($i = 1,2,3,4$). Modele göre yatırımcının iki çeşit bakış açısı vardır: duygusal ve mantıksal. “Duygusal” bakış açısı fiyatlar düşerken satma eğilimini içerir. Yatırımcıların genellikle hisse senetlerinin fiyat geçmişinden haberdar oldukları ve hisse senedi fiyatlarının yükselip yükselmediği veya düşüp düşmediği konusundaki algılarının zamanla hafızalarından silindiği savunulmuştur. Örneğin, belirli bir hisse senedinin fiyatını 10 gün öncesinden başlayarak takip eden bir yatırımcının bir önceki günlük fiyat değişiminin etkisini baz alması beklenir. Çünkü 10 gün önceki fiyat değişiminin etkisi bir önceki günlük fiyat değişiminden daha az yankı uyandıracaktır. Başka bir ifadeyle, normal piyasa şartlarında takip süresi uzadıkça fiyattaki değişimin hafızada kalma süresi ve dolayısıyla zihne etkisi azalacaktır. Böylelikle $P(t)$, t anındaki fiyatı göstermek üzere fiyattaki relatif değişimin $\left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt}\right)$, hafızadan silinme için doğal bir fonksiyon ile yani tüm geçmiş zamanları birleştiren üstel fonksiyon ile elde edildiği sonucuna varılır. Bu, aşağıdaki ilk integrali verir. “Mantıklı” bakış açısının ise fiyat hisse senedinin esas değerinin hemen altında iken satın almaya yönelen yatırımcı

motivasyonunu baz aldığı savunulmuştur. Burada aynı zamanda gecikme süresinden dolayı azalan bir üstel terimin fiyat düşüşünü içeren kesirsel bir ifadeyle çarpımına yer verilmiştir.

Böylece “yatırımcı duyarlılığı” veya satın alma eğilimi bir t anına kadar olan etkilerin toplamının matematiksel ifadesi olarak şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\xi(t) = q_1 c_1 \int_{-\infty}^t e^{-c_1(t-\tau)} \frac{1}{P(\tau)} \frac{dP(\tau)}{d\tau} d\tau + q_2 c_2 \int_{-\infty}^t e^{-c_2(t-\tau)} \left(\frac{P_a(\tau) - P(\tau)}{P_a(\tau)} \right) d\tau.$$

Burada q_1 “duygusal” bakış açısına, q_2 ise “mantıksal” bakış açısına katkı, c_1^{-1} akılda kalma süresi “hafıza uzunluğu (memory length)” ve c_2^{-1} ise gecikme süresi “zihinsel durağanlık (intellectual inertia)” olarak belirlenmiştir. Büyük q_1 ve c_1 değerleri, ani fiyat yükselmelerinin yatırımcı duyarlılığını artıracak anlamına gelir. $k_i(t)$ fonksiyonu durumların birbirine geçişinin olasılık fonksiyonu olarak seçildiğinden sadece $[0,1]$ arasında değer alması beklenmektedir. Bu nedenle bu görüntü kümesini verebilecek bir fonksiyon olarak \tanh ile aşağıdaki eşitlik yazılmıştır:

$$k_i(t) = \frac{1}{2} [1 + \tanh\{\xi(t)\}]$$

Sonuç olarak bu çalışmada vurgulanmak istenen yatırımcı motivasyonunda ve stratejisinde yatırımcı psikolojisinin etkileridir. Yatırımcının karar vermesinde etkili olan “duygusal” ve “mantıksal” bakış açılarının, fiyattaki dalgalanmaların ve kararsızlıkların temelini oluşturduğu sonucuna varılmıştır.

Yukarıda sözü edilen çalışmalardan ikincisi [6] (Caginalp & Balenovich- Asset flow and momentum: deterministic and stochastic equations) çalışmasıdır. Bu çalışmada başlangıçta hisse senedi ya da nakit paranın eklenmediği piyasa modeli göz önüne alınmıştır. Bu modele göre, toplam N tane hisse senedi ve M birim nakit paranın katılımcılara rastgele olarak dağıtıldığı ve tek bir hisse senedinin tek bir grup içinde alınıp satıldığı kapalı bir sistem söz konusudur. Tek bir hisse senedinin bir t anındaki fiyatı $P(t)$ olarak ve likidite değeri ise sabit $L := M/N$ olarak tanımlanmıştır. Fiyattaki relatif değişim;

$$\frac{\tau_0 dP}{P dt} = \frac{D}{S} - 1 \quad (2.1)$$

ile gösterilmiştir. Burada D ile talep, S ile arz gösterilmiş ve bu iki terim “geçiş oranı fonksiyonu” olarak adlandırılan, bir olasılık fonksiyonu olan k ve bir bölüm fonksiyonu olan B yardımıyla tanımlanmıştır. τ_0 ise zaman skalasıdır.

B ile yatırımın hisse senedinde olan parçası, $1 - B$ ile de yatırımın nakitte olan parçası gösterilmiştir:

$$B = \frac{NP}{NP + M} \quad ; \quad 1 - B = \frac{M}{NP + M} \quad , \quad (2.2)$$

$$\frac{B}{1 - B} = \frac{N}{M} P = \frac{P}{L} \quad . \quad (2.3)$$

k , yatırımcının elindeki parayı hisse senedine dönüştürme isteğinin olasılığı, $1 - k$ ise yatırımcının elindeki hisse senetlerini nakde dönüştürme isteğinin olasılığı olarak tanımlanır. Matematiksel olarak ise k , fiyattaki relatif değişim ile hisse senedinin ana değerindeki düşüşünün aritmetik ortalaması olarak öncelikle aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$k := \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \quad \xi_1 = \frac{q_1 \tau_0}{P} \frac{dP}{dt}, \quad \xi_2 = q_2 \left(1 - \frac{P}{P_a}\right). \quad (2.4)$$

[10] çalışmasında $\xi(t)$, “fiyatın yönü” ve “değerdeki değişim” etkilerinin bir t anına kadarki toplamı olarak ifade edilmiştir. Bu çalışmada ise ξ_1 ve ξ_2 ile sırasıyla “fiyatın yönü” ve “değerdeki değişim” etkileri gösterilmiştir ve [10] çalışmasından farklı olarak öncelikle “anlık” olarak tanımlanmıştır. Yani fiyat değişikliğinin ya da anadeğerdeki düşmenin önceki etkileri başlangıçta göz önüne alınmamıştır.

(2.2) ve (2.3) denklemleri kapalı bir sistem için yazılmış matematiksel özdeşliklerdir. $B, 1 - B, k, 1 - k$ yardımıyla bu model için talep, arz ve bu iki ifadenin birbirine oranı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$D := k(1 - B), \quad S := (1 - k)B, \quad \frac{D}{S} = \frac{k}{1 - k} \frac{1 - B}{B}. \quad (2.5)$$

(2.3), (2.4) ve (2.5) eşitliklerinin (2.1) “fiyattaki relatif değişim” denkleminin içinde yazılmasıyla;

$$\frac{\tau_0}{P} \frac{dP}{dt} = \left[1 + 2 \frac{q_1 \tau_0}{P} \frac{dP}{dt} + 2q_2 \left(1 - \frac{P}{P_a}\right) \right] \frac{L}{P} - 1 \quad (2.6)$$

likidite teriminin de içinde bulunduğu diferensiyel denklem elde edilmiştir. Burada likidite sabit bir terim olduğundan denklemdeki türev $P(t)/L$ fonksiyonunun türevi olarak alınmış ve (2.6) aşağıdaki diferensiyel denkleme dönüştürülmüştür:

$$\tau_0 \left(1 - Q_1 \frac{L}{P}\right) \frac{d}{d\tau} \left(\frac{P}{L}\right) + \left(1 + Q_2 \frac{L}{P_a}\right) \frac{P}{L} = 1 + Q_2. \quad (2.7)$$

Likidite, trend katsayısı ve anadeğerdeki düşmenin katsayısı sabit olduklarından, $Q_1 := 2q_1$, $Q_2 := 2q_2$, $\hat{P} := P/L$, $\hat{P}_a := P_a/L$, $\tau := t/\tau_0$ dönüşümleri (2.7)' de yazıldığında;

$$\left(1 - \frac{Q_1}{\hat{P}}\right) \frac{d\hat{P}}{d\tau} + \left(1 + \frac{Q_2}{\hat{P}_a}\right) \hat{P} = 1 + Q_2 \quad (2.8)$$

elde edilmiştir. t sonsuz iken (2.8) denkleminde herhangi bir t anında fiyatın dengeye oturacağı (sabit olacağı) ve dolayısıyla denge fiyatının türevinin 0 olacağı gözlemlendiğinden türev içeren kısım etkisiz kabul edilmiştir. Böylece $t \rightarrow \infty$ iken $\hat{P}_a \rightarrow \hat{P}_{denge}$ olduğu sonucuna ulaşılmış ve (2.8) diferensiyel denklemini aşağıdaki eşitliğe dönüştürülmüştür:

$$\left(\frac{1}{Q_2} + \frac{1}{\hat{P}_a}\right) \hat{P}_{denge} = 1 + \frac{1}{Q_2} \quad (2.9)$$

Elde edilen bu denklem için aşağıdaki analizler yapılmış ve bazı sonuçlar elde edilmiştir. Bunlara göre ilk olarak, yatırımcının ana değerindeki düşüğe az önem verip, trende çok önem verdiği kabul edilmiştir. Bu durumda Q_2 çok küçük olduğundan $1/Q_2$ çok büyük değer alacak, denklemdeki diğer terimler ise önemsiz olacaktır. Bu durumda;

$$\frac{1}{Q_2} \hat{P}_{denge} = \frac{1}{Q_2} \quad ise \quad \hat{P}_{denge} = 1$$

olduğu gözlemlenmiştir. Yani yatırımcı trende çok önem verdiğinde hisse senedinin fiyatı likidite değerine yaklaşacaktır.

İkinci olarak ise, yatırımcının ana değerindeki düşüğe çok önem verip, trende az önem verdiği kabul edilmiştir. Bu durumda yukarıdakine benzer şekilde bir yaklaşımla; Q_2 çok büyük olduğunda $1/Q_2$ çok küçük değer alacak ve denklemde önemini yitirecektir:

$$\frac{\hat{P}_{denge}}{\hat{P}_a} = 1 \quad ise \quad \hat{P}_{denge} = \hat{P}_a$$

olur ve buradan da yatırımcı trende az önem verdiğinde hisse senedi fiyatının hisse senedinin anadeğerine yaklaştığı gözlenir.

Modelde sisteme nakit akışının olduğu durum da gözlemlenmiştir. Bu durumda sistemdeki nakit miktarı değiştiği için ve sisteme hisse senedi akışının olabileceği durumlar da söz konusu olduğu için, bu niceliklere bağlı olarak tanımlanan likidite değerinin artık sabit bir değer olmadığı, t' ye bağlı bir değişken olduğu gözlemlenmiştir. Bu durumda (2.6) denklemdeki likidite terimi artık sabit terim

değildir ve dolayısıyla içinde $L(t)$ fonksiyonu olan yeni bir diferensiyel denklem elde edilir.

$$\tau_0 \left(1 - Q_1 \frac{L(t)}{P(t)}\right) \frac{dP}{dt} + \left(1 + Q_2 \frac{L(t)}{P_a(t)}\right) P(t) = (1 + Q_2)L(t). \quad (2.10)$$

Caginalp ve Balenovich' in bu çalışmalarında toplam hisse senedi sayısının sabit, ancak sisteme nakit akışının olduğu bir köpük deneyi de nümerik olarak çalışılmıştır. Bu köpük deneyi matematiksel olarak aşağıdaki denklem ile modellenmiştir. Bu modellemedeki amaç sisteme dahil edilen nakit paranın meydana getirdiği ani fiyat artışını (köpük) gözlemektir:

$$M(t) = M_0 + 0.24(t - 1)N. \quad (2.11)$$

Bu denklemde M_0 ile baştaki nakit miktarı gösterilmektedir. Burada her bir $(t - 1)$ anında bir hisse senedi için 0.24\$ karpayı ödendiği kabul edilmiştir. Sistemdeki nakit miktarı ise, başlangıçtaki miktara sistemdeki hisse senedinin her bir $(t - 1)$ anında getirdiği karpayının eklenmesiyle belirlenmektedir. Bu modele göre sistemdeki nakit miktarı zamanla birlikte sürekli artmaktadır. Bu da likidite miktarının sürekli artmasıyla, sistemde nakit fazlalığının oluşması demektir. Bu deney sırasında nümerik olarak gözlemlenmiştir ki yatırımcının trende hiç önem vermeyip, anadeğerdeki düşüşe önem verdiği durumda $M(t)$ ' nin zamanla birlikte sürekli artması hisse senedi fiyatlarını arttırmıştır. Piyasada ani fiyat artışı olarak tanımlanan “piyasa köpükleri” bu likidite bolluğundan kaynaklanmıştır.

Bu çalışmada ayrıca 4 denklemden oluşan diferensiyel denklem sistemi göz önüne alınmış ve nümerik simülasyonlar ile hisse senedi fiyatının zamana göre değişimi analiz edilmiştir. Bu denklemlerden biri fiyattaki relatif değişimi gösteren (2.1) denklemi, ikincisi B ' nin zamana göre değişimini, üçüncü ve dördüncüsü ise

yatırımcı duyarlılığı fonksiyonlarının zamana göre değişimini gösteren diferensiyel denklemlerdir.

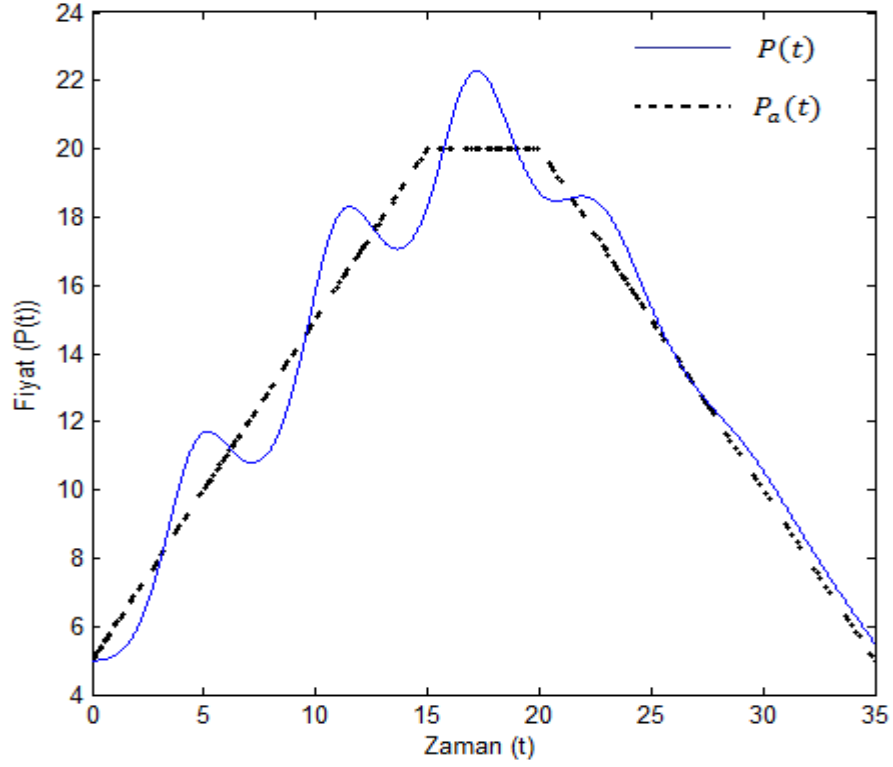
$$\begin{aligned}
 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} &= \frac{D}{S} - 1, \\
 \frac{dB}{dt} &= k(1 - B) + (k - 1)B + B(1 - B) \frac{1}{P} \frac{dP}{dt}, \\
 \frac{d\xi_1}{dt} &= c_1 \left(\frac{q_1}{P} \frac{dP}{dt} - \xi_1 \right), \\
 \frac{d\xi_2}{dt} &= c_2 \left(q_2 \frac{P_a - P}{P_a} - \xi_2 \right).
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Bu denklem sistemi oluşturulurken yatırımcı duyarlılığı fonksiyonlarının önceki etkileri de dikkate alınmış ve (2.4) denkleminde tanımlanan ξ_1 ve ξ_2 fonksiyonlarına zaman parametreleri eklenmiştir. Yine (2.4) denkleminde bu iki fonksiyonun aritmetik ortalaması olarak ifade edilen dönüşüm fonksiyonu daha iyi bir yaklaşım elde edebilmek için *tanh* fonksiyonu ile tanımlanmıştır:

$$k(t) = \frac{1}{2} [1 + \tanh \{\xi_1(t) + \xi_2(t)\}]$$

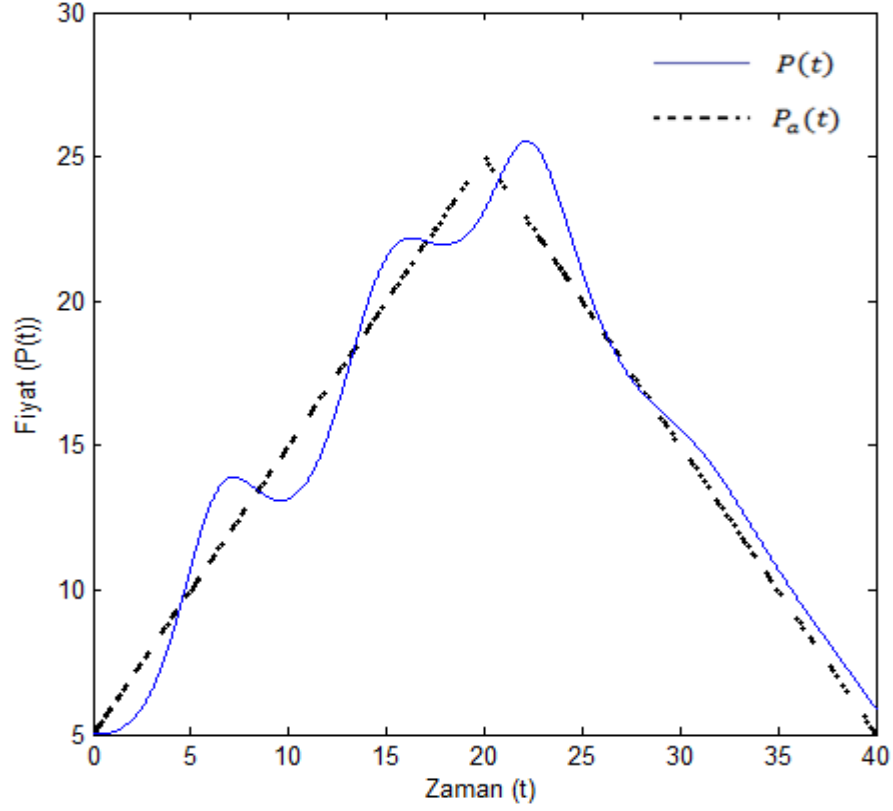
[6] çalışmasında nümerik olarak hisse senedinin ana değeri belirli iken hisse senedinin fiyatının zamana göre nasıl değiştiği de gözlemlenmiştir. Bu gözlem (2.12) diferensiyel denklem sisteminin nümerik çalışmaları sonucu yapılmıştır ve aşağıdaki Şekil 2.1 ve Şekil 2.2 elde edilmiştir. Buna göre $P_a(t)$ ' nin doğrusal bir biçimde önce arttığı, sonra bir süre sabit gittiği ve doğrusal bir biçimde düştüğü bir durum sergilediğinde $P(t)$ ' nin aşamalı olarak gidip geldiğine işaret edilmiştir. Bu durumda $P(t)$ ' nin ekonomide “kafa ve omuzlar- head and shoulders” örneğini sergileyebilecek biçimde oynamalar yaptığı gözlemlenmiştir. Buna göre tepe, her iki

tarafındaki daha küçük iki tepeden oluşmuştur. Bu küçük tepeler nakit ve hisse senedi miktarları arasındaki akışa bağlı olan oynamaların sonucu olarak yorumlanmıştır.



Şekil 2.1 Caginalp & Balenovich (CB) Modeli Fiyat-Zaman Grafiği

Şekil 2.2' den görüleceği üzere; $P_a(t)$ ' nin ters V biçimini aldığı durumda ise $P(t)$, $P_a(t)$ civarında düzgün salınım yapan değerler almaktadır.



Şekil 2.2 Caginalp & Balenovich (CB) Modeli Fiyat-Zaman Grafiği

Basit bir modele dayandırılmış bu çalışmanın genel amacı piyasalarda likidite miktarının önemini vurgulamak olmuştur. Bu çalışmanın sonuçlarına göre, hisse senedinin fiyatı, hisse senedinin ana değeri ve $L(t)$ birbirlerini tamamlayan ifadelerdir. Bu çalışmadaki analitik ve nümerik sonuçlar yüksek miktardaki nakit akışının büyük bir köpükle sonuçlandığını göstermiştir. [6] ' da yapılan bu analizler bir piyasadaki likidite bolluğunun hisse senedi fiyatlarını arttıran önemli bir faktör olduğu inancının doğrulanmasına olanak sağlamıştır. Yine bu çalışmadan çıkarılan sonuç, çoğu hisse senedinin fiyatı, geleneksel değer ölçüleriyle bağlantısını kaybettiğinde likiditenin hisse senedi fiyatları içinde önemli bir faktör olduğudur.

Bu konuda yapılan üçüncü çalışma ise [8] (Caginalp & Merdan, Asset Price Dynamics with Heterogenous Groups) çalışmasıdır. Bu çalışmada tek bir hisse senedinin iki yatırımcı grup arasında alınıp satıldığı, başlangıçta kapalı olan bir sistem göz önüne alınmıştır. Sistem başlangıçta kapalı olduğundan sistemdeki toplam

hisse senedi sayısı ile toplam nakit miktarı başlangıçta sabittir. Her grup yatırımcının kendilerine ait keyfi olarak dağıtılmış hisse senedi sayısı ve nakit miktarı başlangıçta bellidir. Buna göre birinci ve ikinci grubun elinde sırasıyla N_1 ve N_2 tane hisse senedi ile M_1 ve M_2 birim nakit para vardır. Sistemde başlangıçta toplam N_0 tane hisse senedi, M_0 birim nakit para bulunduğu kabul edildiğinden:

$$N_1 + N_2 = N_0 ,$$

$$M_1 + M_2 = M_0 .$$

Gruplara ait hisse senedi sayıları ile nakit miktarının yalnızca grupların kendi aralarındaki alım-satımlarda değişiklik gösterdiği, bu esnada N_0 ve M_0 ' ın sabit kaldığı kabul edilmiştir. Öte yandan bu çalışmada da fiyattaki relatif değişim [6]' daki gibi tanımlanmıştır:

$$\frac{\tau_0}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{D}{S} - 1 . \quad (2.13)$$

Talep ve arzın bu modeldeki tanımı yine k dönüşüm fonksiyonuna bağlı olarak verilmiştir:

$$D = k_1 M_1 + k_2 M_2 , \quad (2.14)$$

$$S = (1 - k_1) N_1 P + (1 - k_2) N_2 P . \quad (2.15)$$

Ancak bu modelde iki grubun olduğu kabul edildiğinden her grubun kendine ait söz konusu dönüşüm fonksiyonuna sahip olduğu düşünülmüştür. Bu düşünceden

hareketle ilk grubun dönüşüm fonksiyonları k_1 ve $1 - k_1$; ikinci grubun dönüşüm fonksiyonları k_2 ve $1 - k_2$ olarak belirlenmiştir. (2.14) ve (2.15)' in (2.13) denkleminde yazılmasıyla;

$$\tau_0 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{k_1 M_1 + k_2 M_2}{(1 - k_1) N_1 P + (1 - k_2) N_2 P} - 1 \quad (2.16)$$

diferensiyel denklemi ile belirlenen fiyatın relatif değişimi elde edilmiştir. Grupların kendi aralarındaki alım-satımlara bağlı olarak gruplara ait hisse senedi sayısının ve nakit miktarının zamana bağlı değişimi aşağıdaki gibi gösterilmiştir:

$$\frac{dM_i}{dt} = -k_i M_i + (1 - k_i) N_i P, \quad (2.17)$$

$$P \frac{dN_i}{dt} = k_i M_i - (1 - k_i) N_i P. \quad (2.18)$$

Sözü edilen dönüşüm fonksiyonları k_i ($i = 1, 2$) önceki çalışmalardaki gibi yatırımcı duyarlılıkları fonksiyonlarını içeren bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Ancak içerdiği yatırımcı duyarlılığı fonksiyonları [10]' daki gibi bir t anına kadarki etkilerin toplamının matematiksel ifadesi olarak tanımlanmıştır. Buna göre [8]' deki fiyatın yönü ve ana değerdeki iniş-çıkış ile ilgili ξ_1 ve ξ_2 terimleri her grup için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\xi_1^{(i)}(t) := c_1^{(i)} q_1^{(i)} \int_{-\infty}^t \frac{1}{P(\tau)} \frac{dP(\tau)}{d\tau} e^{-c_1^{(i)}(t-\tau)} d\tau, \quad (2.19)$$

$$\xi_2^{(i)}(t) := c_2^{(i)} q_2^{(i)} \int_{-\infty}^t \frac{P_a^{(i)}(\tau) - P(\tau)}{P_a^{(i)}(\tau)} e^{-c_2^{(i)}(t-\tau)} d\tau. \quad (2.20)$$

Burada c_1, c_2, q_1, q_2 parametreleri ve katsayıları [10]' da tanımlandığı gibidir. Bu integrallerin Leibnitz Kuralı ile t' ye göre türevleri alındığında $i = 1,2$ olmak üzere aşağıdaki dört diferensiyel denklem elde edilmiştir:

$$\frac{d\xi_1^{(i)}}{dt} = c_1^{(i)} \left(q_1^{(i)} \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \xi_1^{(i)} \right), \quad (2.21)$$

$$\frac{d\xi_2^{(i)}}{dt} = c_2^{(i)} \left(q_2^{(i)} \frac{P_a^{(i)} - P}{P_a^{(i)}} - \xi_2^{(i)} \right). \quad (2.22)$$

Sonuç olarak (2.16)-(2.22) arasındaki birinci mertebeden 9 diferensiyel denklemden oluşan tam bir diferensiyel denklem sistemi elde edilmiştir. Kapalı bir sistem üzerine kurulu olan bu diferensiyel denklem sistemi hisse senedi ya da nakit girişinin olduğu bir sisteme genişletilmiş ve doğal olarak bu sistemdeki (2.17) ve (2.18) denklemlerinde değişiklik yapılmıştır. Buna göre yeni denklemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$P \frac{dN_i}{dt} = k_i M_i - (1 - k_i) N_i P + P \frac{dN_i^{ek}}{dt}, \quad (2.23)$$

$$\frac{dM_i}{dt} = -k_i M_i + (1 - k_i) N_i P + \frac{dM_i^{ek}}{dt}. \quad (2.24)$$

Bu iki diferensiyel denklem sistemi de kullanılarak bir piyasa örneği göz önüne alınmış ve matematiksel olarak modellenmiştir. Elde edilen nümerik sonuçlar ile gerçek piyasa sonuçları karşılaştırılmıştır.

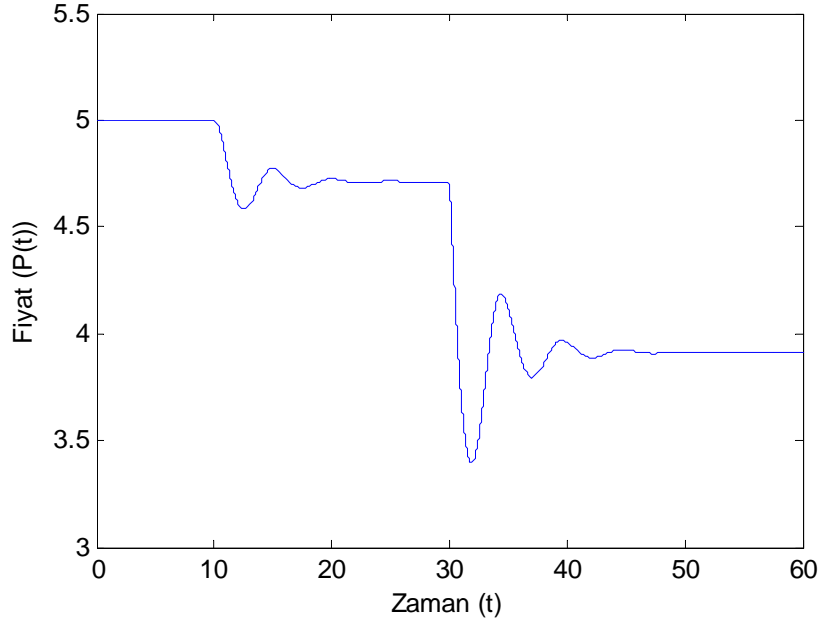
Gerçek bir piyasa örneği olarak kapalı emisyonlu bir (closed-end fund) yatırım aracının özel bir hali olan CEE (Central Europe and Russia Fund)' den 2004 yılında alınan değer kaybı grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekil 2.3 2004 CEE Değer Kaybı- Zaman Grafiği

Bu grafik ilgili şirket tarafından piyasaya sürülecek yeni hisse senetlerinin duyurusu ve piyasaya girişinin olduğu durumlarda oluşan zamana bağlı değer kaybını göstermektedir. Yukarıdaki grafikte 47. günde 1/3 oranında ek hisse senedi girişinin duyurusu yapılmış ve 74. günde yatırımcılar arasında alım-satım işlemleri gerçekleşmeye başlamıştır.

Caginalp ve Merdan' ın [8] çalışmalarındaki piyasa örneğinin nümerik hesaplamalarından çıkan sonuca göre ise fiyatın zamana bağlı grafiği aşağıdaki gibidir:



Şekil 2.4 Caginalp & Merdan (CM) Modeli Fiyat- Zaman Grafiği

Sonuç olarak değer kayıpları karşılaştırıldığında her iki grafik de benzerlik göstermiş ve [8] çalışmasındaki matematiksel modelin iyi bir yaklaşım olduğu gözlemlenmiştir.

Özet olarak [8]' de, diğer çalışmadaki tek grup yatırımcı duyarlılığını içeren modelin iki grup üzerine genişletmesi yapılmıştır. Her ikisi de iki çeşit yatırımcı duyarlılığını içerir: fiyatın yönü ve fiyatın anadeğere göre değişimi. [6]' da tek grup vardır ve bu grup ya trende ya da fiyatın anadeğere göre değişimine göre motivasyonunu ve stratejisini belirler. [8]' de ise iki grup ve aynı iki yatırımcı duyarlılığı vardır ve bu çalışmada her grubun duyarlılığının hisse senedi fiyatlarına yansımaları, değişik parametreler ve katsayılar yardımıyla nümerik olarak gözlemlenmiştir.

Bu tez çalışması ile önceki yıllarda yapılmış, piyasaların matematiksel modellenmesi üzerine kurulu çalışmalar ışığında, çalışılan modellere "likidite" teriminin eklenmesinin hisse senedi fiyatlarındaki etkisini gözlemek amaçlanmıştır.

BÖLÜM 3

3. LİKİDİTE

3.1 Tanım

3.1.1 Ekonomide Likidite

Likidite ekonomide birçok araştırmaya konu olmuş, bu araştırmalar sonucunda da ekonomide çok önemli bir kavram olduğu ortaya çıkmıştır. Likidite ekonominin her alanında önemli olmakla birlikte özellikle finansal sistemin sağladığı hizmetler açısından da dikkat çekmektedir. Bu hizmetler, fiyat bilgisi sağlama, tasarruf sahiplerinin farklı varlıklar tutarak risk dağıtımını yapabilmesi ve bunların para karşılığında kolayca değiştirilebilmesidir. Bunların sağlıklı bir şekilde yürümesi için likiditenin sağlanması şarttır [2].

Likidite kavramıyla ilgili pek çok tanımlama yapılmıştır. Likidite, vadesi gelen tüm nakit çıkışı taahhütlerinin karşılığını ödemek için paranın elde edilebilirliği ya da elde edilebilecek paranın güvencesidir. Bu taahhütlere genellikle içeri nakit akışlarında ve piyasaya eklenmiş nakde çevrilmeye hazır hisse senetlerinde karşılaşılır. Daha basit bir ifadeyle likidite, bir hisse senedinin alım satım kolaylığı, bu hisse senedinin fiyatlardan etkilenmeden piyasada alınıp satılabilirlik derecesi ya da hisse senedini nakde dönüşebilme yeteneğidir [3].

Piyasa mikroyapısı araştırmaları likiditeyi beklenen getirilerin potansiyel bir belirleyeni olarak ele almaktadır. Likidite, yatırımcıların istedikleri kadar hisse senedini, istedikleri zaman, uygun bir fiyattan alıp satmalarını ifade eder. Aynı zamanda Demestz (1968) likiditeyi hisse senedi arz ve talebinin birbirine eşit olması şeklinde tanımlamaktadır [4].

Sonuç olarak likidite; likit olma özelliğidir ve genelde likit kavramından yola çıkılarak daha iyi anlaşılmaktadır. Bir değişim aracına hızlı ve maliyetsiz biçimde çevrilen varlıklar, beklenmedik harcamaları karşılamaktadır. Bu varlıklar, çevrilmeleri daha fazla zaman alan ve daha maliyetli olan varlıklara nazaran daha değerli olmaktadır. Düşük maliyetlerle paraya çevrilebilen varlıklara “likit”, böyle özellikleri bulunmayanlara da “likit olmayan” varlıklar adı verilmektedir. En likit ekonomik varlık, paradır [1].

Likiditenin “darlık”, “derinlik” ve “esneklik” olmak üzere üç tane tamamlayıcı unsuru vardır. Darlık, kısa bir periyot boyunca bir pozisyonun kar maliyetidir ve genellikle alım-satım fiyat farkı ile ölçülür. Derinlik, fiyatları önemli oranda etkilemesi gereken alım-satım hacmidir. Esneklik ise, fiyatların dengeye dönme hızıdır ve üzerinde alım-satımın etkisi yoktur [3].

3.1.2 Matematiksel Modeldeki Likidite

Ekonomideki tanımı özetle “kolayca paraya çevrilebilen varlıklar” ya da “sıcak para” olan likiditenin bu tez çalışmasında [6]’daki tanımı kullanılmıştır. Bu tanıma göre likidite, piyasadaki toplam nakit miktarının toplam hisse senedi sayısına oranıdır. Buna göre piyasadaki likidite miktarı, piyasaya nakit ya da hisse senedi girişi olmadığı durumlarda sabit, diğer durumlarda ise hisse senedi ya da nakit girişine bağlı olarak azalır artmaktadır. Ekonomide kabul edilen genel bir yargı, piyasadaki likidite miktarının hisse senedi fiyatlarını etkileyen bir unsur olduğudur. Bu çalışmada likidite miktarındaki değişime göre hisse senedi fiyatlarındaki değişimi gözlemek amaçlanmıştır. [6] ve [8]’de likidite etkisinden yalnızca sözle bahsedilmesine rağmen bu çalışmada likidite etkisi diferensiyel denklem sistemine eklenmiş ve [8]’deki model “likidite etkisi” de baz alınarak genişletilmiştir.

Giriş bölümünde de bahsedildiği üzere gelişmiş bir piyasada ya da başka bir deyişle para fazlalığı bulunan bir piyasada hisse senedi fiyatlarının yükselmesi, tam tersi bir

piyasada ise fiyatların düşmesi beklenir. İşte içinde “likidite ekisi” bulunan bu matematiksel modelin amacı bu öngörüğü doğrulamaktır.

3.2 Piyasadaki Likidite Miktarı

Likit bir piyasada katılımcılar, fiyatlar üzerinde küçük etkileri olan geniş hacimli alım satım işlerine çok hızlı bir şekilde dahil olabilirken, likit olmayan piyasalarda yatırımcının hızı düşer. Likidite miktarındaki değişim için katılımcılar arasında görüş ayrılıkları esastır. Katılımcılar bu farklı görüşlere internet gibi bilginin yaygınlaşmasını sağlayan teknolojik araçlar yardımıyla ulaşabilir [5].

Belirli bir zamanda, piyasada yeterli alıcı ya da satıcı yoksa, piyasa likit değildir. Böyle bir durumda, piyasa yapma yükümlülüğü olan bir piyasa yapıcı (aracı, temsilci) devreye girerek, yatırımcılar tarafından satılmak istenen hisse senetlerini almak, alınmak istenen hisse senetlerini de satmak durumundadır. Piyasa yapıcılar bu şekilde piyasaya likidite sağlarlar. Bu hizmetleri sırasında, alış-satış fiyatları arasında bir fark oluşur. Bu fark genel olarak likiditenin bir ölçüsüdür. Yine genel bir yargıya göre alış-satış fiyat aralığı genişledikçe likidite azalır, aralık daraldıkça likidite artar [4].

Likiditenin belirleyicilerinden biri katılımcılar arasındaki bilgi asimetrisinin derecesidir. Bilgi asimetrisi, katılımcıların piyasa koşulları hakkındaki bilgilere ulaşma, bilgileri kullanma ve yorumlama bakımından oluşan farklılıklardır. Bu durumda piyasadaki katılımcılar iki grupta toplanabilir: bilgiye erişimde avantajlı olan (bilgiye dayalı) ve bilgiye erişimde dezavantajlı olan (likidite amaçlı) katılımcılar. İlk grup katılımcılar bilgiyi daha doğru işleyip yorumlayabildiklerinden hisse senetlerini (ya da finansal varlıkları) gerçek değerlerine yakın değerlerler. Bu da bir hisse senedi için alış-satış fiyat aralığının dar olması demektir. Diğer taraftan, bilgi açısından dezavantajlı olan katılımcılar ise, gerçek değer hakkında bilgi sahibi olmadıklarından almak istedikleri fiyatı çok düşük, satmak istedikleri fiyatı ise çok yüksek tutmaya gayret edeceklerdir. Bu durum ise alış-satış fiyat aralığının

genişlemesine ve likiditenin olumsuz etkilenmesine yol açacaktır. Likiditenin olumsuz etkilenmesi, piyasadaki likidite miktarının azalmasıdır. Yatırımcı elindeki hisse senedi için her zaman satmak istediği fiyattan bir alıcı bulamayabilir, bu durumda düşük fiyattan satmaya razı olur. Benzer şekilde yatırımcı hisse senedini almak istediği fiyattan satan bir yatırımcı bulamayabilir ve yüksek fiyattan almaya razı olabilir. Bu olumsuzluğun giderilmesi piyasa yönetimlerinin likiditeyi yükseltmesiyle mümkündür [4].

Yukarıda bilgi asimetrisi varlığının iki tür yatırımcı oluşturduğu söylenmiştir: bilgiye dayalı işlem yapan ve likidite amaçlı işlem yapan yatırımcılar. Bu iki tür çoğu ekonomist tarafından değişik modellemelerle ve deneysel gözlemlerle farklı farklı yorumlanmıştır. [4] çalışmasında da bu modellerin sonuçları hakkında bilgi verilmiştir. Bu ekonomistlerden Kyle (1985) likiditeyi “derinlik” ile ölçmektedir. Yukarıdaki tanıma göre “derinlik”, fiyatları önemli oranda etkilemesi gerek alım-satım hacmidir ve alış-satış fiyat aralığı ile ters orantılı, likidite ile doğru orantılıdır. Çünkü alım satım hacmi düştükçe fiyat aralığı genişlemekte ve likidite ise azalmaktadır. Benzer şekilde Lee (1993) tarafından “derinlik”, piyasa katılımcılarının almaya ve satmaya istekli olduğu miktarlar olarak tanımlanmış ve bu kavramın likiditenin diğer bir boyutu olduğu vurgulanmıştır. Easley & O’Hara (1987) çalışmalarında “derinlik” yanında “zaman” etkisinden de söz etmiştir. Onlara göre işlemler arasındaki zaman “bilgi” içermektedir ve bu “bilgi” zaman aralığında analiz edilerek öğrenilir. Öğrenilen bilgi, yatırımcı stratejisine göre ya daha sık ve düşük ya da daha az ve büyük yatırımlar yapılmasına neden olur ve bu işlem yoğunluğu farklılıkları da “bilgi” sağlar. Bu bilgiden yola çıkılarak piyasada fiyat değişiklikleri ve dolayısıyla geniş fiyat aralıkları oluşur, sonuç olarak da likidite azalır [4].

Alış-satış fiyat aralığı olarak bilinen likidite ölçüsünün genel anlamda üç bileşeni vardır: emir işleme maliyeti (order processing cost), stok bulundurma maliyeti (inventory holding cost) ve asimetric bilgi maliyeti. Emir işleme maliyeti, yatırımcının alım-satım emirlerinin işlendiği sırada ödenen bedeldir. Bunlar aracının harcadığı zaman, kağıt işleri, vergiler gibidir. Stok bulundurma maliyeti ise aracının piyasa yapma ve düzenleme yetki ve sorumluluğundan kaynaklanır. Tüm temsilciler

her zaman piyasada hazır bulunmadığında talep baskısı artar, bu durumda bir temsilcinin bir hisse senedini satmaya ihtiyacı varsa doğal alıcılara anında ulaşamayabilir. Sonuç olarak satıcı elindekileri, pozisyonunu sonraya erteleme beklentisi içinde satın alma yapan bir piyasa yapıcıya satmalıdır. Örneğin piyasadaki fiyatlar için alıcı yok iken aracının devreye girerek, satılmak istenen hisse senedini satın alması bu aracının elinde olması gerekenden daha fazla hisse senedi birikmesine neden olur. Yani söz konusu olan bu maliyet eldeki hisse senedi stoğunun optimal seviyeden uzaklaşmasından dolayı ortaya çıkan maliyettir. Asimetrik bilgi maliyeti ise aracının bilgiye dayalı alım-satım yapan yatırımcılarla yaptığı işlemler sonucunda ortaya çıkan maliyetlerdir. Bu yatırımcılar aracından hisse senedi aldıklarında fiyatlar yükselme eğilimindedir ya da aracı, genellikle fiyatlar düşmeye başlamadan nispeten pahalı bir fiyattan almaktadır. Örneğin, bir hisse senedi alıcısı potansiyel bir satıcının şirketin para kaybediyor olabileceği ile ilgili gizli bilgilere sahip olduğu konusunda endişeli olabilir. Benzer biçimde bir satıcı, alıcının söz konusu şirketin yükselme aşamasında olduğuyla ilgili gizli bilgilere sahip olması hakkında korkabilir. Böylece daha önceden bilgilendirilen tek taraf ile alım-satım işlemi mutlaka bir “kayıp” ile sona erecek ve fiyatlar arasındaki fark artacak, likidite azalacaktır. Bu konuda Laux (1993) ortalama işlem büyüklüklerine göre bu üç maliyetin likiditeyi nasıl etkilediğini gözlemiştir. Buna göre ortalama işlem büyüklüğü arttıkça emir işleme maliyetinde ve bilgiye dayalı işlemde alış-satış fiyat aralığı daralır, likidite artar; stok bulundurma maliyetinde ise alış-satış fiyat aralığı genişler, likidite azalır. Krinsky ve Lee (1996) yaptıkları deneysel çalışmalarda yatırımcı bir firmanın yaptığı bir duyurudan önce ve duyuru süresince fiyat aralığı değişimini incelemiştir. Buna göre; asimetrik bilgi maliyeti duyurudan önce ve duyurudan sonra artmakta, stok bulundurma maliyeti duyurudan önce artmakta, duyuru süresince azalmakta ve emir işleme maliyeti ise her iki dönemde de azalmaktadır [4].

Likidite hisse sentlerinin işlem gördüğü piyasa yapılarına göre de farklılık gösterebilir [4].

3.3 Likidite Yönetimi

Bir bankanın mevduat şeklindeki yükümlülüğü karşılığında eline ne kadar nakit veya nakde kolayca dönüşebilecek varlık tutacağına karar verilmesi süreci “likidite yönetimi” olarak adlandırılmaktadır.

Mevduat çıkışları karşısında elinde yetersiz serbest rezerv bulduran bir banka, söz konusu net rezerv açığını finanse etmek zorundadır. Bu net rezerv açığının finansmanı için bankanın kullanabileceği dört tür finansman şekli söz konusudur.

- Merkez Bankası’ndan kredi almak,
- Bankalar arası piyasadan borç almak,
- Eldeki menkul kıymetlerin bir kısmını piyasa koşullarında satmak,
- Kredilerin vadesinden önce ödenmesini istemek.

Bu finansman yöntemlerinin her biri bankaya bir maliyet getireceği için banka rezerv açığı sorunu ile karşı karşıya kalmayacak ölçüde yüksek bir serbest rezervle çalışmalıdır. Ancak banka elinde serbest rezerv tutarak faiz geliri elde edeceği bir miktardan vazgeçiyor demektir. Dolayısıyla, banka elinde ne kadar çok serbest rezerv buldurursa katlanacağı maliyeti o derece yüksek olacak ve karlılığı düşük kalacaktır.

İşte banka yönetimi, bankanın ne kadar serbest rezerv bulduracağına karar verirken bu iki hususu göz önünde tutmak zorundadır: karlılığı azaltmayacak ve acil bir durumda ek kaynak maliyeti yaratmayacak düzeyde serbest rezerv buldurmalıdır [9].

3.4 Likidite İle Hisse Senedi Fiyatları Arasındaki İlişki

Likiditenin finansal piyasalar üzerinde geniş oranda bir etkisi vardır. Likiditedeki gelişmeler fiyatların daha etkin oluşmasını sağlamaktadır. Likidite, diğer hisse

senetlerinin risk gibi veya hisse senedi getirileri ile likidite arasındaki zaman serisi ilişkisi gibi karakteristiklerinin kontrolünden sonra hisse senetlerinin farklı likidite ile ortak noktalarını açıklayabilir. Likidite, alınıp satılması kesinlikle zor olan hisselerin neden nispeten daha ucuz olduğunu, hisse senetlerinin ve şirket tahvillerinin fiyatlandırılmasını, serbest yatırım fonlarının getirilerini ve kapalı uçlu yatırımların (closed-end funds) değerini açıklamaya yardımcıdır. Ayrıca likidite, hisse senedi kar muamması gibi birçok muammayı, değerli risksiz likit varlıkların gereken getirisinin neden düşük olduğunu ve genellikle düşük likiditeli küçük hisseler getirisinin neden yüksek olduğunu açıklamaya yardımcıdır [5].

Yukarıda sözü edilen maliyetler aynı zamanda hisse senedi fiyatlarını da etkiler. Yatırımcılar yatırım stratejilerini belirlerken bu maliyetleri bilmeye ihtiyaç duyarlar. Eğer likidite maliyeti ve riski yatırımcı tarafından istenen getiriyi etkilerse, şirketlerin sermaye maliyetini ve böylece ekonominin gerçek kaynak dağılımını da etkiler [5].

Eğer yatırımcılar, masrafları üstlendikleri için (for bearing) tazminat (bedel) isterlerse likidite azlığının maliyetleri hisse senedi fiyatlarını etkilemelidir. Ek olarak, likidite zaman içinde değiştiği için riskten kaçınan yatırımcılar likidite riskine maruz kaldıklarında bir tazminat (bedel) isteyebilirler. Hisse senedi fiyatlarındaki likiditenin bu etkileri önemlidir ve yatırımcılar yatırımlarını belirlemek için bu etkileri bilmeye ihtiyaç duyarlar [5].

Likidite, hisse senedinin alım-satım fiyat aralığının ölçüsü olarak tanımlanmıştır. Buna göre likiditenin düşük olduğu piyasalarda hisse senedinin alım-satım fiyat aralığı geniş; likiditenin yüksek olduğu durumlarda ise hisse senedinin alım-satım fiyat aralığı dardır. Alım-satım fiyat aralığının dar ve geniş olması, sırasıyla hisse senedi fiyatlarının gerçek değerine çok yakın ve çok uzak olmasıyla ilgilidir. [5] çalışmasında deneysel olarak gözlemlenmiştir ki, geniş fiyat aralığına sahip hisse senetlerini uzun süre elinde tutması beklenen yatırımcılar, kısa vadeli yatırımcılara oranla daha yüksek fiyatlar önermiştir. Yani fiyat aralığı ile getiriler arasında doğrusal olmayan pozitif bir ilişki vardır.

Brenan ve Subrahmanyam (1996), likit olmama ve getiri arasında pozitif bir ilişkiyi gözlemlemişlerdir. Düşük likidite hisse senetlerinin beklenen getirisini arttırmıştır. Gerçek piyasadan gözlemledikleri kadarıyla küçük şirketlerin hisse senetleri daha düşük getiri sağlarlar ve daha likittirler [4].

Sonuç olarak piyasa yapısındaki değişiklikler, likiditenin artmasına ve dolayısıyla hisse senedi fiyatlarının daha etkin oluşmasına katkıda bulunur.

BÖLÜM 4

4. MATEMATİKSEL MODEL

4.1 Notasyon

$P(t)$:= Hisse senedinin t anındaki fiyatı,

$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt}$:= Fiyattaki relatif değişim,

$P_a^{(i)}(t)$:= i -inci grubun hisse senedi için belirlediği değer ($i = 1,2$),

$M_i(t)$:= i -inci gruba ait nakit miktarı ($i = 1,2$),

$N_i(t)$:= i -inci gruba ait toplam hisse senedi sayısı ($i = 1,2$),

$L(t)$:= Likidite değeri,

$\xi_1^{(i)}(t)$:= i -inci grubun yatırımcı stratejisini ve motivasyonunu belirleyen “fiyatın yönüne bağlı” bileşeni ($i = 1,2$),

$\xi_2^{(i)}(t)$:= i -inci grubun yatırımcı stratejisini ve motivasyonunu belirleyen “hisse senedinin değerine bağlı” bileşeni ($i = 1,2$),

$\xi_3^{(i)}(t)$:= i -inci grubun yatırımcı stratejisini ve motivasyonunu belirleyen “likiditeye bağlı” bileşeni ($i = 1,2$).

4.2 Diferensiyel Denklem Modeli

Bu bölümde Caginalp ve Merdan tarafından yayınlanan [8] çalışmasındaki dışarıdan (ya da dışarıya) hisse senedi ya da nakit girişinin (çıkışının) olmadığı yani “kapalı ya da korunumlu sistem” ile ek hisse senedi veya nakit girişinin olduğu “kapalı olmayan sistem” modelleri yeni bir terim eklenerek genişletilmiştir. Caginalp ve Merdan 2007 yılında yayınlanan bu çalışmalarında iki yatırımcı grup ve tek hisse senedi ihtiva eden bir finansal piyasayı göz önüne alarak dinamik sistemler yaklaşımı ile bir model elde etmişlerdir. Modeldeki söz konusu yatırımcı gruplar farklı bütçelere ve görüşlere sahiptir ve dolayısıyla bu iki yatırımcı grup piyasadaki hareketlilikleri farklı farklı yorumlamakta, motivasyon ve stratejilerini farklı etkilere göre belirlemektedirler. Bu çalışmada likiditenin hisse senedi fiyatı üzerindeki etkisi söz ile vurgulanmasına rağmen direkt olarak modele dahil edilmemiştir. Bu tez çalışmasında amaçlanan ise likiditenin direkt olarak sisteme dahil edildiği bir model ortaya koymak ve likiditenin hisse senedi fiyatının zamana göre değişimi üzerindeki etkilerini analiz etmektir. Likidite, Caginalp ve Balenovich’in 1999 yılında yayınlanan [6] çalışmasında olduğu gibi sistemdeki toplam paranın toplam hisse senedine oranı olarak tanımlanmıştır.

4.2.1 Kapalı Sistem

Bu tez çalışmasında, Caginalp ve Merdan’ın [8] çalışmalarında olduğu gibi bir t anında ellerinde $M_i(t)$ birim nakit para ve $N_i(t)$ adet hisse senedi bulunduran iki grup göz önüne alınmıştır. Birinci grubun $M_1(t)$ birim nakit paraya ve $N_1(t)$ adet hisse senedine, ikinci grubun da $M_2(t)$ birim nakit paraya ve $N_2(t)$ adet hisse senedine sahip olduğu kabul edilmiştir. Sistem “kapalı” ya da “korunumlu” seçildiğinden yani dışarıdan/dışarıya nakit veya hisse senedi akışı olmayacağından sistemde bulunan toplam nakit miktarı ile toplam hisse senedi sayısı sabit kalacaktır. Buna göre, sadece birinci ve ikinci grubun elindeki nakit miktarı ile hisse senedi

sayısı zamana göre değişmektedir. Örneğin, her grubun elinde A tane hisse senedi ve B birim nakit para bulunsun. Yani sistemde toplam $2A$ tane hisse senedi ile $2B$ birim nakit para olsun. Birinci grup diğerinden n tane hisse senedi satın alsın ve m birim paraya mal olsun. Bu durumda, birinci grubun elindeki hisse senedi sayısı $A+n$ ve para miktarı $B-m$ olurken, ikinci grup hisse senedi sattığından $A-n$ tane hisse senedine ve $B+m$ birim paraya sahip olur. Sonuç olarak sistem kapalı olduğundan ve gruplar kendi aralarında alım-satım yaptığından toplam hisse senedi sayısı ve nakit miktarı sırasıyla; $A+n+A-n=2A$, $B-m+B+m=2B$ olur. Yani toplam hisse senedi sayısı ile toplam para miktarı korunur. Sonuç olarak M_0 ve N_0 sabitler olmak üzere, bir t anında sistemde aşağıdaki gibi bir eşitlik vardır:

$$M_1(t) + M_2(t) = M_0 ,$$

$$N_1(t) + N_2(t) = N_0 .$$

[8] çalışmasındaki gibi bu matematiksel modellemeye de klasik ekonominin “arz ve talep birbirine eşit olduğunda denge fiyatına ulaşılır” temel prensibi baz alınarak başlanmıştır ve bu prensip matematiksel olarak

$$\tau_0 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{D}{S} - 1 \quad (4.1)$$

ile ifade edilmiştir. Burada D ve S hisse senedi alım satımı için sırasıyla talep ve arzı, τ_0 ise bir zaman skalasını göstermektedir. Yine [8]’deki benzer formülasyon ve yaklaşımlara ek olarak bu çalışmada “geçiş oranı fonksiyonu” olarak bilinen $k_i(t)$ fonksiyonuna “likidite” ile ilgili yeni bir terim eklenerek yeni diferensiyel denklemler elde edilmiştir. Talep ve arz bu geçiş oranı fonksiyonuna göre sırasıyla aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$D = k_1M_1 + k_2M_2, \quad (4.2)$$

$$S = (1 - k_1)N_1P + (1 - k_2)N_2P. \quad (4.3)$$

$k_1(t)$ ve $k_2(t)$ sırasıyla birinci ve ikinci grubun bir tek hisse senedini satın almak amacıyla bir birim parayı piyasaya sunma isteğinin olasılığıdır. Başka bir ifadeyle, $i = 1,2$ olmak üzere, $k_i(t)$ hisse senedine nakit para akışının olasılığıdır ve bu olasılık fonksiyonunun tümleyeni $(1 - k_i(t))$ de hisse senedinin nakit paraya dönüşme olasılığıdır. Bir birim parayı hisse senedine dönüştürme isteğinin olasılığı ile eldeki nakit para miktarının çarpımı satın almak istenen hisse senedi talebini (4.2), benzer şekilde bir hisse senedini paraya dönüştürme isteğinin olasılığı ile eldeki hisse senedinin mal oluş fiyatının çarpımı hisse senedi arzını (4.3) verir.

Denge fiyatının arz ve talep eşitliğiyle sağlanabileceği, modelin başında klasik ekonomiden yola çıkılarak belirtilmiştir. Bu bilgi ışığında talep ve arzın matematiksel eşitlikleri olan (4.2) ve (4.3) denklemlerinin sağ tarafları eşitlenirse denge fiyatı için bir tahmin aşağıdaki şekilde yapılabilir:

$$P = \frac{k_1M_1 + k_2M_2}{(1 - k_1)N_1 + (1 - k_2)N_2} \quad (4.4)$$

(4.2) ve (4.3) eşitliklerinin (4.1) denkleminde yazılmasıyla,

$$\tau_0 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{k_1M_1 + k_2M_2}{(1 - k_1)N_1P + (1 - k_2)N_2P} - 1 \quad (4.5)$$

diferensiyel denklemi elde edilir. Bu bölümün başında sistemin kapalı olduğu ve sistemdeki toplam hisse senedi sayısı ile toplam nakit miktarının sabit olduğu

belirtilmiş olup gruplara ait hisse senedi sayısı ile nakit miktarının kendi aralarındaki alım satımlara bağlı olarak değişebileceği söylenmiştir. Buna bağlı olarak her grubun elindeki nakit ve hisse senedinin zamana bağlı değişimi aşağıdaki gibidir:

$$\frac{dM_i}{dt} = -k_i M_i + (1 - k_i) N_i P, \quad (4.6)$$

$$P \frac{dN_i}{dt} = k_i M_i - (1 - k_i) N_i P. \quad (4.7)$$

(4.6) ve (4.7) diferensiyel denklemlerinden aşağıdaki sonuç çıkarılabilir:

$$\frac{dM_i}{dt} = -P \frac{dN_i}{dt} \quad (4.8)$$

(4.8) diferensiyel denkleminde çıkarılacak sonuç ise, korunumlu bir sistemde her grup için nakit miktarı ile hisse senedi sayısındaki değişimin sadece ve sadece grupların kendi aralarındaki alım satımlara bağlı olduğudur.

Geçiş oranı fonksiyonu olarak bilinen $k_i(t)$, yatırımcının bir hisse senedini alıp satma kararını belirleyen motivasyonlarını içerir. Bu motivasyonlar [8]'de "fiyatın yönü - trend" ve "değer - valuation" terimlerini içine almaktadır ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$k_i = \frac{1}{2} \{1 + \tanh(\xi_1^{(i)} + \xi_2^{(i)})\} \quad (4.9)$$

Burada $i = 1,2$ olmak üzere; $\xi_1^{(i)}$, "fiyatın yönü" ile ilgili terimdir ve i -nci grubun fiyat değişimine göre değişen duyarlılığını gösterir. $\xi_2^{(i)}$, "değer" ile ilgili terimdir,

i -nci grubun hisse senedi için belirlediği değerde meydana gelen sapmalara karşı duyarlılığını gösterir. [6]'daki tek grup ve tek hisse senedinin olduğu bir sistem üzerine kurulu modelde de tanımlandığı üzere bu yatırımcı duyarlılığı fonksiyonlarının tanımları iki gruba uyarlandığında matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\xi_1^{(i)}(t) := c_1^{(i)} q_1^{(i)} \int_{-\infty}^t \frac{1}{P(\tau)} \frac{dP(\tau)}{d\tau} e^{-c_1^{(i)}(t-\tau)} d\tau, \quad (4.10)$$

$$\xi_2^{(i)}(t) := c_2^{(i)} q_2^{(i)} \int_{-\infty}^t \frac{P_a^{(i)}(\tau) - P(\tau)}{P_a^{(i)}(\tau)} e^{-c_2^{(i)}(t-\tau)} d\tau. \quad (4.11)$$

(4.10) ve (4.11) denklemleri sırasıyla bir t anından önceki relatif fiyat değişimlerinin t anında olacak fiyat değişimine etkisinin ve bir t anından önceki fiyatların gerçek piyasa değerinin altında ya da üstünde olmasının t anındaki fiyat değişimine etkisinin matematiksel ifadesidir. Daha basit bir ifadeyle, fiyattaki değişimin ve değerdeki değişimin bir t anına kadar olan etkileri toplamının matematiksel ifadesidir. Bu denklemlerdeki $c_1^{(i)}$ ve $c_2^{(i)}$, $i = 1,2$ olmak üzere i -nci grubun zaman parametreleridir. $[c_1^{(i)}]^{-1}$ “fiyatın yönü” ya da fiyat değişiminin hafızada kalma ölçüsüdür. $[c_1^{(i)}]^{-1}$ arttığında yatırımcı kararına “fiyatın yönü” az etki edecektir. $[c_2^{(i)}]^{-1}$ değerdeki değişimin zaman ölçüsüdür. $c_2^{(i)}$ çok büyük ise yatırımcı fiyat değerinin hemen altında ya da hemen üstündeyken çok hızlı davranır. $i = 1,2$ olmak üzere $q_1^{(i)}$ ve $q_2^{(i)}$ ise i -nci grup yatırımcısının alım satımlarında karar vermesine etki eden sırasıyla “fiyatın yönü” ve “hisse senedinin değeri” ile ilgili parametrelerdir. Caginalp ve Balenovich'in [6] çalışmasında matematiksel olarak gösterilmiştir ki; $q_2^{(i)}$ arttığında yani değere daha çok önem verildiğinde denge fiyatı başlangıç fiyatına, $q_1^{(i)}$ arttığında yani fiyatın yönüne daha çok önem verildiğinde ise denge fiyatı likiditeye yaklaşır.

(4.10) ve (4.11) tanımlarının doğruluğu kabul edilerek “likidite” ile ilgili bir terim geçiş oranı fonksiyonuna eklenmiştir. Likiditeye bağlı yeni bir yatırımcı duyarlılığı fonksiyonu oluşturulmadan önce likidite terimi tanımlanmalıdır. Bu çalışmada da likiditenin [6]’daki tanımı kullanılmıştır. Bu tanıma göre likidite, piyasadaki toplam nakit paranın toplam hisse senedine oranıdır, tek ve iki grup için sırasıyla tanımı aşağıdaki gibidir:

$$L(t) := \frac{M(t)}{N(t)}, \quad (4.12)$$

$$L(t) := \frac{M_1(t) + M_2(t)}{N_1(t) + N_2(t)}. \quad (4.13)$$

Sisteme dışarıdan ya da sistemden dışarıya hisse senedi veya nakit akışı olmadığı sürece $L(t)$ değeri sabittir. Ancak diğer durumlarda $L(t)$ değerinin bir t anındaki değişimi (4.13) diferensiyel denkleminin türevlenmesiyle; (4.6) ve (4.7) denklemlerinin bu türevde yerine yazılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^2 [-k_i M_i + (1 - k_i) N_i P] - L \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{P} k_i M_i - (1 - k_i) N_i \right] \right\}}{\sum_{i=1}^2 N_i}. \quad (4.14)$$

Piyasa geçmişlerine bakıldığında likidite ve fiyat değişimi arasında pozitif anlamda bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir. Piyasaya çok fazla para sürüldüğünde, yani piyasada bol likidite olduğunda, hisse senedine olan talep artacak, yatırımcı elinde bulunan parayla yatırım yapmak isteyecek ve hisse senedi almaya yönelecektir. Bu da hisse senedinin fiyatını yükseltecektir. Benzer şekilde piyasada sınırlı para olduğunda hisse senedi fiyatları düşecektir. Sonuç olarak “likidite” ile “fiyatın yönü (trend)” aynı yönde hareket ederler. Bu nedenle “likidite” doğrudan modele katılmak istendiğinde modelin çıkış noktası olan, fiyattaki relatif değişimin türev denklemine

benzer olarak likiditenin t anındaki relatif değişimi $\frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$ şeklinde dir. Bu durumda ‘‘likidite’’ ile ilgili terim bu değişime bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\xi_3^{(i)}(t) := c_3^{(i)} q_3^{(i)} \int_{-\infty}^t \frac{1}{L(\tau)} \frac{dL(\tau)}{d\tau} e^{-c_3^{(i)}(t-\tau)} d\tau. \quad (4.15)$$

(4.15) denkle mi likiditenin bir t anına kadar olan etkileri toplamını matematiksel olarak ifade eder. $i = 1, 2$ olmak üzere; $c_3^{(i)}$, i -nci grubun zaman parametresidir ve likiditedeki değişimin hafızada kalma süresini gösterir, $q_3^{(i)}$ ise i -nci grup yatırımcının motivasyonu ile ilgili büyüklük katsayısıdır. $\xi_3^{(i)}$ teriminin modele eklenmesi yatırımcının motivasyonunu içeren geçiş oranı fonksiyonunun yeniden tanımlanmasını gerektirir. Fiyatın yönü, değer ve likidite ile ilgili terimleri içeren yeni $k_i(t)$ fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$k_i(t) := \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\xi_1^{(i)}(t) + \xi_2^{(i)}(t) + \xi_3^{(i)}(t) \right) \right\}. \quad (4.16)$$

Diferensiyel denklem sistemini türetmek amacıyla (4.10), (4.11) ve (4.15) denklemlerine Leibnitz Kuralı uygulandığında aşağıdaki diferensiyel denklemler elde edilir:

$$\frac{d\xi_1^{(i)}}{dt} = c_1^{(i)} \left(q_1^{(i)} \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \xi_1^{(i)} \right), \quad (4.17)$$

$$\frac{d\xi_2^{(i)}}{dt} = c_2^{(i)} \left(q_2^{(i)} \frac{P_a^{(i)} - P}{P_a^{(i)}} - \xi_2^{(i)} \right), \quad (4.18)$$

$$\frac{d\xi_3^{(i)}}{dt} = c_3^{(i)} \left(q_3^{(i)} \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} - \xi_3^{(i)} \right). \quad (4.19)$$

Sonuç olarak kapalı sistem modelinin başından itibaren elde edilen (4.5), (4.6), (4.7), (4.14), (4.17), (4.18), (4.19) denklemleriyle oluşturulan diferensiyel denklem sistemi aşağıdadır:

$$\left. \begin{aligned} \tau_0 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} &= \frac{k_1 M_1 + k_2 M_2}{(1 - k_1) N_1 P + (1 - k_2) N_2 P} - 1, \\ \frac{dM_i}{dt} &= -k_i M_i + (1 - k_i) N_i P, \\ P \frac{dN_i}{dt} &= k_i M_i - (1 - k_i) N_i P, \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{\sum_{i=1}^2 [-k_i M_i + (1 - k_i) N_i P] - L \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{P} k_i M_i - (1 - k_i) N_i \right] \right\}}{\sum_{i=1}^2 N_i}, \\ \frac{d\xi_1^{(i)}}{dt} &= c_1^{(i)} \left(q_1^{(i)} \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \xi_1^{(i)} \right), \\ \frac{d\xi_2^{(i)}}{dt} &= c_2^{(i)} \left(q_2^{(i)} \frac{P_a^{(i)} - P}{P_a^{(i)}} - \xi_2^{(i)} \right), \\ \frac{d\xi_3^{(i)}}{dt} &= c_3^{(i)} \left(q_3^{(i)} \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} - \xi_3^{(i)} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Lineer olmayan birinci mertebeden 12 diferensiyel denklemin oluşturduğu bu diferensiyel denklem sistemi tam bir sistem olup, sayısal metodlar kullanılarak uygun başlangıç koşulları altında çözümlenebilir.

4.2.2 Kapalı Olmayan Sistem

4.2.1' de korunumlu yani dışarıdan (dışarıya) hisse senedi ya da nakit akışının olmadığı sistem göz önüne alınmıştır. Bu bölümde sisteme ek hisse senedi veya nakit akışının olduğu “kapalı (korunumlu) olmayan sistem” incelenecektir.

Piyasadan maddi kazanç elde etmeyi amaçlayan yatırımcı bir şirketin piyasada kendine ait hisse senedi sayısının yüksek olması beklenir. Bu nedenle şirketler piyasaya bol hisse senedi sürmeyi amaç edinirler. Piyasaya az hisse senedi sürülmesi durumunda yatırımlarını geliştirmeyi amaçlayan yatırımcılardan yeterince talep göremezler. Bu nedenle yatırımcı şirketler finansal açıdan büyüme isteği nedeniyle piyasaya daha fazla hisse senedi sürerler. Piyasaya hisse senedi veya nakit akışı piyasalarda sık karşılaşılan bir durumdur. Bu durum halihazırdaki toplam hisse senedi sayısını veya nakit miktarını dolayısıyla da likiditeyi değiştireceğinden hisse senedi fiyatlarında ani bir değişim yaşanır.

Bu değişim çalışılan modele (4.6) ve (4.7) denklemleri değiştirilerek aşağıdaki şekliyle eklenebilir:

$$P \frac{dN_i}{dt} = k_i M_i - (1 - k_i) N_i P + P \frac{dN_i^{ek}}{dt}, \quad (4.21)$$

$$\frac{dM_i}{dt} = -k_i M_i + (1 - k_i) N_i P + \frac{dM_i^{ek}}{dt}. \quad (4.22)$$

Sistem, korunumlu halinden çıktığı ve sisteme nakit veya hisse senedi girişi olduğu kabul edildiğinden bu bölümde M_0 ve N_0 zamana bağlı fonksiyonlardır. Aşağıdaki eşitlik sisteme hisse senedi ya da nakit girişinin olduğu durumun matematiksel ifadesidir:

$$M_0^{baş} + \sum_{i=1}^2 M_i^{ek}(t) = M_0(t), \quad (4.23)$$

$$N_0^{baş} + \sum_{i=1}^2 N_i^{ek}(t) = N_0(t). \quad (4.24)$$

$M_0^{baş}$ ve $N_0^{baş}$ sabitleri sırasıyla başlangıçtaki toplam nakit miktarı ile hisse senedi sayısını gösterirken, M_i^{ek} ve N_i^{ek} sırasıyla, sisteme giren ek nakit miktarı ile ek hisse senedi sayısını gösterir. Eklenti miktarlarının bir t anına bağlı olarak değişmesinden ötürü $M_0(t)$ ve $N_0(t)$ değişken fonksiyonlardır. Bu eklentiler likidite miktarında da değişikliğe neden olacaklarından (4.14) türev denklemi artık sıfırdan farklıdır:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^2 [-k_i M_i + (1 - k_i) N_i P] - L \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{P} k_i M_i - (1 - k_i) N_i \right] \right\}}{\sum_{i=1}^2 N_i} \neq 0.$$

Sonuç olarak (4.5), (4.21), (4.22), (4.14), (4.17), (4.18) ve (4.19) diferensiyel denklemleri de “ek hisse senedi veya nakit akışının olduğu sistem” (yani korunumlu olmayan sistem) için tam bir diferensiyel denklem sistemi oluşturur ve uygun başlangıç koşulları altında sayısal metodlarla çözülebilir:

$$\begin{aligned}
\tau_0 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} &= \frac{k_1 M_1 + k_2 M_2}{(1-k_1)N_1 P + (1-k_2)N_2 P} - 1, \\
P \frac{dN_i}{dt} &= k_i M_i - (1-k_i)N_i P + P \frac{dN_i^{ek}}{dt}, \\
\frac{dM_i}{dt} &= -k_i M_i + (1-k_i)N_i P + \frac{dM_i^{ek}}{dt}, \\
\frac{dL}{dt} &= \frac{\sum_{i=1}^2 [-k_i M_i + (1-k_i)N_i P] - L \left\{ \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{P} k_i M_i - (1-k_i)N_i \right] \right\}}{\sum_{i=1}^2 N_i}, \\
\frac{d\xi_1^{(i)}}{dt} &= c_1^{(i)} \left(q_1^{(i)} \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \xi_1^{(i)} \right), \\
\frac{d\xi_2^{(i)}}{dt} &= c_2^{(i)} \left(q_2^{(i)} \frac{P_a^{(i)} - P}{P_a^{(i)}} - \xi_2^{(i)} \right), \\
\frac{d\xi_3^{(i)}}{dt} &= c_3^{(i)} \left(q_3^{(i)} \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} - \xi_3^{(i)} \right).
\end{aligned} \tag{4.25}$$

BÖLÜM 5

5. NÜMERİK HESAPLAMALAR

5.1 Örnek

Bu bölümde Caginalp ve Merdan'ın [8] çalışmalarındaki finansal piyasa örneği göz önüne alınmıştır. Bu, iki grup arasında tek bir hisse senedinin alınıp satıldığı bir piyasa örneğidir. 4. Bölümün başında da kabul edildiği üzere bu iki grup kendilerine ait farklı görüşlere ve farklı bütçelere sahiptirler. Bu örnekte başlangıçta kapalı bir sistem göz önüne alınmıştır, yani başlangıçtaki nakit miktarı ile hisse senedi sayısı sabittir. İlk olarak, birinci grubun piyasadaki toplam hisse senedinin büyük kısmına, toplam paranın ise küçük kısmına sahip olduğu kabul edilmiştir. Bu kabule göre birinci grup elinde daha çok hisse senedi bulundurduğundan bu grubun motivasyonu ve stratejisi hisse senedine verilen değerdeki iniş veya çıkışa daha çok önem verme yönündedir yani birinci grup “değer bazlı” bir yatırımcıdır. İkinci grubun ise piyasadaki nakdin büyük kısmına sahip olduğu kabul edildiğinden bu grup fiyattaki değişimin yönüne ve doğal olarak da likiditeye göre motivasyonunu ve stratejisini belirler yani “trend bazlı” ve “likidite bazlı” bir yatırımcıdır.

Bir hisse senedi piyasasında hisse senedinin zamana göre değişen fiyatının $(P(t))$ yanında, o hisse senedi için farklı yatırımcılar tarafından verilen değerler $(P_a^{(i)}(t))$, her yatırımcının elinde bulundurup piyasaya sürdüğü nakit miktarı $(M_i(t))$ ile hisse senedi miktarı $(N_i(t))$ ve bunlara bağlı olarak da piyasadaki likidite değeri $(L(t))$ bulunmalıdır. Başlangıçta her iki yatırımcı grubun da hisse senedine verdikleri değerle hisse senedinin başlangıçtaki fiyatının eşit olduğu kabul edilmiştir:

$$P_a^{(1)}(t) = P_a^{(2)}(t) = P(0) := P_0 .$$

Bu örnekte zaman üç ayrı periyoda bölünmüştür: $[0, t_1]$, $(t_1, t_2]$, $(t_2, t_3]$.

$0 < t < t_1$ iken sistem korunumludur. Sisteme hiçbir şekilde nakit ya da hisse senedi girişi yoktur. Bu aralıkta hisse senedinin başlangıç fiyatı her grubun hisse senetlerine ayrı ayrı verdikleri değere eşit olduğundan fiyatı değiştirecek bir etkenin olmadığı söylenebilir. Yani bu aralıkta sisteme herhangi bir müdahale olmadığından fiyat sabittir.

$t = t_1$ anında yatırımcı bir şirket tarafından bir duyuru yapıldığı varsayalım. Bu duyuruya göre $t = t_2$ anında yatırımcılara ellerindeki hisselerin $1/3$ 'ü oranında hisse senedi dağıtılacaktır. Böylelikle t_2 anında her iki grubun da elindeki hisse senedi sayısı aynı oranda artacaktır. Bu duyuruyu her iki grup da ellerindeki hisse senedi sayısı ve nakit miktarına göre farklı değerlendirir. $t_1 < t < t_2$ iken elinde daha çok hisse senedi bulunduran birinci grup yatırımcı hisse senetlerinin değerini değiştirmez, $P_a^{(1)}(t) = P_0$ olarak devam eder. Elinde parası çok olan diğer grup ise değer düşeceğine inanıp hisse senedine başlangıçta verdiği değeri $b < 1$ oranında düşürür ve $P_a^{(2)}(t) = bP_0$ olarak belirler. Bu zaman periyodunda sistem hala korunumludur.

$t = t_2$ anında t_1 anındaki duyuruda söylendiği gibi piyasadaki yatırımcı gruplara belirtilen miktarda hisse senedi dağıtılır. Bu gerçek girişten ötürü her iki grubun elindeki hisse senedi sayısı artmış ve likidite değeri düşmüştür. Birinci grup bu ek hisselerin fiyatı etkilemeyeceğini düşünür ve başlangıçtaki değerini korur, ancak ikinci grup yatırımcı likiditeye daha çok önem verdiği için likiditenin azalmasıyla fiyatı düşürür.

Bu kabullerin ışığında uygun başlangıç koşulları alınarak önceki bölümde oluşturulan diferensiyel denklem sisteminin nümerik hesapları doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranır:

- Eğer her grubun motivasyonu ve stratejisini belirleyen parametreler ile birlikte başlangıçtaki nakit ve hisse senedi pozisyonları bilirse hisse senedi fiyatının zamana göre değişimi nasıl olur?

- Denge fiyatı nedir ve denge fiyatına ne kadar hızla ulaşılır, aradaki bu geçiş nasıldır?
- Söylenen zamanda piyasaya hisse senedi yerine nakit akışı olsaydı fiyat nasıl değişirdi?

Bu soruların yanıtı için bazı nümerik çalışmalar yapılmıştır.

5.2 Nümerik Simülasyonlar

(5.1) de anlatılan örnek bu bölümde, Matlab ode45 paketi kullanılarak çalışılmıştır. Bu çözümler M singüler ya da non-singüler matrisini içeren $M(t, y) * y' = F(t, y)$ tipindeki problemleri çözerler.

Yatırımcının motivasyonu sadece fiyatın yönüne ve değere bağlı olduğunda fiyatın zamana göre değişimi Caginalp ve Merdan' ın [8] çalışmalarında nümerik yaklaşımlar yardımıyla gözlemlenmiştir. Bu çalışmada yapılan nümerik simülasyonların amacı ise, yatırımcı kararına likidite de etki ettiğinde hisse senedi fiyatlarındaki değişimi gözlemektir. Bu noktada diferensiyel denklemlerin içindeki parametrelerin ve katsayıların seçimi, denklemlerdeki değişkenlerin başlangıç koşulları, fiyatın gelişimini gözlemlemek açısından çok önemlidir.

Yukarıdaki örnek göz önüne alındığında [8]' deki gibi $t = t_1$ anında yatırımcı bir şirket tarafından bir duyuru yapıldığı varsayalım. Bu ana kadar sisteme giriş çıkış olmadığından gruplar tarafından başlangıçtaki hisselerin değerleri $i = 1,2$ olmak üzere aşağıdaki gibi belirlensin:

$$P_a^{(i)} = P_0 = L_0 = \frac{M_0}{N_0}.$$

Piyasadaki likidite de toplam hisseye ve nakde bağlı olduğundan bu ana kadar sabittir. t_1 -deki duyuru nedeniyle birinci grup (değer bazlı grup) hisse senedinin değerini başlangıçtaki değerde tutarken; $P_a^{(1)} = P_0$, likiditeyi baz alan ikinci grup ise hisse senedinin değerini olabilecek yeni likidite değerine düşürür:

$$P_a^{(2)} = L_{yeni} = \frac{M_0}{N_0 + \frac{1}{3}N_0} = \frac{3M_0}{4N_0} = \frac{3}{4}L_0.$$

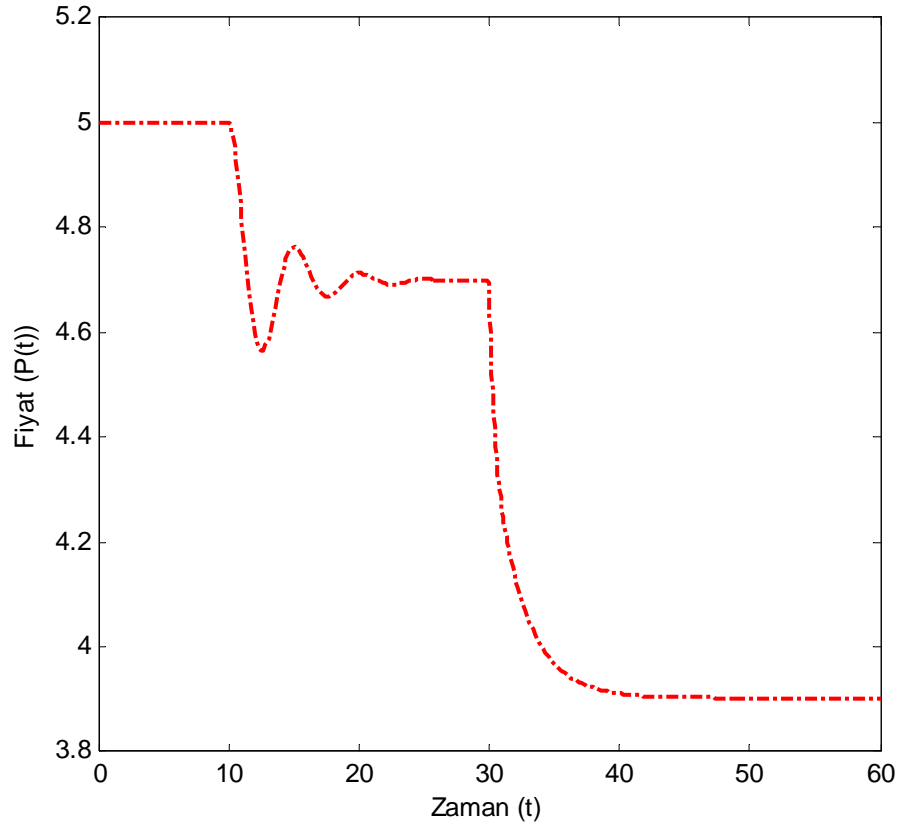
t_2 anında daha önce yapılan duyuruda belirtilen kadar hisse senedi piyasaya sürüldüğünde piyasadaki toplam hisse senedi sayısı yukarıdaki eşitlikte de belirtildiği gibi $\frac{4}{3}N_0$ olur. Piyasadaki likidite değerinde ise $\frac{1}{4}$ oranında gerçek bir düşüş yaşanır.

Başlangıç olarak, (5.1)' in başında da belirtildiği gibi, ilk grubun hisse senedinin çoğunu, ikinci grubun ise nakit paranın çoğunu elinde bulundurduğu kabul edilmiştir. Buna göre birinci grubun elinde 80 tane hisse senedi, 100 birim nakit para ve ikinci grubun elinde 20 tane hisse senedi, 400 birim nakit para olduğu ve başlangıçtaki hisse senedi fiyatı ile ona eşit olan likidite değerinin 5 birim olduğu varsayılmıştır. Yatırımcının fiyat değişimine ve likidite değerine karşı duyarlılığını içeren $\xi_1^{(i)}$ ve $\xi_3^{(i)}$ duyarlılık fonksiyonları başlangıçta fiyat ve likidite sabit kabul edildiğinden, yatırımcının değerdeki sapmaya karşı duyarlılığını içeren $\xi_2^{(i)}$ duyarlılık fonksiyonu da başlangıçta fiyat ana değere eşit kabul edildiğinden $\xi_1^{(i)} = \xi_2^{(i)} = \xi_3^{(i)} = 0$ alınmıştır ($i = 1,2$).

Bu çalışmada öncelikli olarak gözlenmek istenen likidite ile ilgili terim eklendiğinde [8]' deki nümerik çalışmadan farklı olarak hisse senedi fiyatının nasıl etkilendiğidir.

Aşağıda grafikleri görülen nümerik modellemeler (4.20) ve (4.25) denklem sistemleri kodlanarak çalışılmıştır. Modelde $[0,60]$ zaman aralığı göz önüne alınmış, duyurunun yapıldığı an $t_1 := 10$, piyasaya gerçek anlamda hisse senedinin sürüldüğu an $t_2 := 30$ kabul edilerek başlanmıştır.

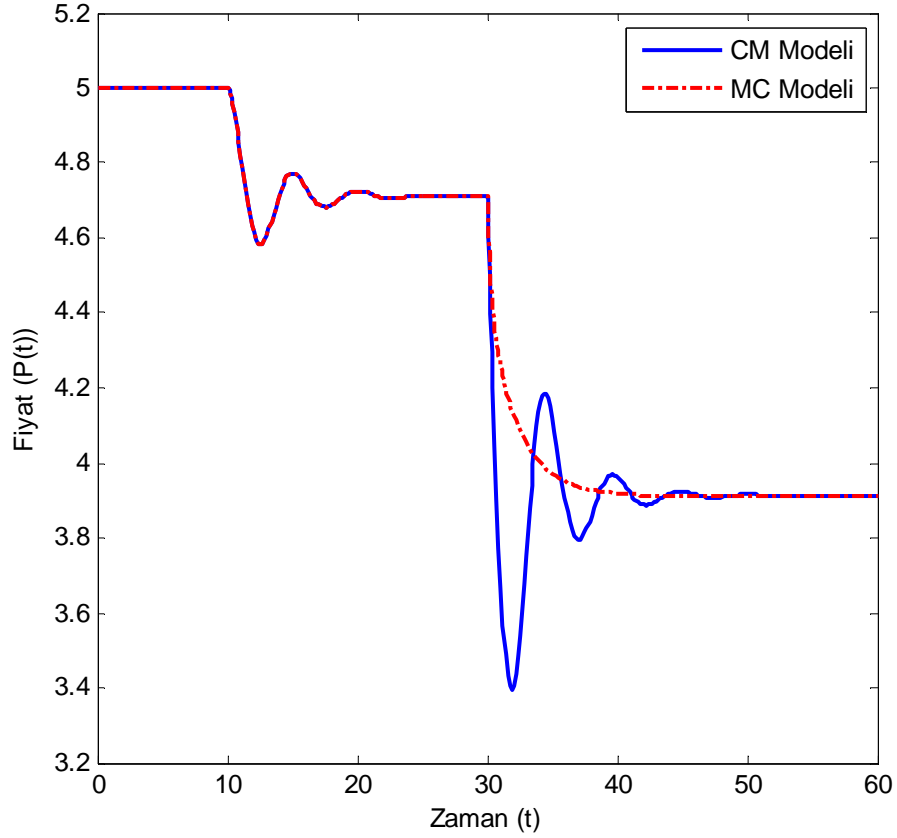
Likidite eklendiğinde modeldeki fiyat hareketliliği ile [8] çalışmasındaki fiyat hareketliliğini karşılaştırmak amacıyla $i = 1,2$ olmak üzere ilk olarak şu seçimler yapılmıştır: zaman parametreleri; $c_1^{(i)} = c_2^{(i)} = c_3^{(i)} = 1$, trend katsayıları; $q_1^{(i)} = 0.7$, değer katsayıları; $q_2^{(i)} = 0.3$ ve likidite katsayıları; $q_3^{(1)} = 0.1$, $q_3^{(2)} = 3$. Şekil 5.1, bu varsayımlarla bu modelden elde edilen fiyat-zaman grafiğini göstermektedir.



Şekil 5.1 Düşük likiditenin hisse senedi fiyatlarına etkisi

Şekil 5.1 göstermiştir ki gruplara hisse senedi dağıtılmadan yani t_2 ' den önce denge fiyatı; $P_{denge} = 4.7091$ ' dir. Yine gözlemlenebilir ki duyurunun yapıldığı t_1 anından t_2 'ye kadar olan zaman aralığında likidite miktarı sabit olduğunda fiyatta iniş çıkışlar (dalgalanmalar) görülmektedir. Söz konusu hisseler piyasaya sürüldüğü anda yani piyasadaki likiditede bir azalma olduğunda ise fiyatta dalgalanma olmadan ani bir

düşüş gözlemlenmiştir ve denge fiyatı değişmiş, $P_{denge} = 3.9452$ olmuştur. Burada önemli olan t_2 ' den sonra fiyatta sırf düşüşün gerçekleştiği ve dalgalanma olmadan hemen denge noktasına ulaşıldığıdır. Şekil 5.2 ise yukarıdaki modelin sonucunda meydana gelen fiyat hareketliliği ile Caginalp ve Merdan' a ait [8] çalışmasının sonucunda meydana gelen fiyat hareketliliğinin bir karşılaştırmasıdır. Şekil 5.2' de CM Modeli ile Caginalp ve Merdan' ın yaptığı modelden elde edilen $P(t)$ grafiği gösterilirken, MC Modeli ile bu tez çalışmasından elde edilen $P(t)$ grafiği gösterilmiştir.

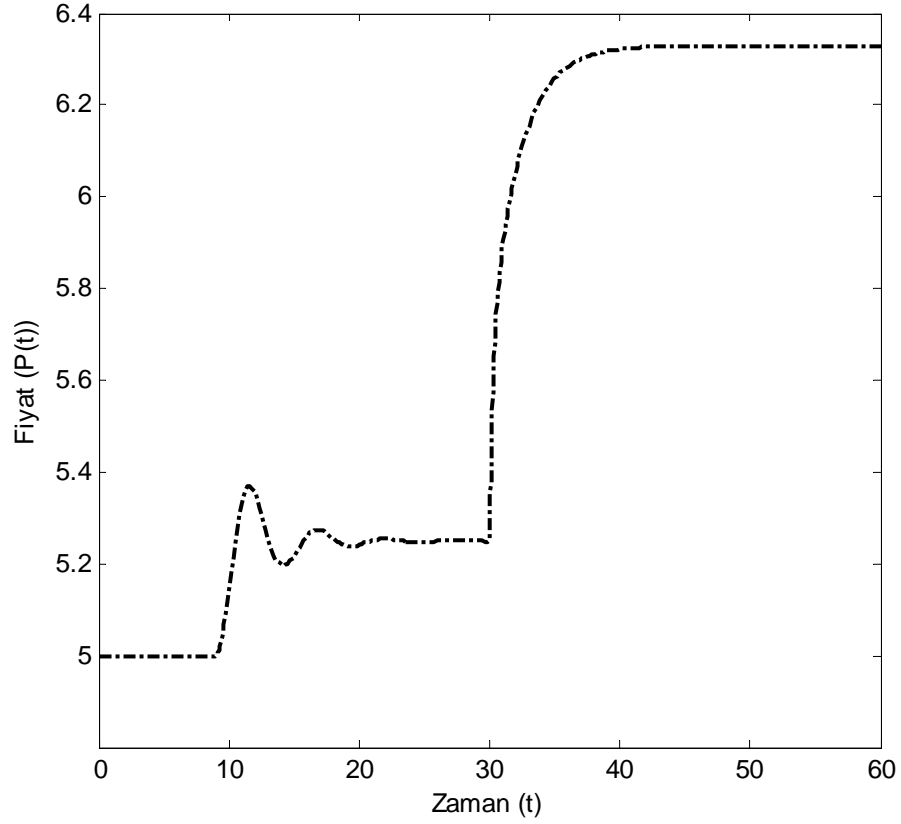


Şekil 5.2. CM ve MC modellerinin karşılaştırması

Şekil 5.2' den görülebilir ki sisteme hisse senedi girişinin yapıldığı ana kadar her iki model için de hisse senedinin zaman içindeki gelişimi birebir aynıdır. Bunun nedeni söz konusu ana kadar sistemdeki likidite miktarında bir değişim olmaması ve bu

nedenle likiditenin zamana göre relatif değişiminin 0 olmasıdır. $t_1 < t < t_2$ aralığında fiyatta görülen dalgalanmaların nedeni sadece grupların ellerindeki hisse senetleri ile ilgili aldıkları değişik kararların etkisidir. t_2 'den sonra [8] modelinin denge fiyatına bakıldığında likidite eklendiği durumdaki son denge fiyatıyla aynıdır: $P_{denge} = 3.9452$. Her ne kadar denge fiyatları sonuçta aynı olsa da iki modelde de t_2 'den sonra fiyatın zamana göre değişimi farklılık gösterir. Sonuç olarak iki modelin fiyat grafikleri karşılaştırıldığında; [8] için, fiyat denge durumuna iniş çıkışlarla ulaşırken, likidite terimi içeren yeni modelde fiyat aynı denge noktasına ani bir düşüş hızıyla, dalgalanma olmadan ulaşır. Bu da düşük likidite ile fiyatın dengeye oturma hızı arasında pozitif bir korelasyon olduğunun göstergesidir. Bir başka ifadeyle düşük likidite fiyatı ani düşüşe zorlamıştır.

Piyasaya hisse senedi yerine nakit para sürüldüğünde hisse senedi fiyatlarının zamana göre nasıl değişeceği yanıtı aranan sorulardan biri idi. Piyasaya t_2 anında nakit para sürüldüğü varsayıldığında aynı parametreler ile yeni modelin ortaya çıkaracağı hisse senedinin değişim grafiği Şekil 5.3' tür. Grafikten görüleceği üzere likidite fazlalığı piyasa köpüğüne neden olmuştur.

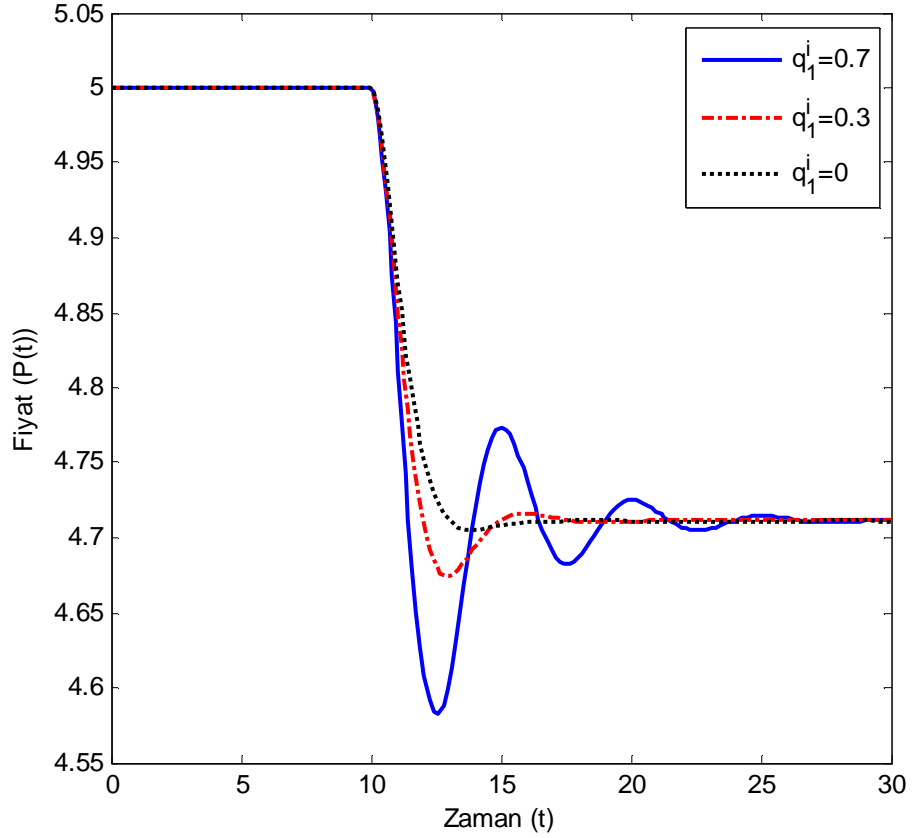


Şekil 5.3. Yüksek likiditenin hisse senedi fiyatlarına etkisi

Bu gözlemlerin ardından çalışılan bu örnek, kurulan matematiksel modellere farklı parametreler ve farklı başlangıç değerleri ile yeniden uygulanmıştır. Parametreler ve başlangıç değerleri değiştikçe fiyatın zamana göre değişiminin yeni sayısal sonuçları elde edilmiştir.

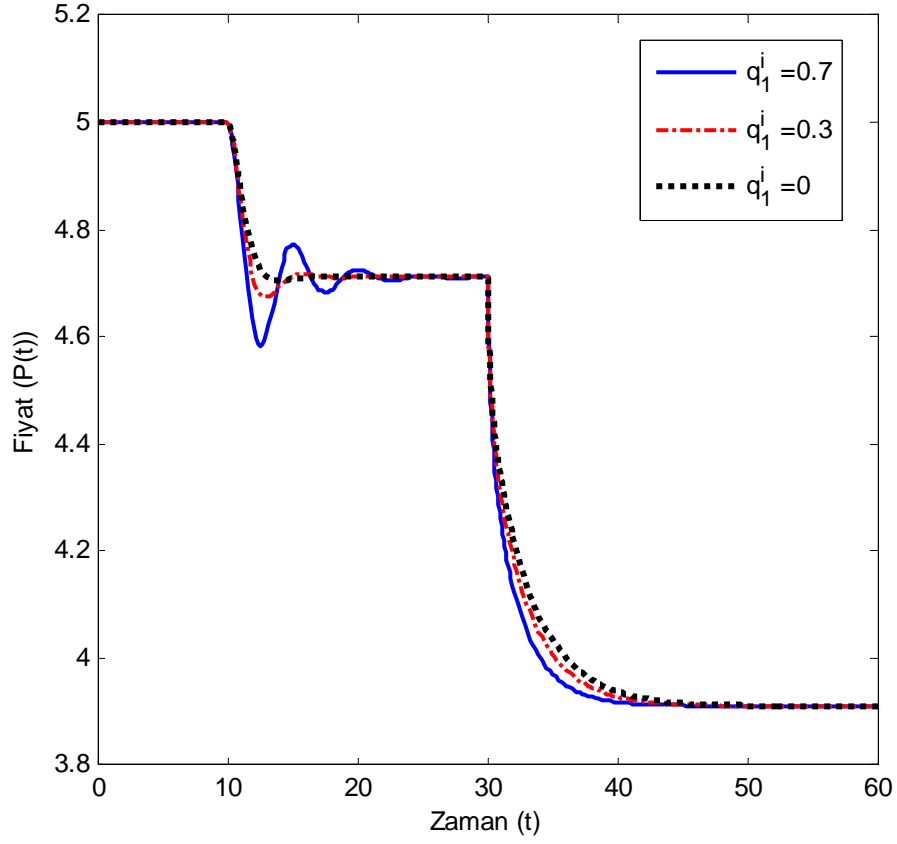
Şekil 5.4, sisteme yeni hisse senetlerinin sürülmesinden önceki zamanda fiyatın zamana göre değişimini göstermektedir. Bunun için zaman aralığı $[0,30]$ alınmıştır ve duyurunun $t = 30$ anında yapıldığı varsayılmıştır. Piyasaya hisse senedi girişinin olduğu ana kadarki süreçte fiyatın yönü ile ilgili katsayıların değişimine göre fiyattaki değişim gözlemlenmiştir. Bunun için zaman parametreleri ve diğer katsayılar $i = 1,2$ olmak üzere şöyle seçilmiştir: $c_1^{(i)} = c_2^{(i)} = c_3^{(i)} = 1$; $q_2^{(i)} = 0.3$ ve $q_3^{(1)} = 0.1$, $q_3^{(2)} = 3$. Fiyatın yönü ile ilgili katsayılar ise her iki grup için

sırasıyla, 0.7, 0.3, 0 seçilmiş ve bu farklı değerlere göre fiyatın değişimi gözlemlenmiştir. Buna göre $q_1^{(i)}$ değerleri değiştikçe fiyatın zamana göre değişimi aşağıdaki gibidir:



Şekil 5.4. Farklı “değer” katsayılarının [0,30] aralığında fiyatlara etkisi

Bu grafikten görülür ki, yatırımcı kararına fiyatın yönü etki etmediğinde (noktalı grafik) yani yatırımcı sadece değere ve likidite terimine önem verdiğinde hisse senedi fiyatındaki dalgalanma daha az olacak, fiyatın yönünün etkisi arttıkça fiyattaki dalgalanmalar da artacak ve birbirlerine yakın denge fiyatına ulaşacaktır. Bu aşamada sisteme girişin olmadığı süreç göz önüne alındığından sistem korunumludur ve dolayısıyla likidite ile ilgili terimin etkisi yoktur. Eğer bu süreç uzatılır ve sisteme hisse senedi girişinin olduğu zaman aralığı da göz önüne alınırsa Şekil 5.5’teki grafik elde edilir:

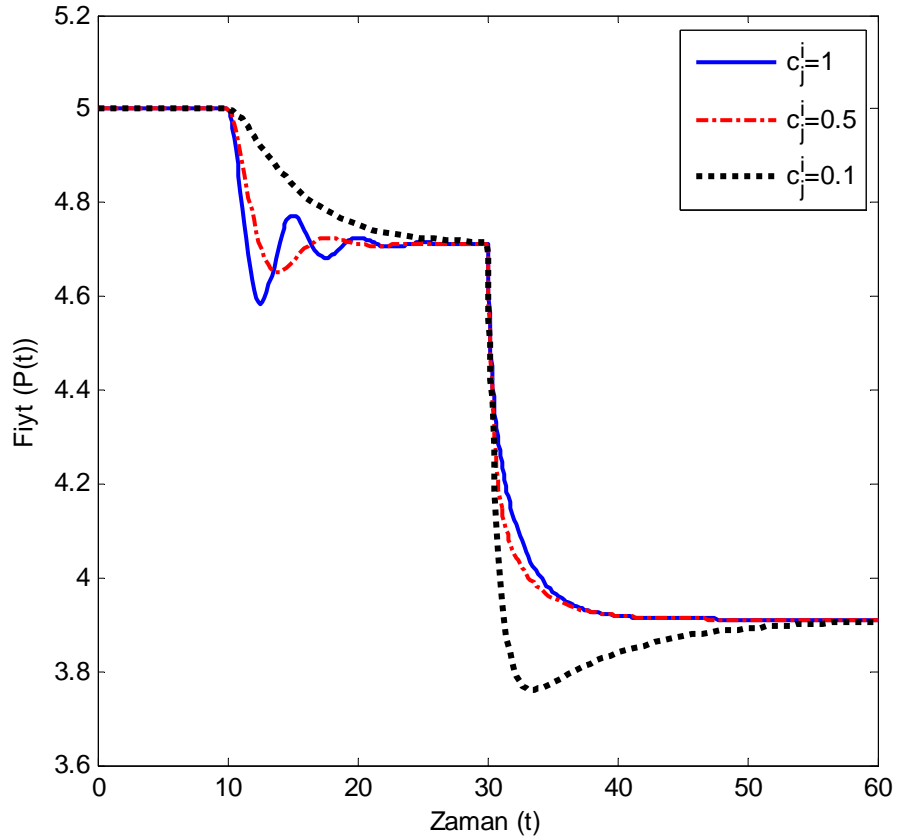


Şekil 5.5. Farklı “değer” katsayılarının [0,60] aralığında fiyatlara etkisi

Burada sisteme hisse senedinin akışıyla $t = 30$ anından sonra sistemdeki hisse senedi miktarı değişmiş ve likidite terimi sistemi etkilemeye başlamıştır. Likidite miktarının azalmasıyla fiyatlar düşmüştür. Fiyatın yönünün etkisi arttıkça fiyatlar daha çok düşmüş ancak ufak farklarla daha yüksek denge fiyatına ulaşılmıştır. Örneğin, $i = 1,2$ olmak üzere $q_1^{(i)} = 0.3$ iken denge fiyatının 4.0050 ile 4.0051 arasında, $q_1^{(i)} = 0$ iken denge fiyatının 4.0047 ile 4.0048 arasında olduğu gözlemlenmiştir.

Şekil 5.6 ise $i, j = 1,2$ olmak üzere $c_j^{(i)}$ zaman parametrelerindeki değişimin $[0, 60]$ zaman aralığında fiyatlara etkisini göstermektedir. $i, j = 1,2$ olmak üzere seçilen katsayılar şöyledir: fiyatın yönü ve değer ile ilgili katsayılar sırasıyla $q_1^{(i)}=0.7$ ve

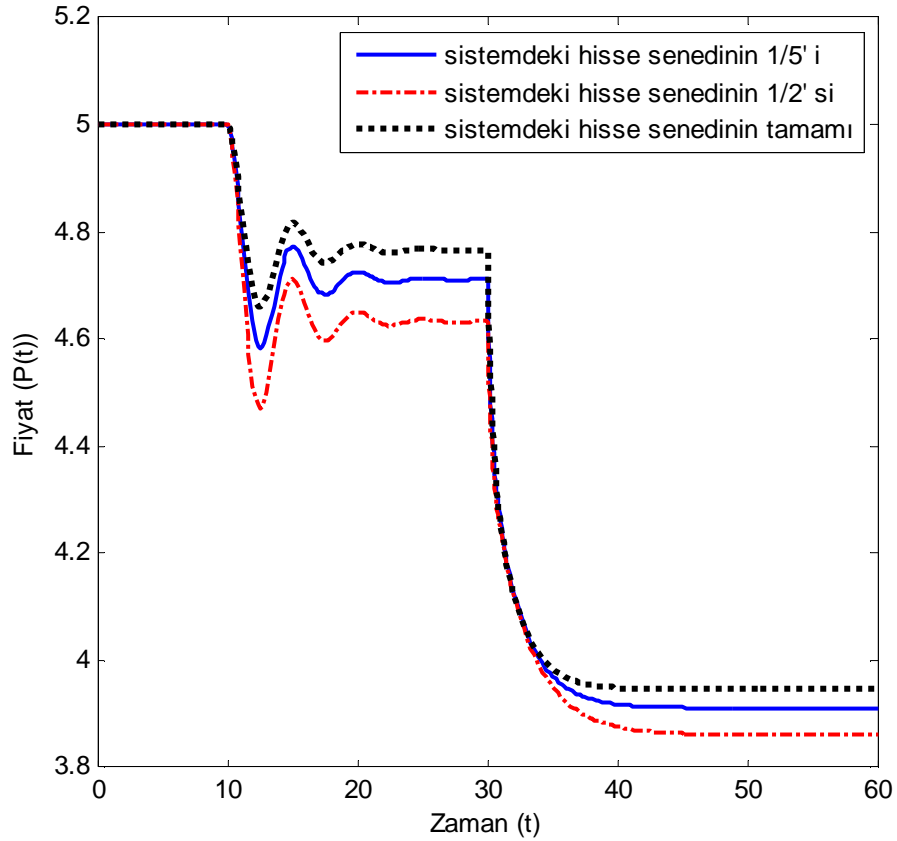
$q_2^{(i)}=0.3$, likidite ile ilgili katsayı birinci ve ikinci grup için sırasıyla $q_3^{(1)}=0.1$ ve $q_3^{(2)}=3$ tür. Verilen bu değerler ile birlikte $i, j = 1,2$ olmak üzere zaman parametreleri $c_j^{(i)}$ -ler birbirine eşit olarak sırasıyla 1, 0.5 ve 0.1 alınarak fiyatın zamana göre değişimi gözlemlenmiştir:



Şekil 5.6 Farklı Zaman Parametrelerinin Fiyatlara Etkisi

Şekil 5.6 fiyat değişiminin akılda kalma süresi uzatıldığında fiyattaki dalgalanmanın arttığını göstermektedir. Örneğin zaman parametreleri 0.1 seçildiğinde duyurunun ardından fiyatta dalgalanma görülmemiş, sisteme hisse senedi girişinden sonra da yine dalgalanma olmadan ani bir düşüşle denge noktasına ulaşılmıştır. $i, j = 1,2$ olmak üzere $c_j^{(i)}$ -ler arttıkça dalgalanmalar da artmış ve fiyat denge noktasına daha az düşüşle ulaşmıştır.

Yukarıdaki sayısal gözlemler birinci grubun sistemdeki hisse senedinin büyük bölümünü, ikinci grubun ise sistemdeki nakit paranın büyük bölümünü bulundurduğu kabul edilerek oluşturulmuştur. Varsayımlar, sistemde toplam 100 adet hisse senedi ve 500 birim nakit para bulunduğu kabulü üzerine kurulmuş, birinci gruba 80 adet hisse senedi ile 100 birim nakit para, ikinci gruba 20 adet hisse senedi ile 400 birim nakit para verilmiştir. Şekil 5.7' de nümerik olarak gözlenmek istenen son durum ise ikinci grubun elindeki hisse senedinin miktarı değiştirildiğinde fiyattaki değişimin nasıl olacağıdır. Bu gözlemde önceki başlangıç koşulları aynı tutulmuş, yalnızca ikinci gruba ait hisse senedi sayısında değişiklik yapılmıştır. Buna göre parametreler ve katsayılar öncekilerle aynı olarak; $c_1^{(i)} = c_2^{(i)} = c_3^{(i)} = 1$, $q_1^{(i)} = 0.7$, $q_2^{(i)} = 0.3$, $q_3^{(1)} = 0.1$ ve $q_3^{(2)} = 3$ seçilmiştir.



Şekil 5.7 İkinci Gruba Ait Hisse Senedi Miktarının Değişiminin Fiyatlara Etkisi

BÖLÜM 6

6. SONUÇ

Bu tez çalışmasında Caginalp ve Merdan' ın [8] çalışması, matematiksel modele yeni adi diferensiyel denklemler eklenerek genişletilmiştir. [8]' de sadece sözle bahsedilen likidite terimi bu çalışmada matematiksel modele zamana bağlı bir değişken olarak eklenmiştir.

İlk olarak [8]' deki yatırımcı motivasyonu ve stratejisini içine alan olasılık fonksiyonuna likidite ile ilgili yeni bir terim eklenmiştir. Bu çalışmada Caginalp ve Balenovich'in [6] çalışmalarındaki likidite tanımı kullanılmıştır. Bu tanıma göre likidite, piyasadaki nakit miktarının piyasadaki hisse senedi sayısına oranıdır. Piyasadaki likidite ile fiyatın yönü benzer davranış sergilediklerinden likiditenin relatif değişimi “fiyatın yönü” terimine benzer biçimde tanımlanmıştır. Likiditenin relatif değişiminin belirli bir zamana kadar olan etkileri toplamının matematiksel ifadesi, yatırımcı duyarlılığını ifade eden yeni bir fonksiyon olarak sisteme eklenmiştir. Ayrıca likiditenin zamana göre türev fonksiyonu da diferensiyel denklem sistemine eklenmiştir.

Bu çalışmada [8]' deki “fiyatın yönü” ile “değer” stratejilerini içine alan yatırımcı duyarlılığı fonksiyonlarına “likidite değerini” de içine alan yeni bir fonksiyon eklendiğinde, yatırımcının kararında ve fiyatta meydana gelen değişiklikleri gözlemek amaçlanmıştır. Likiditenin ne gibi bir etkisi olduğu [8] çalışmasında çalışılan aynı örnek üzerinden gözlenmiş ve iki modelin nümerik simülasyonları sonucu elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak piyasadaki düşük likiditenin, hisse senedi fiyatlarının dalgalanma olmadan, ani bir düşüşle kısa sürede yeni denge noktasına ulaşmasına yol açtığı gözlemlenmiştir. Bu sonuç daha önce yapılmış çalışmaların sonuçlarıyla ve finansal piyasa gerçeğiyle uyumlu bir sonuçtur. Nitekim Caginalp ve Merdan tarafından [8] çalışmalarında oluşturdukları

matematiksel model gerçek bir piyasa örneğine uygulanmış ve ortaya çıkan nümerik sonuçlar gerçek fiyat-zaman grafiğiyle uyum göstermiştir.

Bu tez çalışması gerçek hisse senedi piyasalarında varolan yaygın bir varsayımı doğrulamaktadır. Bu varsayım, piyasadaki likit fazlalığının hisse senedi fiyatlarını arttıran ve piyasadaki likit azlığının ise hisse senedi fiyatlarını düşüren bir etken olduğudur. Elde edilen model, klasik finansın yetersiz kaldığı “piyasa köpüğü” gibi problemleri çalışabilmek açısından da bir potansiyele sahiptir.

KAYNAKLAR

- [1] Ergün, B., 2002, Likidite ve Özel Emeklilik Fonları, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü, İstanbul
- [2] Sarıkaya, F.N.T., 2007, IMKB’de Volatilite, Likidite, İşlem Hacmi ve Getiri İlişkisinin Ekonometrik Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul
- [3] Biggers, K., Gallagher, B., Gupta, R., Neuhaus, H., Weisman, A., Yeager, G., The Professional Risk Managers’ International Association
“<http://www.prmia.org/events>”
- [4] Kayalı, M.M., Ünal, S., Piyasa mikroyapısı, finansal varlıkların likiditesi ve fiyatların oluşumu, Dumlupınar Üniversitesi, SBE Dergisi, Sayı: 12 , 2005.
- [5] Amihud, Y., Mendelson, H., Pedersen, L.H., Liquidity and asset prices, The Essence of Knowledge, 1(4), 269-364, 2005.
- [6] Caginalp, G. and Balenovich, D., Asset flow and momentum: deterministic and stochastic equations, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 357, 2119-2133, 1999.
- [7] Caginalp, G. and Balenovich, D., Market oscillations induced by the competition between value-based and trend-based investment strategies, Appl. Math. Finance, 1, 129-164, 1994.
- [8] Caginalp, G. and Merdan, H., Asset Price Dynamics with Heterogenous Groups, Physica D, 225, 43-54, 2007.
- [9] “Bankacılık: Yönetim ve Performans / Banka Yönetimi: Genel İlkeler” erişim adresi: http://www.ekodialog.com/finansal_eko/fin_eko_konulari6.html
- [10] Caginalp, G. and Ermentrout, G.B., A Kinetic Thermodynamics Approach to the Psychology of Fluctuations in Financial Markets, Appl. Math. Lett., 3, 17-19, 1990.
- [11] Neftçi, S.N., An Introduction to Mathematics of Financial Derivatives, Academic Press, San Diego, California, 2000
- [12] Cochrane, J.H., Asset Pricing, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 2001.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ÇAKMAK, Hatice
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 14.12.1982 Bursa
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 (312) 292 43 28
Faks : 0 (312) 292 40 91
e-mail : hcakmak@etu.edu.tr

Eğitim

| Derece | Eğitim Birimi | Mezuniyet tarihi |
|--------|--------------------------------------|------------------|
| Lisans | Ankara Üniversitesi Matematik Bölümü | 2005 |

İş Deneyimi

| Yıl | Yer | Görev |
|-----------|----------|---------------------|
| 2008-2010 | TOBB ETÜ | Araştırma Görevlisi |

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

1. H. Merdan and H. Cakmak “ Liquidity Effect on the Asset Pricing Forecasting” isimli makale 2009 yılının Ağustos ayında bir dergiye sunulmuştur.