

ARA STOK ALANI BULUNAN TEK ROBOTLU ÜRETİM
HÜCRELERİNDE ÇİZELGELEME

EMİNE GÜNDOĞDU

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞUSTOS 2013

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Necip CAMUŐCU

Müdüş

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Tahir HANALIOĞLU

Anabilim Dalı BaŐkanı

EMİNE GÜNDOĞDU tarafından hazırlanan ARA STOK ALANI BULUNAN TEK ROBOTLU ÜRETİM HÜCRELERİNDE ÇİZELGELEME adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Hakan GÜLTEKİN

Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

BaŐkan : Doç. Dr. Kadir ERTOĞRAL

Üye : Yrd. Doç. Dr. Hakan GÜLTEKİN

Üye : Doç. Dr. Sinan GÜREL

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Emine GÜNDOĞDU

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri
Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Hakan GÜLTEKİN
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans – Ağustos 2013

Emine GÜNDOĞDU

ARA STOK ALANI BULUNAN TEK ROBOTLU ÜRETİM HÜCRELERİNDE ÇİZELGELEME

ÖZET

Robotik hücreler m adet makinenin ve malzeme taşıma, yükleme/boşaltmada kullanılan belirli sayıda robottan oluşan üretim hücreleridir. Bu çalışmada, 2 makineli kendi üzerinde ara stok alanı bulunan bir robotun kullanıldığı akış tipi üretim sistemleri ele alınmıştır. Bu çalışma, bu tip bir robotun kullanıldığı robotik hücreleri inceleyen ilk çalışmadır. Tanımlanan problemde amaç, uzun dönemde çıktı oranının en büyüklenmesini (çevrim zamanının en küçüklenmesini) sağlayan robot hareket çizelgesini elde etmektir. Çalışmada belirli robot hareketlerinin tekrarlandığı döngüsel çizelgeler ele alınmıştır. Ara stok alanı kapasitesinin 1, 2 ve sınırsız olduğu durumlar ayrı ayrı analiz edilmiştir. Kapasitenin (B) 1 ve 2 olduğu durumda literatürde de çoğunlukla olduğu gibi 1-birim döngüler ele alınmıştır. $B = 1$ iken domine olmayan döngülerin optimal oldukları parametre aralıkları belirlenmiştir. $B = 2$ iken domine olmayan döngülerden iyi performans gösteren 2 tanesi seçilmiştir. Seçilen döngülerin performanslarını değerlendirmek için ara stok alanı bulunmayan klasik robot hareket döngülerini de içeren optimal 1-birim döngüleri için bir alt sınır geliştirilmiştir. Alt sınır kullanılarak ilgili döngülerin optimal olduğu bölgeler belirlenmiş ve diğer durumlarda ise optimalden ne kadar uzakta olduğu hesaplanmıştır. Kapasitenin sınırsız olduğu durumda ise stok alanından daha fazla faydalanabilmek için q -birikimli döngü olarak adlandırılan bir döngü sınıfı tanımlanmıştır. Stok alanlı robotların faydalarını belirlemek ve stok kapasitesinin sistem performansına etkilerini incelemek için bir deneysel çalışma yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Robotik hücre çizelgelemesi, çıktı oranı eniyileme, esnek üretim sistemleri.

University : TOBB University of Economics and Technology
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Industrial Engineering
Supervisor : Asst. Prof. Hakan GÜLTEKİN
Degree Awarded and Date : M.Sc. – August 2013

Emine GÜNDOĞDU

**SCHEDULING IN ROBOTIC CELLS WITH A
SELF-BUFFERED ROBOT**

ABSTRACT

This thesis considers the scheduling problem occurring in robotic cells consisting of a number of machines and a material handling robot which is responsible for loading/unloading of machines. Identical parts are produced with the same machine route, so flow shop assumption is valid. This is the first study considering a self-buffered robotic cell where the robot has a buffer space moving with it. The study is categorized into 3 main sections in terms of the buffer capacity. The first section, where the buffer capacity is 1, considers only 1-unit cycle in which one part is produced in one repetition. For this section, parameters for which each non-dominated cycle is optimal are determined. Moreover, the benefit obtained by using a self-buffered robot over a classical robot is found. As done in the first part, we determined non-dominated 1-unit cycle for double capacity buffer space and chose two of these cycles. Furthermore, to determine the performance of these cycles, a lower bound for the cycle time of optimal robot move cycle is developed. The final section of the study where the buffer capacity is assumed to be infinite, a new class of cycle called q -accumulated cycle is defined to provide more benefit from the buffer area. To find optimal q -accumulated cycle, optimal buffer capacity for given cell parameters and make comparison of a self-buffered robot and classical one, a computational study is conducted.

Keywords: Robotic cell scheduling, throughput optimization, flexible manufacturing systems.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimin ve tez çalışmam boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen, her zaman yanımda olduklarını hissettiğim anneme ve kardeşime, tezin tamamlanmasında büyük emekleri olan, beraber çalışmaktan çok mutlu olduğum tez hocam Yrd. Doç. Dr. Hakan Gültekin'e, tezimi okuyarak önemli katkılarda bulunan jüri üyesi hocalarım Doç. Dr. Kadir Ertoğral'a ve Doç. Dr. Sinan Gürel'e teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca, yüksek lisans eğitimim boyunca 2210 Yurt içi Yüksek Lisans Bideb bursu kapsamındaki maddi desteği için TÜBİTAK'a çok teşekkür ediyorum.

İçindekiler

1	GİRİŞ	1
2	LİTERATÜR TARAMA	4
2.1	Problem Tipleri	7
2.2	Esnekliğin Getirdiği Avantajlar	17
2.3	Ara Stok Alanı	24
2.4	Robot Sayısı	26
2.5	Özet	26
3	PROBLEM TANIMI	28
4	$B = 1$ ve $B = 2$ DURUMU	34
4.1	Stok Alanı Kapasitesinin 1 olması durumu: $B=1$	34
4.2	Ara Stok Alanının Faydası	39
4.3	Ara Stok Alanı Kapasitesinin 2 Olması Durumu: ($B=2$)	44
5	SONSUZ ARA STOK ALANLI DURUM:$B \rightarrow \infty$	53

5.1	En iyi 1-birim döngünün matematiksel model ile bulunması: $B \rightarrow \infty$	55
5.2	q -birikimli döngüler	62
5.2.1	q -birikimli döngülerinin çevrim zamanı hesabı	65
5.3	Deneyisel Çalışma	79
6	SONUÇLAR VE GELECEK ÇALIŞMALAR	83
	EKLER	86
	A Optimal Döngünün Bulunması	87
	B Olurlu 1-birim döngüler	89
	C $B = 2$ için domine olmayan döngülerin belirlenmesi	92
	ÖZGEÇMİŞ	94
	KAYNAKLAR	95

Şekil Listesi

2.1	Robot merkezli bir hücre	9
2.2	Doğrusal robotik bir hücre	10
2.3	Mobil robotik bir hücre	10
3.1	Kendi üzerinde ara stok alanı bulunan 2 makineli bir robotik hücre	28
4.1	(1,0) ve (1,1) başlangıç durumları ile başlayan olurlu 1-birim döngüler	36
4.2	Seçilen döngülerin alt sınır ile karşılaştırılması	51
5.1	L_1 aktivitesinin U_1 aktivitesinden önce kullanılması durumu . .	60
5.2	L_1 aktivitesinin U_1 aktivitesinden sonra kullanılması durumu . .	60
5.3	L_2 aktivitesinin U_2 aktivitesinden önce kullanılması durumu . .	60
5.4	U_2 aktivitesinin L_2 aktivitesinden önce kullanılması durumu . .	60
5.5	C_8^∞ döngüsünün aktivite sıralamasının şekli	65

1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojinin gelişmesi ve rekabetin artması ile çoğu üretim firması, esnekliği ve etkinliği yüksek olan otomatik üretim sistemleri için yatırım yapmaktadır. Bu sistemlerde hatalı ürün sayısının azaltılması, kalitenin artırılması, işçilik maliyetlerinin azaltılması, işçi sağlığı ve güvenliği gibi sebeplerden dolayı endüstriyel robotlar ya da AGV'ler tercih edilmektedir. Endüstriyel robotlar malzeme elleçleme, kaynak, montaj, boyama ve kalite kontrol gibi pek çok alanda kullanılmaktadır.

Modern üretim sistemi olarak adlandırılan bu sistemlerin performansları sadece makinelerin etkin kullanılmasına değil aynı zamanda malzeme taşımada kullanılan araçların sistemdeki hareketlerinin de etkin olmasına bağlıdır. Bu durum çizelgeleme literatüründe daha önceden yapılan çalışmalardaki varsayımın geçerli olmadığını göstermektedir. Örneğin, klasik çizelgeleme problemlerinde makineler arası transfer zamanı ya da makine yükleme ve boşaltma zamanları dikkate alınmaz. Oysaki, yükleme/boşaltma zamanları ve malzeme taşıma zamanları bir parçanın sistemde geçirdiği toplam zamanın önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Dolayısıyla bu süreleri dikkate almadan üretilen çözümler alt optimal olacaktır. Endüstride kullanımı giderek artan ve robotik hücre adı verilen sistemlerde ise transfer ve yükleme/boşaltma zamanlarının gözardı edilmesi mümkün değildir.

Klasik bir robotik hücrede en basit haliyle belirli sayıda makine ve belli özelliklere sahip endüstriyel bir ya da daha çok sayıda robot bulunmaktadır. Sistemde ayrıca 1 tane girdi ve 1 tane çıktı stok alanı bulunmaktadır. Bu sistemlerde robot, makineler arası parça transferi yapmak, makinelerin yüklenmesi ve boşaltılmasından sorumludur. Klasik robotik hücre çizelgeleme problemi eğer farklı

tip parça üretiliyorsa makine sayısının çok küçük olduğu durumlar için bile NP-zordur. Bu nedenle literatürde bulunan çoğu analitik sonuç makine sayısının 2 ya da 3 olduğu hücreler için elde edilmiştir. Tesis içerisindeki alan kısıtlarından dolayı genellikle robotik üretim hücrelerinde az sayıda makine kullanılmaktadır.

Bu çalışma, robotik hücre çizelgeleme literatüründe daha önce incelenmeyen özellikteki bir robotun parça transferi için kullanıldığı üretim hücrelerindeki çizelgeleme problemlerini ele almaktadır. İlgili hücrede makineler arası parça transferini sağlayan ve kendi üzerinde ara stok alanı bulunan bir robot kullanılmaktadır. m tane makine ve özelliği tanımlanan 1 robotun bulunduğu üretim hücresinde tek tip parçalar akış tipi üretime göre işlenmektedir. Robotun kendi üzerinde bulunan stok alanının kapasitesi ele alınacak problemin zorluğu üzerinde etkilidir. Bu çalışmada ele alınan problemin amacı, tek tip parça üreten ve kendi üzerinde ara stok alanı bulunan robotun kullanıldığı robotik üretim hücrelerinde çevrim zamanının en küçüklenmesi ya da buna eşdeğer bir amaç olan çıktı oranının en büyüklenmesini sağlayan robot hareket sıralamasını bulmaktır. Robot üzerinde bulunan ara stok alanı kapasitesi sınırlı bir değer olabileceği gibi, sonsuz ara stok alanı olarak da düşünülebilir.

En iyi robot hareket sıralamasının bulunması için literatürde çoğunlukla 1-birim döngü diye adlandırılan döngü tipleri ele alınmıştır. 1-birim döngüde, sistemde bulunan her makine 1 kez yüklenip, 1 kez boşaltılır ve döngü sonunda sistemden tamamlanmış 1 parça çıkmaktadır.

Kendi üzerinde ara stok alanı bulunan robotlara endüstride rastlanmaktadır fakat literatürde bu konuda herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Sistem performansını ve esnekliğini artırmak için kullanılan bu sistemler, bu sebeple etkin bir şekilde kullanılmakta ve elde edilebilecek faydanın büyük bir kısmı elde edilmektedir. Bu çalışmanın amacı, bu yeni sistem için problem tiplerinin belirlenmesi, kullanılacak çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi ve sonuçların analiz edilmesidir.

Ele alınan problemin çözümü için öncelikle olurlu döngü koşulları belirlenmiş ve robot üzerindeki stok alanı kapasitesinin değişmesi durumunda olurlu döngü

sayılarının belirlenmesi için bir çözüm metodolojisi geliştirilmiştir. Robot üzerindeki stok alanı kapasitesi 1 bile olsa olurlu 1-birim döngü sayısının makine sayısı arttıkça hızla arttığı gösterilmiştir. Bu nedenle, genel m makineli durum yerine 2 makineli bir robotik hücrede stok alanı kapasitesinin 1,2 ve ∞ olduğu durumlar için en iyi döngünün (çevrim zamanını en küçükleyen) bulunması problemleri incelenmiştir.

$B = 1$ ve $B = 2$ için sadece 1-birim döngüler ele alınmıştır. Ara stok alanı kapasitesi 1'den 2'ye çıkarıldığında makine sayısı 2 olmasına rağmen olurlu 1-birim döngü sayısı oldukça artmaktadır. $B = 1$ için domine olmayan döngülerin optimal oldukları parametre aralıkları belirlenmiştir. Pratikte sıklıkla karşılaşılan parametre aralıkları için en iyi stok alanlı döngü ile klasik döngüler kıyaslanarak sağlanabilecek maksimum fayda belirlenirken optimal olmadıkları bölgede optimalden ne kadar uzakta oldukları belirlenmiştir. Son kısımda ise, stok alanı kapasitesinin çok büyük olduğu varsayımı altında sağlanabilecek faydanın büyük bir kısmını sağlamak için q -birikimli döngü diye adlandırılan özel bir döngü sınıfı tanımlanmıştır.

Yapılan tez çalışması 6 bölüm halinde incelenecektir. 2. bölümde daha önce bu alanda incelenen problem tipleri, özellikleri, çözüm yöntemleri ve elde edilen sonuçlardan oluşan bir literatür taramasına yer verilmektedir. 3. bölümde ele alınan problemin detaylı tanımına ve problem ile ilgili özelliklere yer verilmektedir. 4. bölümde, robot ara-stok alanı kapasitesinin 1 ve 2 olduğu durumlar için olurluluk koşulları, sistemin durum tanımı, olurlu döngü sayıları, optimal döngünün bulunması, çevrim zamanı için alt sınırın geliştirilmesi analitik bir yaklaşımla detaylı olarak analiz edilmektedir. 5. bölümde, robot ara stok alanı kapasitesinin sınırsız olduğu durumda q -birikimli döngü tanımı, özellikleri, en iyi q -birikimli döngünün bulunması, klasik hücredeki döngüler ile karşılaştırılması sonucu en iyi durum ve en kötü durum performanslarının değerlendirilmesi yapılmaktadır. 6. bölümde ise, bu çalışmada elde edilen temel sonuçlar özetlenmiş ve gelecekte yapılacak çalışmalara yer verilmiştir.

2. LİTERATÜR TARAMA

Klasik bir robotik hücrede işlem görmesi gereken parçaların makinelerdeki rotası genellikle aynıdır. Yani, girdi stok alanından alınan her parça, sırasıyla hücrede bulunan tüm makinelerde işlem görür ve işlemi tamamlanan parçalar çıktı stok alanına bırakılır. Robotik hücre çizelgelemesi alanında yapılan çalışmalarda genellikle aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır.

- Hücrelere ilişkin tüm parametreler (işlem zamanları, yükleme/boşaltma ve transfer zamanları) deterministiktir.
- Makineler ve robotlar zaman içerisinde bozulmaz ve herhangi bir bakıma ihtiyaç duymaz.
- Herhangi bir makinede işlenmeye başlanan parçanın işlemi bölünemez.
- Girdi stok alanında her zaman üretim için bekleyen bir parça mevcuttur. Çıktı stok alanında da her zaman yeni bir parça için yer vardır.

Bu sistemde çoğunlukla farklı yerlerde bulunan ve herhangi bir kapasite kısıtı olmayan bir girdi stok alanı ve bir çıktı stok alanı bulunmaktadır. Bu alanların ortak bir lokasyonda bulunduğu ve (load lock) olarak adlandırıldığı durumlar ile ilgili çalışmalar da yapılmıştır [14]. Hammadde girdi alanına bir konveyör ile taşınır ve çıktı alanından bir konveyör ile alınır. Robot ise makineler arası taşıma, parçaların yüklenmesi ve boşaltılması işlemlerini gerçekleştirir.

Gerekli Tanımlar:

Bu bölümde literatürde genellikle kullanılan notasyon ve tanımlamalardan bahsedilecektir. Robotik hücre literatüründe kullanılan notasyonun en genel hali

Tablo 2.2 'de verilmektedir. İncelenen problem türüne göre notasyonda değişiklikler yapılabilmektedir. Aşağıdaki tanımlar Crama ve Van de Klundert [9]'den alınmıştır ve bu çalışmada da kullanılmıştır.

Notasyon	Açıklama
δ :	Ardışık iki makine arası transfer zamanı
ϵ :	Parça yükleme/ boşaltma zamanı
$p_{i,j}$:	j işinin i makinesindeki işlem süresi. Parçalar aynı tip ise p_i olarak gösterilir.
C_t :	Bir parçayı üretmek için çevrim zamanı

Tablo 2.2: Notasyon ve tanımlamaları

Tanım 1. Robot aktivitesi ([3]): *Robotun sistemde bulunan herhangi bir i makinesinden parçayı boşaltması, bu parçayı bir sonraki makineye ($i + 1$) taşınması ve bu makineyi yüklemesini içeren robot hareketleri robot aktivitesi olarak tanımlanır ve A_i ile gösterilir , $i=0, 1, \dots, m$.*

Sistemde girdi stok alanı 0, çıktı stok alanı ise $m + 1$ ile belirtilir. Tanımın doğrudan bir sonucu olarak m makineli bir robotik hücrede toplam $m + 1$ aktivite bulunmaktadır. Bu aktivitelerin uygun permutasyonları bir robot hareket döngüsüne denk gelir.

Klasik bir hücrede bir döngünün olurlu olması için gerekli koşullar Crama vd. [2] tarafından aşağıda belirtilen şekilde tanımlanmıştır.

- Robot dolu olan bir makineyi dolduramaz.
- Robot boş olan bir makineyi boşaltamaz.

Tanımlanan bu olurluluk koşulları olası aktivite permutasyonlarının sayısını sınırlar. Örneğin: 2 makinenin olduğu ve makineler arasında herhangi bir ara-stok alanının bulunmadığı robotik bir hücre için $A_0A_2A_1A_2A_1A_0$ aktivite sıralamasını ele alalım.

Bu sıralamadaki ilk A_1 aktivitesi ile robot 1. makineden parçayı boşaltır ve 2. makineye yükler. Bu durumda 1. makine boştur. İkinci A_1 aktivitesi için

robotun boş olan 1. makineden parça boşaltması gerekir. Bu durum [2]' de tanımlanan bir aktivite sıralamasının olurlu olma koşullarına aykırıdır.

Aktivite tanımı kullanılarak yukarıda belirtilen olurluluk koşulları aşağıdaki şekilde de belirtilebilir:

- Her iki A_i aktivitesi arasında mutlaka bir A_{i+1} ve bir A_{i-1} olmalıdır [11].

Olurlu robot hareket sıralamalarından çıktığı oranını en büyükleyen sıra optimaldir. Bu en iyi sıranın belirlenmesi robotik hücre çizelgeleme alanındaki temel problemlerdendir. Çalışmaların çoğu optimal çözümü, aynı aktivitelerin sürekli tekrarlandığı döngüsel çizelgeler arasında aramaktadır. Bu tip döngüsel çizelgelerin pratikte çoğunlukla kullanılmasının sebepleri arasında analiz edilme, uygulanma ve kontrol edilmelerinin kolay olması ve çoğu durumda optimal çözümü vermeleri yer alır. Bir döngüde üretilen parça sayısına göre bu döngüler aşağıdaki gibi isimlendirilmektedir.

Tanım 2. n -birim döngü : Robotun her bir aktiviteyi tam n kez yaptığı ve sistemden n tane tamamlanmış parçanın çıktığı olurlu döngülere n -birim döngü denir.

Bu tanımın sonucu olarak bir n -birim döngüsünde sistemdeki her makine tam olarak n defa yüklenip, n defa boşaltılmaktadır. n değerininin 1 olduğu durumda m makineli bir sistemde tanımlı olan $(m + 1)$ adet aktivitenin (A_0, A_1, \dots, A_m) herhangi bir sıralaması olurlu 1-birim döngüsüdür [11]. Dolayısıyla, m makineli bir sistemde $m!$ tane 1-birim döngüsü bulunmaktadır.

n -birim döngülerin tekrar edilmesi hücrenin kararlı denge durumuna ulaşmasını sağlar. Yani, sistem başlangıç konumunun etkisini zamanla kaybeder. Böylelikle, robotun makineler önündeki olası bekleme zamanları tekrar eden döngüler arasında farklılık göstermez.

Çalışmaların çoğunda yapılan bir varsayım robot hareket sıralamasının aktif olduğudur [11].

Tanım 3. Aktif Çizelge : Robotun bir sonraki aktivitesine mümkün olan en kısa sürede başladığı çizelgelerdir.

Robotun 2 tip bekleme durumu vardır. Bunlardan ilki; bir parçayı makineye yükledikten sonra parçanın işlemi bitene kadar makinenin önünde bekleme durumudur. Buna tam bekleme denir. Diğer olası bekleme ise bir makineyi yükledikten sonra önünde beklemeyip diğer bazı aktiviteleri yaptıktan sonra boşaltmak için tekrar makinenin önüne geldiğinde parçanın işleminin tamamlanması için beklemesidir. Bu duruma ise kısmi bekleme denilmektedir. Kısmi bekleme 0 da olabilir.

Aktif çizelgeler dikkate alındığında, her bir robot hareketinin başlama zamanı, başlangıç durumu ve aktivite sıralaması ile kesin olarak belirlenir. Robotun tek olası bekleme zamanı, robotun makineden parça boşaltmaya geldiğinde ilgili parçanın makinedeki işlemi bitmemişse gerçekleşir. Aktif robot aktivite sıralamasının 1-birim döngü sınıfı içerisinde optimal olduğu gösterilmiştir [11].

2.1 Problem Tipleri

Robotik hücre çizelgeleme problemleri aşağıdaki faktörlere göre değişiklik göstermektedir.

- Parçaların işlem sonrası makinede bekleme (kalma) süreleri
- Makineler arası robot hareket zamanları
- Robotik hücrenin tesis içerisindeki yerleşimi
- Makineler arası ara stok alanı
- Sistemdeki robot sayısı ve özellikleri
- Sistemdeki makine sayısı
- Üretilecek parça tipi
- Robotun makineleri yükleme ve boşaltma zamanları
- Parçaların makinelerdeki işlem zamanları

Bu problemler aşağıda detaylı bir şekilde incelenmiştir.

- **İşlem sonrası makinede kalma süreleri**

Bu açıdan robotik hücreler 3 kısımda incelenebilir.

1. Serbest (free pick-up) hücreler: İşlemi tamamlanan parçanın makinede kalma süresi ile ilgili herhangi bir kısıtlama yoktur. Bu tip hücreler bloke olma kısıtının bulunduğu akış tipi üretim sistemine benzer. Bir makinede işlemi tamamlanan bir iş, bir sonraki makinesine eğer o makinede işlenmekte olan bir parça olduğu için aktarılamıyorsa bu durumda bir önceki makine bloke olur. Genellikle yarı iletken (semiconductor) üretiminde ve metal kesme endüstrisinde görülen hücre tipleridir.

2. Beklemesiz (no-wait) hücreler: Parçanın ilgili makinedeki işlemi bittikten hemen sonra bir sonraki makineye aktarılmasının gerekli olduğu hücrelerdir. Bu tip hücreler ise kimya endüstrisinde oldukça yaygındır. Malzemelerin kesin ve belirli bir sıcaklıkta daha önceden belirlenen süre kadar kaldığı ve işlemi tamamlandıktan hemen sonra makineden boşaltılmasının gerekli olduğu hücreler, bu tip hücrelere örnek verilebilir.

3. Zaman pencereci (time window) hücreler: Bu sınıfa giren hücreler (1) ve (2)' nolu hücrelerin daha genel halini ifade eder. Bir parçanın bir makinede kalma süresi belli bir alt ve üst limit ile belirlenir. Üst limit ∞ ise serbest hücre, alt limit=üst limit=0 ise beklemesiz hücrelere eşdeğerdir. Elektronik devre kartlarının elektro kaplama üretimlerinde görülür.

- **Makineler arası robot hareket zamanları**

Makineler arası transfer zamanları açısından incelendiğinde ise bir robotik hücre 3 ana başlıkta incelenebilir.

1. Toplanabilir hareket zamanı: Herhangi iki ardışık makine arasındaki süre aynıdır ve δ ile gösterilir. Ardışık olmayan makineler arasındaki süre iki makine arasındaki tüm ara transfer zamanlarının toplamına eşittir [1]. Yani, i ve j makineleri arasındaki robot hareket zamanı $|i-j|\delta$ olarak bulunur.

2. Sabit hareket zamanı: Herhangi 2 makine arasındaki robot hareket süresi sabittir. Bu varsayımın geçerli olduğu hücrelerde, robot makineler arasında yavaşlama ve hızlanma özelliği sayesinde herhangi 2 makine arasında sabit sayılabilecek bir süre içerisinde alabilir [6].

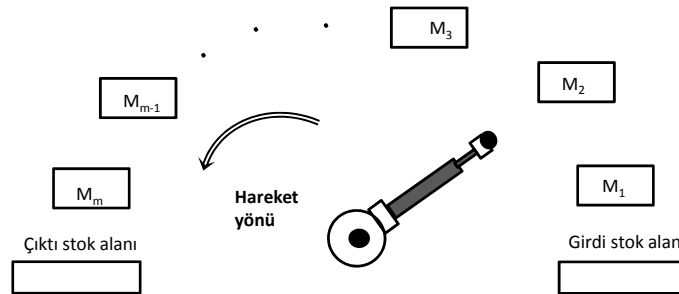
3.Öklid hareket zamanı: i makinesinden j makinesine robot hareket zamanı $\delta_{i,j}$ 'dir ve her makine çifti için farklıdır. Fakat, herhangi 3 makine arasında üçgen eşitsizliği sağlanır: $\delta_{i,j} + \delta_{j,k} \geq \delta_{i,k}, \forall i, j, k$.

Eğer herhangi 2 makine arasındaki süre her 2 yönde de (i 'den j 'ye ya da j 'den i 'ye) eşitse bu tip hücreler simetrik öklid transfer zamanlı hücreler olarak adlandırılır.

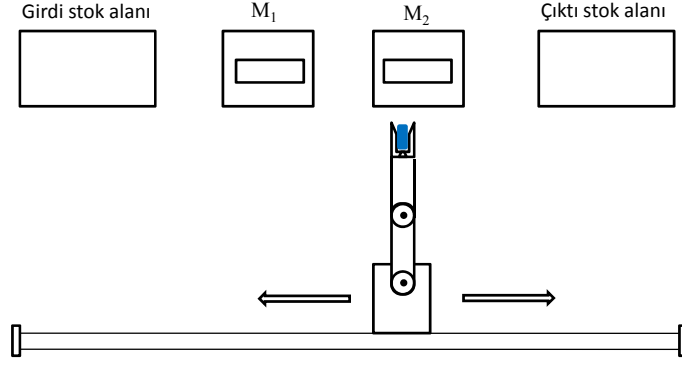
- **Hücre yerleşimi**

Çalışmalarda ele alınan robotik hücreleri farklılaştıran diğer bir unsur ise hücrelerin tesis içerisindeki yerleşim şekilleridir. Hücrelerin yapısının hücrenin etkinliğini artırmada önemli bir unsur olduğu belirtilmiştir [5]. Bu özellik açısından değerlendirildiğinde robotik hücreler aşağıdaki şekilde üç kısımda incelenir.

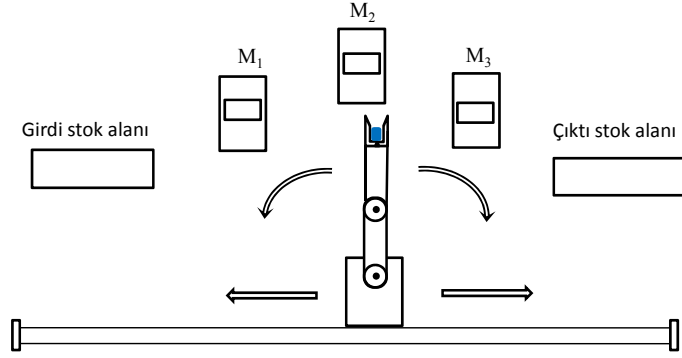
- **Robot merkezli hücreler (Robot centered cells):** Robot hareketinin rotasyonel olduğu hücrelerdir. Makinelerin robotun etrafında dizildiği ve robotun eksen çevresinde dönerek hareket ettiği hücrelerdir. Şekil 2.1'de örnek bir yerleşim görülmektedir.
- **Doğrusal robotik hücreler (Inline robotic cells):** Robotun doğrusal raylar üzerinde hareket ettiği hücrelerdir. Şekil 2.2'de örnek bir yerleşim görülmektedir.
- **Mobil robotik hücreler (Mobile Robotic Cells):** Robot hareketinin hem rotasyonel hem de doğrusal olduğu hücrelerdir. Şekil 2.3'de örnek bir yerleşim görülmektedir.



Şekil 2.1: Robot merkezli bir hücre



Şekil 2.2: Doğrusal robotik bir hücre



Şekil 2.3: Mobil robotik bir hücre

- **Ara Stok Alanı**

Robotik hücreleri sınıflandırmada kullanılacak bir başka karakteristik ise makineler arasında bulunabilecek olan ara stok alanlarının kapasitesidir. Bu açıdan literatürdeki çoğu problem herhangi bir ara stok alanının bulunmadığı durumu ele alır. Çünkü, stok alanı ile ilgili yapılacak olan her varsayım çizelgeleme problemini alternatif aktivite sıralama sayısını artıracak için daha karmaşık hale getirir [4]. Ara stok alanları işlem zamanlarının 0 olduğu ve parçaların limitsiz bir süre üzerlerinde bekleyebilecekleri yapay makineler olarak düşünülebilir. Her ara stok alanı ayrı bir makine gibi ele alınmalıdır. Hurink ve Knust [18] makineler önünde stok alanının bulunduğu problemlerin karmaşıklığı analiz edilmiştir. Literatürde ara stok alanının bulunduğu az sayıda çalışma bulunmaktadır.

- **Robot sayısı ve özellikleri**

Literatürdeki çoğu çalışmada hücre içerisinde kullanılan robot sayısı 1 olmasına rağmen bazı çalışmalar birden fazla robotun bulunduğu hücreleri ele almışlardır [15]. Çoğu üretim sisteminde tek bir robot tercih edilmesinin sebepleri arasında üretim hattındaki alan limitlerini aşmamak, ortalama maliyeti azaltmak ve karar süresini basitleştirmek gibi etmenler örnek verilebilir. Robot sayısı ile ilgili yeni bir yaklaşım ise robot sayısının bir karar değişkeni olarak değerlendirilmesidir [31]. Hücrelerde kullanılan robotlar sahip oldukları özellikler açısından birbirinden farklılık gösterirler. Tek tutuculu robotta bir anda en fazla 1 parça bulunabilirken, çift tutuculu robotta aynı anda 2 parçanın taşınması mümkündür. Bu durum çift tutuculu bir robotta değerlendirilmesi gereken döngü sayısını da artırır. Çift tutuculu robotların kullanıldığı durumda olurlu döngü sayısının değişik hücre tipleri için bulunduğu ve performans değerlendirilmesinin yapıldığı çalışmalar bulunmaktadır [30].

Teknolojinin gelişmesi ile robotların sahip oldukları özellikler de değişmektedir. Klasik bir robotik hücrede robot dolu olan bir makineye yükleme yapamaz [2]. Öncelikle o makinedeki parçayı boşaltması, bu parçayı bir sonraki makineye aktarması ve daha sonra geri dönerek bu makineye yeni parçayı yüklemesi gerekir. Fakat Founmani ve Jenab [16] çalışmasında, dolu olan makinenin boşaltılıp aynı anda yeni bir parçanın makineye yüklenmesinin imkanı olduğu bir robotik hücrenin analizini yapmışlardır. Yeni tanımlanan bu özellik **swap** olarak adlandırılmıştır. Çift tutuculu robota benzer şekilde bu durum için de olası döngü sayısı artmıştır.

- **Makine sayısı**

Bir robotik hücrede en az 2 makine olduğu ve genel haliyle de m makine bulunduğu varsayılmaktadır. Robotik hücrelerde çizelgeleme problemi tek tip parçanın üretildiği durumda bile klasik akış tipi çizelgeleme probleminden karmaşıktır. Dolayısıyla bulunan çoğu analitik sonuçlar makine sayısının küçük (2 ya da 3) olduğu durumlar için elde edilmiştir. Makine sayısının fazla olduğu durumda ise çoğu problem NP-zordur. Özellikle bazı üretim sistemlerinde makinelerin kapladığı fiziksel alan çok büyük olduğu için, pratikte bu sistemlerde kullanılan makine sayısı azdır. Bu

tip sistemlere CNC tezgahların kullanıldığı metal kesme endüstrisi örnek olarak gösterilebilir.

- **Parça tipi**

Literatürde analiz edilen problemlerde parça tipi de farklılık gösterir. Aynı tip parçanın üretildiği hücrelerde asıl problem, uzun dönemde çıktı oranının en büyüklenmesi için optimal robot hareket sıralamasının bulunmasıdır. Farklı tip parça üretiminin olduğu durum, aynı tip parçanın üretildiği duruma göre daha karmaşıktır. Burada robot hareket çevriminin belirlenmesine ek olarak yayılma zamanını en küçükleyecek parça sıralamasının belirlenmesi problemi de ortaya çıkar. Bu nedenle tek tip parça üretiminin yapıldığı durum için elde edilen analitik sonuçların bir çoğu bu problemlerde geçerli değildir.

Endüstriyel robotların özelliklerinden dolayı parça sıralamasında belirli bir çevrimsel süreç takip edilmelidir. Her bir parçanın belirli bir dönem için talepleri D_j ile verildiğinde minimum parça kümesi adı verilen MPS (minimal part set) belirli sayıda tekrar edilir. İlgili MPS’de hangi parçadan ne kadar üretileceğine karar vermek için talep değerlerinin en büyük ortak böleni (EBOB) bulunur. Her talep değeri bulunan EBOB değerine bölüldüğünde ilgili MPS’de her bir parçadan kaç adet bulunması gerektiği belirlenir. Örneğin, 4 tip parçanın (A, B, C, D) üretildiği bir hücrede, bu parçalara ilişkin talep değerleri 50, 150, 200 ve 100 olarak verilsin. Taleplerin EBOB değeri 50 olduğu için en küçük parça kümesinde 1 tane A, 3 tane B, 4 tane C ve 2 tane D bulunur. Bu minimum parça seti için belirlenen sıralama 50 kez tekrar edildiğinde tüm parçaların istenilen talepleri karşılanmış olur. Belirlenen bu alt küme için sıralama problemini ele almak incelenmesi gereken durum sayısını da azaltır. Parçalar için talep değerleri doğrudan kullanılsaydı yayılma zamanını en küçükleyecek parça sıralamasını bulmak için değerlendirilmesi gereken $\frac{500!}{(50! \cdot 150! \cdot 200! \cdot 100!)}$ farklı durum söz konusudur. Fakat MPS için sıralama probleminin ele alınması sayıyı $\frac{10!}{(3! \cdot 4! \cdot 2!)}$ ’e indirir. MPS mantığı JIT felsefesine uygundur ve ara stokların azaltılmasına katkı sağlar fakat yayılma zamanı açısından mutlak optimum değil, alt optimumu verebilir.

- **Yükleme ve boşaltma zamanları**

Yapılan çoğu çalışmada makinelerin yüklenmesi ve boşaltılması için gerekli robot zamanının makineden ve parçadan bağımsız (sabit) olarak alınabileceği varsayılmıştır. Bazı araştırmacılar ise makine bağımlı ve/veya parça bağımlı yükleme/boşaltma zamanları tanımlamışlardır. Yüklem/boşaltma zamanlarının parçaya bağlı olmadığı akış tipi sistemlerde farklı döngülerin çevrim zamanlarını birbirleri ile kıyaslamada farklı yüklem/boşaltma zamanlarının önemli olmadığı gösterilmiştir [17]. Çünkü, robot hareket sıralaması ne olursa olsun parça girdi alanından alınıp sırasıyla makinelerde işlendikten sonra çıktı alanına bırakılacaktır.

- **İşlem zamanları**

Bu alandaki çoğu çalışmada makinelerdeki işlem zamanları sabit birer parametredir. Fakat, üretimde CNC makinelerin kullanılması ile operasyon ve makine esnekliği olarak adlandırılan 2 temel kavram daha ortaya çıkar. Operasyon esnekliği, bir parçayı meydana getiren operasyonların sırasının değişebildiği durumu ifade eder. Makine esnekliği ise makinelerin değişik işlemleri yapabilme yeteneğidir. Bu özellikler sayesinde, işlem zamanlarını sabit parametre olarak düşünmek yerine bir karar değişkeni olarak ele almak mümkündür ve bu sayede sistemin performansı daha da artırılabilir. Bu konu ile ilgili yapılan çalışmalarda ([7] ve [36]) makinelerdeki işlem zamanları, o makineye atanan operasyonlara göre değişiklik gösterir. Ayrıca Gültekin vd [46] çalışmasında makinelerin çalışma hızlarının değiştirilerek işlem zamanlarını kontrol edilebildiği durumu ele almışlardır. Fakat, bu durum üretim maliyetlerini de etkilediği için iki kriterli bir optimizasyon problemi ortaya çıkmaktadır.

- **Amaç fonksiyonları**

Robotik hücre literatüründe çoğunlukla kullanılan iki tip amaç fonksiyonu bulunmaktadır. İlki, birim çevrim zamanının en küçüklümesidir. Çevrim zamanı, kararlı denge durumunda bir parçayı üretmek için gerekli olan süredir. Bu süre içerisinde her aktivite eşit sayıda yapılır ve

sistemin başlangıç durumu ile son durumu aynıdır. Bu performans ölçütü bir başka deyişle elde edilecek çıktı oranının maksimum yapılması şeklinde ifade edilebilir. ikinci tür amaç fonksiyonu ise sistemden çıkan en son parçanın tamamlanma zamanını belirten yayılma zamanının en küçüklenmesidir. Literatürde çevrim zamanını ve yayılma zamanının en küçüklenmesi amaç fonksiyonları dışında başka amaç fonksiyonları için de analiz yapılmıştır. Örneğin, Song vd. [41] ve Jeng vd. [42] parçaların tamamlanma zamanlarının toplamını en küçükmeye çalışmışlardır. Levner ve Vlach [43] ise maksimum gecikmeye verilecek olan ceza maliyetinin minimum yapılmasını incelemişlerdir. Gültekin vd ise, üretim maliyetleri ve çevrim zamanı en küçüklemesini bir arada ele alır.

- **Daha önceki çalışmalardan elde edilen sonuçlar**

Literatürdeki çalışmalarda elde edilen sonuçlar sistematik ve takibinin kolay olması için aşağıdaki başlıklar altında incelenecektir.

- **Tek tip parça üretimi**

Robotik hücre çizelgeleme alanındaki ilk sistematik çalışma Sethi vd. [1] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmanın tek tip parça üretimini inceleyen kısmında 2 ve 3 makine durumu incelenmiştir. Analizi yapılan problemde, makineler arası transfer zamanının toplanabildiği ve yükleme/boşaltma zamanların eşit olduğu varsayılmıştır. Parçalar, akış atölyesi prensibine göre işlem görmekte ve tek tutuculu bir robot kullanılmaktadır. Tek tip parça üretimi söz konusu olduğu için tek problem, parça başına çevrim zamanını en küçükleyecek robot hareket sıralamasının elde edilmesidir. 2 makine için optimal çözümün 1-birim döngüler arasında bulunduğuunun ispatı çalışmanın önemli bir sonucudur. 2 makineli bir robotik hücrede olurluluk koşullarına uyan ve S_1^2 (S_2^2) diye adlandırılan 2 tane 1-birim döngü bulunmaktadır. S_i^m , m makineli bir sistemdeki i .nci 1-birim döngüyü gösterir. Bulunan bu 2 döngünün optimal olduğu bölgeler belirlenmiştir. Daha sonra makine sayısının 3 olduğu durumda tek tip parça üretimi için analiz genişletilmiştir. Ancak bu kısımda en iyi robot hareket sıralamasının belirlenmesinde kolaylık açısından sadece 1-birim döngüler dikkate alınmıştır. 3 makine için 6 tane 1-birim döngü bulunmuştur. Bu döngülerinin çevrim zamanlarının kendi içerisinde kıyaslanması ile domine olmayan 4 döngü kalmaktadır. Kalan bu döngülerin her birinin

optimal olduğu bölge koşulları karar ağacı şeklinde sunulmuştur.

Bu çalışmadan sonra Crama ve Van de Klundert [9], en iyi 1-birim döngüsünü polinom zamanda bulan bir dinamik programlama algoritması geliştirmiştir. Bu algoritmanın çalışma zamanı $O(m^3)$ 'tür. Hall vd. [21] ise 3 makine için 1-birim döngülerin daha karmaşık döngülerden daha iyi olduğunu ispat etmişlerdir. Crama ve Van de Klundert [8], 3 makine için elde edilen ispat, daha basit bir yaklaşımla ele almışlardır. Bu çalışmada daha az sayıda durum analizi ile aynı ispat daha az yorucu bir yaklaşımla gösterilmiştir. Bu sonuçtan sonra daha fazla sayıda makine için ($m \geq 4$) 1-birim döngülerin optimal olup olmadıklarının belirlenmesi sorusu ortaya çıkar. Brauner ve Finke [22], 1-birim döngülerin tek tip parça üretimi olsa bile $m \geq 4$ için artık optimalite garanti etmediklerini gösteren örnekler vermişlerdir.

- **Farklı tip parça üretimi**

Daha önce de belirtildiği gibi farklı tip parçaların üretildiği robotik hücrelerde hem robot hareket döngüsü hem de parça sıralaması bulunmaya çalışılır. İlk sistematik çalışma olarak değerlendirilen [1]'de 2 makineli bir robotik hücrede farklı tip parça üretimi de ele alınmıştır. Robot hareket çevrimi (S_1^2 ya da S_2^2) ve her bir parça için talep değerleri verildiğinde, MPS'deki optimal parça sıralamasının belirlenmesinde polinom zamanlı bir algoritma sunulmuştur. Amaç fonksiyonunun yayılma zamanının en küçüklenmesi olduğu problem ise Kise vd. [23] tarafından incelenmiştir. Bu çalışmada ilgili problem için literatürde bilinen Gilmore-Gomory algoritmasına dayanan ve çalışma zamanı $O(n^3)$ olan bir algoritma önerilmiştir. Aynı problem için eğer makineler arası robot transfer zamanı iş bağımlı ise asimetrik gezgin satıcı problemine benzer ve NP-zordur [24]. 2 makine ve farklı tip parça için yapılan bir başka çalışmada ise üç farklı yerleşim için optimal sıralama belirlenmiştir [25]. Bu problem de parçaların makinelerdeki işlemi tamamlandıktan hemen sonra bir sonraki makineye aktarılmasının gerekli olduğu (no-wait) akış tipi üretim ele alınır. Problem için Gilmore-Gomory algoritmasına dayanan bir algoritma geliştirilmiştir.

Hall vd. [21] ise robot hareket çevrimi ile parça sıralaması problemini eş zamanlı çözen bir yaklaşımı geliştirmişlerdir. Bu çalışmadaki problem

tipinin [1]'de alınan problemde farkı robotik hücrenin robot merkezli değil, robotların hem rotasyonel hem de doğrusal hareket yapabildiği MRC (mobile robotic cell) olmasıdır. Optimal robot döngüsünü ve parça sıralamasını eş zamanlı bulan $O(n^4)$ karmaşıklığında bir algoritma önermişlerdir. Çalışmada ayrıca 3 makineli bir robotik hücrede verilen bir döngü için (1-birim) optimal parça sıralamasının belirlenmesi problemi incelenir. 6 tane olası 1-birim döngüden 4 tanesi için parça sıralaması polinom zamanda çözülebilen bir problemdir. Kalan 2 tane döngü için ise parça sıralama problemi NP-zordur. Bu 2 döngünün hangi koşullarda 4 döngü tarafından domine edildiği de belirtilmiştir. Aynı problem Aneja ve Kamoun [26] tarafından da ele alınmıştır. Bu çalışmada daha önce bulunan algoritmanın çalışma zamanı iyileştirilerek $O(n \log n)$ olan bir algoritma önerilmiştir.

Farklı tip parça üretiminde makine sayısı arttıkça problem karmaşıklığı da artar. Bu nedenle Sriskandarajah vd. [27], m makineli bir robotik hücrede olası tüm 1-birim döngüler için parça sıralaması problemini belirli sınıflara ayırmışlardır. Bu sınıflandırmanın sonucunda olası $m!$ tane 1-birim döngü için parça sıralaması probleminin, $(2m - 2)$ tanesinin polinom zamanlı çözülebildiği ve geriye kalan problemlerin NP-zor oldukları belirtilmiştir. Ayrıca NP-zor olan bu problemlerin TSP olarak ifade edilip edilemediklerine göre sınıflandırma yapılmıştır. Az sayıda 1-birim döngü için parça sıralaması polinom zamanda çözülebildiği için Kamoun vd. [28] sezgisel yöntemler önermişlerdir. Bu çalışmada sezgiseller 3 makine için parça sıralaması probleminin NP-zor olduğu döngüler için (S_2^3 ve S_6^3) geliştirilmiştir. Sezgisellerde hiyerarşik bir yapı izlenmiştir. Öncelikle tüm işlerin 1.makinedeki işlem zamanları sıfır kabul edilmiş ve problem 2 makineli beklemesiz bir akış atölyesi olarak belirtilmiştir. Bu problem tipi, TSP'nin özel bir halini optimal çözen Gilmore-Gomory algoritması ile çözülmüştür. Benzer varsayım, diğer 2 makine için de yapılmıştır ve tüm alt problemlerde en küçük yayılma zamanını veren sıralama tercih edilmiştir. Ayrıca, $m \geq 4$ durumu için sezgiselin nasıl geliştirilebileceği belirtilmiştir. Robot sayısının 2'den fazla olduğu durumda makinelerin belirli kısımlara ayrılması ve bu kısımlar arasındaki ilişkinin ara stok alanı ile sağlanmasını esas alan bir hücre tasarım probleminden de bahsedilmiştir.

Çok tip parça üretiminin olduğu durumda robot hareket döngüsü bilinse bile robot hareket sıralaması küçük makine sayıları için bile NP-zordur. Bu nedenle son zamanlarda bu problemler için etkin sezgiseller geliştirilmeye çalışılmıştır. Geliştirilen sezgisellerde genellikle problem, TSP'nin özel hallerine benzer şekilde ifade edilmeye çalışılmıştır. Sezgisellerde kullanılan bu yaklaşımdan farklı olarak optimizasyon tabanlı bir sezgisel de Carlier vd. [39] tarafından ele alınmıştır. Bu çalışmada optimizasyon tabanlı ve 2 aşamalı bir sezgisel yöntem önerilmiştir. Çözümün ilk aşaması bloke olma ve makineler arası taşıma zamanının olduğu akış atölyesi çizelgeleme problemine çözüm arar. Yayılma zamanını minimize edecek bir parça sıralaması bulunmaya çalışılmıştır. İkinci aşamasında ise; öncelik, ara/gecikme süresi (time lag) ve ayar zamanı kısıtlarının olduğu tek makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Bu aşamada ilk aşamadan gelen parça sıralaması dikkate alınmıştır. Her iki aşama için dal-sınır algoritması önerilmiştir. İlk alt problem robotik hücre çizelgeleme için gevşetilmiş bir model olduğu için elde edilen yayılma zamanı genel problem için geçerli bir alt sınır oluşturmuştur. Ayrıca, önerilen bu yöntemin performansını karşılaştırmak için içerisinde mutasyon operatörü, yerel arama mekanizması da bulunan bir genetik algoritma önerilmiştir. Çoğu durumda önerilen optimizasyon tabanlı sezgiselin performansının genetik algoritmaya göre çok iyi olduğu deneysel çalışmalar ile gösterilmiştir. Fakat önerilen yöntemde her bir aşamada optimizasyon modeli çözdüğü için sürenin uzadığı ve genetik algoritmanın bu süreye göre çok daha kısa sürede iyi sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

2.2 Esnekliğin Getirdiği Avantajlar

Teknolojik gelişmelerin artmasıyla beraber üretimde daha esnek CNC makineleri kullanılmaya başlanmıştır. Bu durumda, çıktı oranını maksimum yapacak en iyi robot hareket sıralamasını belirlemede esnekliğin getirdiği avantajı kullanmak gerekmektedir. Bu konuyu ele alan Aktürk vd [7], literatürde çoğunlukla yapılan işlem sürelerinin deterministik olduğu varsayımının yerine, operasyon sürelerinin bir karar değişkeni olarak değerlendirilmesini ele almışlardır. CNC makinelerin esnek olması sebebiyle

hem operasyonel hem de makine esnekliği bulunmaktadır. Makine esnekliği makinelerde farklı operasyonların yapılabileceği, operasyon esnekliği ise bir parçayı meydana getiren operasyonların sırasının değişebildiği durumları ifade eder. Bu özellikler sayesinde her makinede her operasyonun yapılabildiği varsayılmıştır. İlgili çalışmada incelenen problem, 2 makine durumunu ele alır. Sethi vd. [1] çalışmasında 1-birim döngülerin 2 makine için optimal olduklarını ispatlamışlardır. Fakat, makine ve operasyon esnekliği olan hücrelerde 1-birim döngülerin optimaliteyi garanti etmediği gösterilmiştir. 2-birim döngülerin optimal 1-birim döngüden daha küçük çevrim zamanı verdiği örnekler verilmiştir. Ayrıca, olası optimal döngülerin optimal oldukları parametre değerleri de çalışmada belirlenmiştir.

Üretimde kullanılan makinelerin esnekliği, işlem sürelerinin bir parametre olarak değil bir karar değişkeni gibi değerlendirilmesini sağlar. Dolayısıyla makinelere atanan operasyonların ilgili makinelerdeki sürelerinin belirlenmesi de bir tahsis (allocation) problemini gündeme getirir. 2 makineli çoklu tip parçanın üretildiği bir robotik hücre için var olan 2 probleme (robot hareket sıralaması, parça sıralaması) ek olarak tahsis probleminin de çözülmesi gerekir. Bu problemi, 2 esnek CNC makinenin bulunduğu bir robotik hücrede analizi Batur vd. [36] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada önerilen çözüm yönteminde öncelikle TSP'nin daha genel haline karşılık gelen bir karma tamsayılı modele yer verilmiştir. Oluşturulan model ticari bir çözücü ile (CPLEX) çözdürüldükten sonra işlerin makinelerde işlem sürelerine ve robot hareket sıralamasına ulaşılmaktadır. TSP, NP-zor bir problem olduğundan ele alınan problemin az sayıda makine ortamı için bile optimal çözüme ulaşması fazla zaman almaktadır. Bu nedenle 2 makinenin bulunduğu robotik hücre için 2 aşamalı sezgisel bir yöntem önerilmiştir. Öncelikle parça işlem sürelerinin makinelere tahsis edilme durumunun olmadığı problem için bir algoritma önerilmiştir. İncelenen problem literatürde ortak bir hizmet verenin bulunduğu aynı özellikte paralel makine çizelgeleme problemiyle ilgili olduğu için önerilen sezgiselin performansı iyi bilinen LPT (Longest Processing Time) sezgiseli ile karşılaştırılmıştır.

Bir makinede değişik işlemlerin yapılabilmesi, ayrıca parçalar arası geçişte bir makinede gerekli olan parça bazlı bir ayar zamanının dikkate

alınması durumunu ortaya çıkarır. Bu durumda, bu ayar zamanları toplamının minimum yapılması hücre etkinliği açısından önem kazanmaktadır. Zarandi vd. [35] çoklu parça tipinin üretildiği 2 makineli bir robotik hücreyi ele aldığı çalışmasında ayar zamanlarını analiz etmiştir. Öncelikle 2 makineli bir hücrede klasik robot döngüleri ayar zamanı kısıtı da dikkate alınarak yeniden hesaplanmıştır. Parça sıralaması bilindiğinde bulunan iki döngünün hangi parametre koşulları altında optimal olduğu belirlenmiştir. Toplam çevrim zamanını en küçükmek için karma tamsayılı bir model geliştirilmiştir. NP-zor olan problemin matematiksel modelinin daha büyük problem verileri için de kullanılması amacıyla iki döngü için bulunan karşılaştırma koşulu modele bir kısıt olarak eklenmiştir. Bu sayede orta ve bazı büyük boyutta problemler optimal olarak çözülürken, önerilen model çok büyük problem boyutları için hala etkin değildir. Bu nedenle problem için Tavlama Benzetimi sezgiseli kullanılmıştır. Sezgiselin performansını değerlendirmek için önerilen sezgisel, Gilmore-Gomory algoritmasına dayanan bir alt sınır ile karşılaştırılmıştır. Sezgiselin belirlenen performans faktörleri için iyi sonuç verdiği belirtilmiştir.

Makinelerin farklı tip operasyonları yapabilecek kadar özellikli olduğu esnek üretim sistemlerinde parçaların akış tipi atölye ortamına göre işlenmesi varsayımı mümkün döngü sayısını gereksiz yere sınırlandırır. Gültekin vd. [44] esnek üretim sisteminde kullanılan CNC makineler ile bir parçanın tamamlanması için gerekli tüm operasyonların tek bir makinede yapılabileceği varsayımını kabul etmişlerdir. Böylece parçaların makineler arasında taşınmasına gerek yoktur. Bu özellik sayesinde Gültekin vd. [44] ve Gültekin vd. [45] sade döngü (**pure cycle**) diye adlandırdıkları özel bir döngü kümesini ele almışlardır. Bu çalışmalarda parçaların tanımlanan sade döngü tipine göre işlendiği hücrelerde elde edilecek döngülerin 2 makine ve 3 makine için klasik akış döngülerini domine ettikleri gösterilmiştir. Bu sonuca klasik akış ortamındaki döngüler ile en basit ve pratik sade döngüler kıyaslanarak ulaşılmıştır. Fakat m makineli genel bir hücrede en iyi sade döngünün belirlenmesi problemi bu çalışmalarda incelenmemiştir. Bu nedenle Gültekin vd. [40] bir başka çalışmasında m makineli bir robotik hücre için en iyi döngünün bulunması problemini incelemiştir. Öncelikle olurluluk koşulları tanımlanmış ve m makineli bir hücrede $(2m - 1)!$ farklı sade döngü olduğu gösterilmiştir. Olurlu sade

döngüler içerisinde optimali bulmak için TSP'nin daha genel halini ifade eden karma tamsayı bir model önerilmiştir. Modelde mesafe matrisi olarak belirtilen matris klasik TSP'de olduğu gibi sadece parametreleri değil aynı zamanda robot bekleme zamanını ifade eden karar değişkenlerini de içermektedir. Makine sayısının çok küçük olduğu robotik hücrelerde bile optimal çözüme ulaşmak uzun hesaplamalar ve zaman gerektirdiği için çok sayıda mümkün sade döngü içerisinde çoğu durumda optimal olan 2 döngü ele alınmıştır. Bu döngülerin optimal olmadığı bölgelerde ise en kötü durum analizi yapılmıştır. Çalışmanın en önemli bir diğer sonucu ise literatürde çoğunlukla parametre olarak alınan makine sayısının karar değişkeni olarak değerlendirilmesi ve belirlenen 2 döngü için optimal makine sayısının bulunmasına ilişkin analizlere yer verilmesidir.

Parçaların tüm operasyonlarının tek bir makinede işlenebileceği varsayımı sadece makinelerde yeteri kadar kesici uç haznesi varsa uygundur. Çoğu pratik uygulamada gerekli tüm aletlerin ve ekipmanın tüm makinelerde bulunması mümkün değildir. Böyle bir durum hem maliyet hem de kapasite kısıtları açısından uygun değildir. Bu nedenle makinelerdeki kesici uç haznesi kapasitesinin de dikkate alınarak bazı operasyonların sadece birinci makinede, bazılarının ise sadece ikinci makinede yapılabildiği varsayımı altında problem incelenmiştir [19]. Bu çalışmada ayrıca bazı uçlar her iki makinede de bulunmaktadır. Dolayısıyla esnek işlem adı verilen bu tip işlemler her iki makinede de yapılabilir. Çözüm aranan problem ise esnek işlerin makinelere tahsisi ve çevrim zamanını en küçükleyecek robot hareket sıralamasının bulunmasıdır. Çalışmanın önemli bir sonucu ise aynı tip parçaların üretilmesine rağmen 2 makineli bir hücre için 1-birim döngülerin artık optimali garanti etmediğinin gösterilmesidir. Ayrıca çalışmada problem parametrelerine bağlı olarak optimal döngünün 1-birim veya 2-birim robot hareket döngülerinden bir tanesi olduğu gösterilmiştir.

- **Üretim performansını artırmak için uygulamalar**

Robotik hücrelerin etkinliğini artırmak için üretimde değişik özellikteki robotlar tercih edilmektedir. Çift tutuculu robotların kullanılması bu uygulamalardan biridir. Çift tutuculu robotun en önemli özelliği, bir makineden parça boşalttıktan sonra ilgili makineye parça yüklemesi için

bir önceki makineye gitmesinin gerekmemesidir. Eğer diğer tutucu da bu makineye yüklenecek bir parça varsa zaman kaybetmeden yükleme yapılabilir. Bu özellik çift tutuculu robotta en iyi robot döngüsünün bulunması problemini, olası döngü sayısının artırdığı için daha karmaşık hale getirir. Tek tutuculu robot için gerekli olmayan ve değiştirme zamanı diye adlandırılan süre tanımı çift tutuculu robotun kullanıldığı hücreler için gereklidir. Bu süre robotun yükleme/boşaltma yaptıktan sonra diğer tutucuya geçmesi için gerekli süredir ve θ ile gösterilir. Yeni tanımlanan bu sürenin çalışmalarda genellikle ardışık makineler arasındaki transfer süresinden (δ) ya da herhangi bir makinedeki işlem süresinden (p_i) küçük olduğu varsayılır [29].

Sethi vd. [30] çift tutuculu robotun kullanıldığı, aynı tip parçaların girdi ve çıktı alanı ortak olan bir robotik hücrede üretildiği durumu incelemişlerdir. Bu çalışmada temel amaç, daha maliyetli olan çift tutuculu robotun kullanılması ile çıktı oranı üzerinde elde edilecek artış oranını bulmaktır. Öncelikle makine sayısının 2 olduğu durumda olası 1-birim döngüler bulunmuş ve bu döngülerin çevrim zamanlarını hesaplamak için detaylı bir analiz yapılmıştır. 2 makine için bulunan toplam 52 tane döngünün çevrim zamanları kendi içerisinde kıyaslanarak 13 tane domine olmayan döngü elde edilmiştir. Eğer tutucu değişim zamanı için Geismar vd. [29]'de belirtilen varsayım geçerli ise, 13 döngüden sadece 1 tanesinin optimal olduğu gösterilmiştir. Makine sayısının artması ile olası 1-birim döngü sayısı hızla arttığı için m makineli genel durumda çevrim zamanlarını 2 makinede olduğu gibi açıkça ifade etmek mümkün değildir. Bu nedenle çalışmada m makineli genel durum için çevrim zamanı ile ilgili bir alt sınır belirlenmiştir. Alt sınırlar kullanılarak birim başına çevrim zamanının, tek tutuculu robotlarla elde edilebilecek çevrim zamanını en iyi durumda yarıya indirebileceği gösterilmiştir. Bir başka deyişle, çift tutuculu robotta elde edilecek çıktı oranı tek tutuculu robot durumuna göre en fazla 2 katına çıkmaktadır. Hücre parametreleri ve makine sayısı verildiğinde çift tutuculu robot ile tek tutuculu robot performansını karşılaştırmak için çalışmada ayrıca basit bir sezgisel de sunulmuştur. Bu sezgiselin ilk aşamasında tek tutuculu robot için olası 1-birim döngülerden en küçük çevrim zamanını veren seçilmiştir. Çift tutuculu durum ise 2 alt kısımda incelenmiştir. Eğer makine sayısı 2 ise bu çalışmada

çevrim zamanları açıkça belirtilen 13 tane döngüden en küçük çevrim zamanı seçilmiştir. Makine sayısının 2'den fazla olduğu durumlarda çalışmada verilen alt sınır kullanılmaktadır. Sezgiselin sonucunda ise tek tutuculu ve çift tutuculu robotlar için elde edilen çevrim zamanları için performans oranı elde edilmiştir.

Çift tutuculu robot durumu için farklı tip parça üretiminin olduğu problem de bazı araştırmacılar tarafından incelenmiştir. Sriskandarajah vd. [30]'de tek tip parça ve 2 makine için bulunan tüm 1-birim döngüler için sadece CRM sıralamalarını ele almışlardır. CRM sıralamalarında aynı 1-birim döngüsü n kez tekrar edilir, burada n ; MPS içerisindeki parça sayısıdır. CRM sıralamalarında bulunan çevrim zamanlarının kendi içinde karşılaştırılması ile domine olmayan CRM sıralamaları bulunmuştur. 13 tane bir birim döngüden 6 tanesi için parça sıralaması probleminin zayıf NP-tam olduğu belirtilmiştir. Robot hareket döngüsünün bilindiği durumlar için bile parça sıralaması problemi NP-zor'dur. Bu nedenle, 2 makine için etkin bir sezgisel algoritma önerilmiştir. Algoritmanın performansı rastgele örnekler üzerinde değerlendirilmiştir. Ayrıca çift tutuculu robotun sağlayacağı performans artışının da yüzde 18 ile yüzde 36 arasında değiştiğinin belirtilmesi çalışmanın bir diğer önemli sonucudur.

Faumani ve Jenab [16] ise çift tutuculu robot kullanılsa bile yeni özellikteki bir robotun üretkenlik artışı sağladığını göstermişlerdir. Bu çalışmada robotun swap adı verilen bir özelliğe sahip olduğu üretim hücreleri ele alınmıştır. Bu özellik sayesinde robot bir makineden parça boşalttıktan sonra tutucu eli dolu şekilde bir sonraki makineye gelebilir. Makinede işlem gören parça tamamlandığında robot aynı anda bir önceki makineden boşalttığı parçayı yeni makineye yükler ve o makineden parçayı boşaltır. Bir önceki parçayı boşaltıp yeni parçayı yüklemek için toplamda bir yükleme zamanı olan ϵ kadar süre harcar. Swap özelliğine sahip robotun bulunduğu yeni sistem için aktivite ve olurlu döngü için gerekli tanımlar yapılmıştır. 2 makine ortamında olurlu 1-birim döngülerin çevrim zamanları ifade edilmiştir. Bulunan çevrim zamanları için kendi içerisinde bir karşılaştırma yapılmıştır ve bu döngülerin optimal oldukları bölgeler ifade edilmiştir. Bu çalışmadaki diğer bir farklı yan ise,

parçaların her makineden en az 1 kez geçtiği, bazı makinelerden ise birden fazla kere geçebildiği (reentrant) hücre tiplerini incelemesidir. Yani, parçalar her makineden en az 1 kere geçmelidir. Ayrıca, çift tutuculu robotun kullanıldığı durumda aynı makinenin yükleme ve boşaltma işlemlerinin yapılması toplam $2\epsilon + \theta$ kadar süre gerektirir. Bu süre swap özelliği olan robotun aynı işlemleri yapması için gerekli olan sürenin 2 katından büyük olduğu için çift tutuculu robota göre daha az karmaşık, kontrolü kolay ve avantajlı olduğu belirtilmiştir.

Üretim ortamında darboğaz olan makinelere paralel aynı özellikte makinelerin eklenmesi çıktı oranını artırmak için yapılan uygulamalardan bir başkasıdır. Bu sistemde parçalar her bir üretim aşamasından geçmelidir, yani akış tipi varsayımı hala geçerlidir. Literatürdeki daha önceki çalışmalardan farkı ise her bir üretim aşamasında paralel makinelerin kullanılmış olmasıdır. Böyle bir hücrede robotun her bir makineye parça yükleme zamanı ayar zamanı gibi yorumlanmıştır [33]. Bu çalışmada ele alınan hücre; yayılma zamanı, maksimum gecikme zamanı, parçaların toplam gecikme zamanı, geç kalan iş sayısı gibi değişik amaç fonksiyonları için karmaşıklığı incelenmiştir.

Paralel makinelerin bulunduğu durum için farklı bir çalışma da Geismar vd. [34] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada herhangi 2 makine arasındaki transfer zamanının sabit olduğu hücrelerin analizi yapılmıştır. Burada tek tip parça üretimi ele alındığı için tek problem çıktı oranını maksimum yapacak robot hareket sıralamasının bulunmasıdır. Paralel makine ortamında mümkün döngü sayısı çok olduğu için bloke döngü diye adlandırılan alt bir sınıf incelenmiştir. Bu sınıf içerisinde domine olmayan döngüler ise LCM döngü olarak adlandırılır. Çalışmanın sonuçları aşağıda belirtilen 3 ana kısımda incelenebilir.

- Verilen bir uygulama için paralel makinelerin maliyet etkin olup olmadığının belirlenmesi,
- İstenilen bir çıktı oranını karşılamak için her bir üretim bölümünde bulunması gereken aynı özellikteki makine sayısı,
- İşlem zamanları üzerinde verilen bir koşul için optimal robot döngüsünün ne olduğunun belirlenmesi.

Üretim hücresinin performansını artırmak için yapılan bir diğer uygulama ise çift kollu robotların kullanılmasıdır. Bu robotlar çift tutuculu robottan farklıdır. Çift tutuculu robotta aynı anda ardışık iki makinenin aktivitelerini gerçekleştirmek mümkün değildir. Oysaki, çift kollu robot dolu olan ardışık iki makinedeki işlemin bitmesini bekleyip her iki makineyi de eş zamanlı boşaltabilir. Bu tip robotların kullandığı bir hücre Geismar vd. [47] tarafından ele alınmıştır. Bu çalışmada, yeni tanımlanan sistem için aktiviteler tanımlanmıştır. Öncelikle iki ve üç makineli sistemler için optimal 1-birim döngüsü, tüm olurlu döngülerin çevrim zamanları hesaplanarak bulunmuştur. Makine sayısının iki ve üç olduğu durumlarda çift kollu robotlar tek kollu tek tutuculu robotlar için optimal olan döngüleri domine eder. Genel m makineli sistem için olurlu 1-birim döngü sayısı belirlenmiş ve optimal döngü için bir alt sınır geliştirilmiştir. Çift kollu robot ile sağlanabilecek faydayı belirlemek için bu robotlar hem tek kollu tek tutuculu robotlarla hem de tek kollu çift tutuculu robotlar ile kıyaslanmaktadır. Çift kollu robotların karşılaştırılan diğer sistemlere göre yüksek çıktı oranı sağladığı deneysel çalışmalar ile gösterilmiştir. Ayrıca bu çalışmada iki makineli hücrede farklı tip parça üretimi için çift kollu özel bir döngü sınıfının tek kollu tek tutuculu tüm döngüleri domine ettiği gösterilmiştir.

2.3 Ara Stok Alanı

Robotik hücre çizelgeleme problemleri üzerine yapılan çalışmaların çok büyük bir bölümünde makineler arasında herhangi bir ara stok alanının bulunmadığı varsayılmıştır. Ara stok alanını ele alan çalışma sayısı çok azdır. Blazewitch vd. [38] makineler arasında sınırlı ara stok alanının bulunduğu 2 aşamalı bir esnek üretim sistemini incelemişlerdir. Bu çalışmada literatürden farklı olarak yapılan bir varsayım bazı parçaların ek bir operasyona ihtiyaç duyabilmesidir. Bir diğer farkı ise, parçalar arası ayar zamanlarının dikkate alınmasıdır. Ayrıca klasik robotik hücre çizelgeleme problemlerinde girdi stok alanında her zaman parça bulunmaktadır. Bu problem için ise parçaların hazır olma zamanları dikkate alınmıştır ve yayılma zamanını en küçükleyen bir sezgisel önerilmiştir.

Literatürdeki bazı çalışmalarda ise robotik hücrenin üretkenliğini artırmak için ara stok alanları ile ilgili tasarımlar ele alınmıştır. Bu tasarımlardan biri, her bir makinenin önünde 1-birim kapasiteli bir çıktı stok alanı eklenmiş olduğu hücrelerdir. Böyle bir tasarım ile elde edilecek çıktı oranının, makineler arası hiçbir stok alanı bulunmayan fakat çift tutuculu robotun bulunduğu bir hücrede elde edilen çıktı oranına eşit olduğu gösterilmiştir [12]. Dolayısıyla yeni tanımlanan bu tasarım ile dual gripper durumunda olduğu gibi yüzde 14.4'lük bir üretkenlik artışı elde edilmiştir. Bu sonuçtan yola çıkarak Drobouvhevitch vd. [37] ise bir önceki tasarıma ek olarak her makinenin önüne bir birim kapasiteli bir girdi stok alanı yerleştirmenin çevrim zamanını azaltmada önemli olabileceğini düşünmüşlerdir. Bu çalışmada incelenen sistem m-makinelikli, her makinenin yanında belirli kapasitede bir girdi ve çıktı alanı bulunduğu dairesel şekilde tasarlanmış robotik hücreler ele alınmıştır. İncelenen ilk problem makine transfer zamanlarının toplanabildiği, her makine önünde 1-birim kapasiteli girdi ve çıktı stok alanının bulunduğu durumu ele almıştır. Bu problem için, olurlu döngü koşulları, aktif ve etkin çizelge tanımlamaları ile çevrim zamanlarının hesaplanması yapılmıştır. Çalışmanın ana çıkış noktası, yeni önerilen tasarım ile Drobouchevitch vd.'nin [12] ele aldığı model arasında performans ölçütü (çıkış oranı) açısından bir artış beklenmesidir. Bu nedenle [12]'de ele alınan problem ile yeni önerilen model karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonunda her 2 modelin de eşdeğer olduğu bulunmuştur. Bu sonuç hem teorik hem de pratik açıdan önemlidir. Çünkü, her makine için fazladan bir girdi stok alanının daha sisteme eklenmesi maliyeti artırmasına rağmen çevrim zamanını azaltmada etkili değildir. Makinelerin kendi stok alanlarına olan uzaklığının 2 makine arasındaki uzaklıktan küçük olduğu gözlemi bir varsayım olarak değerlendirildiğinde optimal robot hareket sıralamasının 1-birim döngüler içerisinde olduğu belirlenmiştir.

Klasik robotik hücre probleminde $m \geq 4$ iken 1-birim döngülerin optimize garantisi olmamasına rağmen bu çalışmada daha kompleks bir problem için 1-birim döngülerin optimal olduklarının bulunması teorik açıdan önemlidir. Ayrıca aynı varsayım altında makinelerin girdi stok ve çıktı alanlarının kapasitesinin 1'den fazla olmasının çıktı üzerinde herhangi bir

artışa sebep olmadığını gösterilmesi çalışmanın önemli sonuçlarından biridir. Son olarak elde edilen bu sonuçların değişik transfer zamanları ve doğrusal gibi değişik hücreler için de genellenebileceği belirtilmiştir.

2.4 Robot Sayısı

Çoğu çalışmada robot sayısı bir hücre parametresidir. Bazı çalışmalarda ise robot sayısı bir parametre değil, karar değişkenidir. Kats ve Levner [31] m makineli aynı tip parçanın üretildiği beklemesiz bir robotik hücrede belirli bir çevrim zamanını sağlamak için gerekli olan minimum robot sayısını belirleme problemini ele almışlardır. Bu çalışmada problemi $O(m^5)$ zamanda çözen bir algoritma önerilmiştir.

Kats ve Levner'in bir başka çalışmasında [32] ise yine beklemesiz bir hücrede aynı tip parçaların üretilmesi durumunda en iyi 1-birim döngünün bulunması problemi ele alınmıştır. Problemi hem tek hem de daha fazla robot durumu için incelemişlerdir. Eğer çok robot bulunuyorsa her robotun hizmet verdiği makine kümesinin bilindiği varsayılmıştır. Çalışmada problem için $O(m^3 \log m)$ zamanda çalışan bir algoritma önerilmiştir. Ayrıca, çevrimsel çoklu robot problemi çevrimsel, hiçbir robotun bulunmadığı atölye çizelgeleme probleminin polinom zamanda çözülebilen özel bir durumuna denk geldiği belirtilmiştir.

2.5 Özet

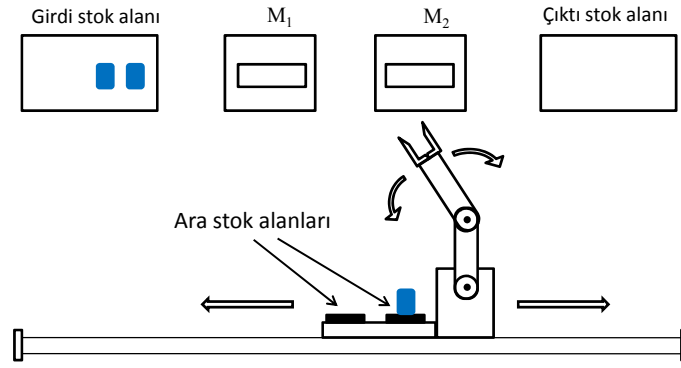
Bu çalışmada ara stok alanının robotla beraber hareket edebildiği bir akış tipi robotik hücre ele alınmaktadır. Bu özellikteki bir robot literatürde daha önce ele alınmamıştır. Ara stoğun robotla beraber hareket etmesi ve bu alanın kapasitesi hücre performansı açısından önemlidir. Bu durum, Drobouchevitch vd. [14]'nin ele aldığı ara stok alanlarının makine önünde bulunduğu durumundan farklıdır. O çalışmada makinenin girdi stok alanından makineye, makineden makinenin çıktı stok alanına parça transferi ayrı bir konveyör tarafından yapılmaktadır. Bu çalışmadaki robotik hücrede bu şekilde bir uygulama yoktur. Ara stok alanı robot üzerinde sabit olmasına rağmen robotla birlikte hareket

edebildiği için m¼mk¼n d¼ng¼ sayısını da artırmaktadır. Ayrıca, robot ¼zerinde bulunan bu alan girdi ya da ¼ıktı stok alanı olarak ¼zelleřtirilmediđi için [14]'de ele alınan duruma g¼re esneklik te sağlamaktadır.

Ara stok alanlı robotun pratikte de uygulaması bulunmaktadır. Bu ¼zellikte bir robot dolu olan bir makineyi boşaltıp, başka bir makineye gitmeden kendi ¼zerindeki stok alanından bir parçayı aynı makineye y¼kleyebilir. Bu durum, ¼ift tutuculu robot durumuna benzemesine rağmen ¼ift tutuculu robota g¼re daha esnektir. Bir başka deyişle, ¼ift tutuculu robot için olurlu olmayıp ara stok alanlı robot için olurlu olan ¼izelgeler mevcuttur.

3. PROBLEM TANIMI

Çalışmada ele alınan 2 makineli bir robotik hücre Şekil 3.1’de görülmektedir. Bu robotik hücre ile ilgili özellikler ve varsayımlar aşağıdaki gibi belirtilebilir.



Şekil 3.1: Kendi üzerinde ara stok alanı bulunan 2 makineli bir robotik hücre

1. Parçalar akış tipi üretim sistemine göre işlenmektedir. Yani, her parça girdi stok alanından alınır, sırasıyla tüm makinelerde işlendikten sonra çıktı stok alanına bırakılır.
2. Tek tip parça üretimi yapılır.
3. Makineler ve robot zaman içerisinde bozulmaz.
4. Makinelerdeki işlem zamanları tek tip parça üretimi olduğu için işe bağımlı değildir. i makinesindeki işlem zamanı p_i ile gösterilsin.
5. Makineler arasında herhangi bir ara stok alanı bulunmaz.
6. Girdi stok ve çıktı stok alanında herhangi bir kapasite sınırlandırması yoktur.

7. Robotla beraber hareket eden belirli kapasitede bir stok alanı bulunmaktadır. Bu stok alanına hem girdi stok alanından alınan parça, hem de herhangi bir makineden boşaltılan bir parça yerleştirilebilir. Yani, bu ara stok alanı girdi ya da çıktı stok alanı olarak özelleştirilmemiştir.
8. Ardışık 2 makine arasındaki transfer zamanı δ kadardır. Herhangi i ve j makineleri arasındaki transfer zamanı $|i - j|\delta$ 'dir. Yani, toplanabilir robot hareket zamanları dikkate alınır.
9. Tüm makinelerden parça boşaltma/yükleme zamanı ϵ kadardır. Bu süre makine bağımlı değildir.
10. İşlemi biten parça makineden boşaltılıncaya kadar makine üzerinde bekleyebilir. Bu durumda makineye başka bir parça yüklenemez. Ayrıca, girdi stok alanından bir parçanın alınması ya da çıktı stok alanına bir parçanın bırakılması süreleri de ϵ kadardır.

Bu çalışmada literatürde klasik hücreler için kullanılan aktivite tanımı (A_i) geçerli olmadığından yeni bir aktivite tanımı yapılması gerekmektedir.

Tanım 4. *Robotun kendi ara stok alanını yüklemesi/boşaltması veya bulunduğu konumdan hareket ederek ilgili makineyi yüklemesi/boşaltmasını içeren robot hareketlerine aktivite denir.*

Bu tanımın doğrudan bir sonucu olarak çalışmada kullanılacak olan aktiviteler aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

U_i : Robotun bulunduğu konumdan M_i 'e hareket edip o makineyi boşaltması, $i = 0, 1 \dots, m$.

L_i : Robotun bulunduğu konumdan M_i 'e hareket edip o makineyi yüklemesi, $i = 1, 2 \dots, m + 1$.

L_b : Robotun kendi ara stok alanına bir parça yüklemesi.

U_b : Robotun kendi ara stok alanından bir parçayı boşaltması.

Bu çalışmada da literatürdeki çoğu çalışmada olduğu gibi döngüsel çizelgeler dikkate alınmıştır. Literatürde daha önceden ele alınmayan bu tip robotik hücrenin olurlu döngü sayısının belirlenmesi için öncelikle olurluluk koşulları belirlenmiştir. Crama ve Van de Klundert tarafından klasik bir robotik hücre

için tanımlanan koşullar bu sistem için de geçerlidir. Fakat, bu koşullar yeterli değildir ve aşağıdaki ek koşullar tanımlanmalıdır.

Özellik 1. *Herhangi bir olurlu döngü aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.*

1. *Robotun tutucu eli doluyken bir makineyi boşaltamaz.* Örneğin, U_0U_1 aktiviteleri birbirlerini takip edemez. Çünkü, girdi stok alanından yeni bir parça alındığında (U_0) robot tutucu eli dolu olduğu için, bu parça tutucudan boşaltılmadan 1. makinenin boşaltılması yapılamaz. Bu nedenle, bir makine boşaltıldıktan (U_i) sonraki aktivite ya bir sonraki makinenin yüklenmesi (L_{i+1}) ya da robotun kendi ara stok alanının yüklenmesi olabilir (L_b).
2. *Robot tutucu eli boş iken herhangi bir makineyi dolduramaz.* Bu koşulun doğrudan bir sonucu olarak, bir makine yüklendikten sonra (L_i) robot yalnızca dolu olan herhangi bir makineyi boşaltabilir (U_j) veya ara stok alanından bir parça alabilir (U_b).
3. *Robot üzerinde bulunan ara stok alanı kapasitesi aşılamaz.* Bu koşul bir döngüde yer alan L_b ve U_b aktiviteleri sıralamalarını sınırlandırır. Dolu olan bir stok alanına yeni bir parça eklenemez.
4. *Robotun ara stok alanı boşsa, bu alandan parça boşaltılamaz.*
5. *Bir döngüdeki L_b ve U_b aktiviteleri sayısı birbirine eşit olmalıdır.* Bu koşul döngünün başlangıç ve son durumunun aynı olması için gereklidir.

Verilen makine sayısı ve ara stok alanı kapasitesi için tüm olurlu n -birim döngüler bilgisayar programı aracılığıyla bulunabilir. Örneğin, 2 makineli bir robotik hücrede, $U_0L_bU_1L_2U_bL_1U_2L_3$ aktivite sıralaması yukarıdaki tüm koşulları sağlayan olurlu bir 1-birim döngüsüdür. Bu döngünün başlangıç durumunda robot girdi stok alanında bulunmaktadır. Girdi stok alanından bir parça alır (U_0), bu parçayı robot kendi üzerindeki ara stok alanına yükler (L_b), M_1 'e hareket eder ve bu makineyi boşaltır (U_1), tutucu elde bulunan parçayla 2. makineye ilerler ve bu makineyi yükler (L_2). M_1 'e geri döner ve ara stok alanından bir parça alır (U_b) ve M_1 'e yükler (L_1). Daha önce yüklediği 2. makineye gelir ve bu makineyi boşaltır (U_2), bu parçayı çıktı stok alanına bırakır (L_3). Robotun başladığı konuma (girdi stok alanına) geri dönmesi ile döngü tamamlanmış

olur. Dikkat edileceği gibi, bu döngü sonunda her makine bir defa yüklenmiş ve boşaltılmış, sisteme bir parça girmiş ve bir parça çıkmıştır. Dolayısıyla, bu 1-birim döngüsüdür. Ayrıca, bu döngüde başlangıçta robot ara stok alanı boştur. Bir parça önce bu alana yerleştirilmiş sonra da bu alandan alınmıştır. Sonuç olarak tek birimlik kapasite bu döngü için yeterlidir.

Robot ara stok alanı kapasitesi B olarak tanımlanırsa, sistemin durumu hücredeki makine sayısına bağlı olmaksızın $B + 1$ 'lik bir vektör ile ifade edilebilir. Bu vektörün ilk elemanı robot tutucu elinde bulunan parçanın bir sonraki operasyonunun hangi makinede olacağını, sonraki B elemanları ise ara stok alanında bulunan parçaların sırasıyla sonraki operasyonlarını ifade eder. Eğer tutucu el ya da ara stok alanı boşsa ilgili eleman 0 ile ifade edilir. Örneğin, 1-birim kapasiteli ara stok alanına sahip bir robot 2 boyutlu bir vektör ile belirtilir. Eğer sistem durumu (1,2) ile ifade ediliyorsa, tutucu elde M_1 'e yüklenecek bir parça bulunurken, ara stok alanında ise M_2 'e yüklenmesi gereken başka bir parça bulunmaktadır. Bu durum tanımı, tüm olurlu robot hareket döngülerini çıkarmada faydalıdır. Çalışmada kullanılacak olan notasyon aşağıdaki gibidir.

- p_i : i makinesindeki parçanın işlem zamanıdır.
- ϵ : Makine yükleme/boşaltma zamanıdır. Tüm makineler için bu süre aynıdır. Ayrıca, girdi stok alanından parçanın alınması ve çıktı stok alanına işlemi tamamlanmış parçanın bırakılması süreleri de ϵ kadardır.
- δ : Ardışık 2 makine arasındaki robot hareket süresidir. Bu sürelerin toplanabildiği varsayımı olduğu için robot eğer i makinesinden j makinesine hareket ediyorsa toplam süre $|i - j|\delta$ kadardır.
- μ : Robotun üzerindeki stok alanının yüklenmesi/boşaltılması süresidir. Bu süreye robotun bu alana erişmesi, bu alana parça yüklemesi/boşaltması ve eski pozisyonuna gelmesi dahildir.
- B : Robot üzerindeki ara stok alanının kapasitesi.

Elde edilen döngülerin çevrim zamanları robot hareketlerini takip ederek hesaplanabilir. Detaylı bir çevrim zamanı hesabı için Şekil 4.1’de belirtilen $C_{3,5}^1$ döngüsünü ele alalım. Burada, $C_{i,j}^B$, ara stok alanı kapasitesi B olan bir robotun kullanıldığı hücrede i . başlangıç durumundan elde edilen j . olurlu 1-birim döngüsünü ve $T_{i,j}^B$ ise ilgili döngünün çevrim zamanını ifade etsin. Bu döngünün aktivite sıralaması: $U_0L_1U_2L_3U_bL_2U_1L_b$ şeklindedir. Başlangıçta robot girdi stok alanının önündedir, M_1 boş ve M_2 ise doludur. Robot girdi alanından bir parçayı alır (ϵ), bu parçayı M_1 ’e taşır ve bu makineye yükler ($\delta + \epsilon$). M_1 ’den M_2 ’e ilerler (δ), bu makinede işlem görmekte olan parçanın işlemi bitinceye kadar bekler (w_2) ve o makineyi boşaltır (ϵ). Çıktı stok alanına gider ve parçayı bırakır ($\delta + \epsilon$). M_2 ’e geri döner (δ). Kendi ara stok alanından bir parça alır (μ), M_2 ’yi yükler (ϵ). M_1 ’e gider (δ), parça işlemi bitinceye kadar bekler (w_1), makineyi boşaltır (ϵ) ve kendi üzerindeki stok alanına parçayı bırakır (μ). Son olarak girdi stok alanına döner (δ) ve çevrim tamamlanır. Bu döngünün toplam çevrim zamanı:

$$T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu + w_1 + w_2. \quad (3.1)$$

Burada w_i , M_i önünde robotun parçanın kalan işlem süresi kadar beklemesini ifade eder. Bu eşitlikte w_1 ve w_2 değerleri aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$w_1 = \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + \mu + w_2)\}$, $w_2 = \max\{0, p_2 - (4\delta + 3\epsilon + \mu + w_1)\}$. Çalışmanın devamında aşağıdaki özellik çevrim zamanı ifadelerini basitleştirmek için kullanılacaktır.

Özellik 2. $w_i = \max\{0, p_i - (b + w_j)\}$ ve $w_j = \max\{0, p_j - (c + w_i)\}$ şeklinde ifade edilirse $w_i + w_j = \max\{0, p_i - b, p_j - c\}$ elde edilir.

İspat. Bu özelliğin geçerli olduğunu ispatlamak için aşağıdaki 4 olası durumun değerlendirilmesi gerekir.

- Eğer $w_i = 0$ ve $w_j = 0$, ise $w_i + w_j = 0$.
- Eğer $w_i = 0$ ve $w_j = p_j - (c + w_i)$, ise $w_i + w_j = p_j - c$.
- Eğer $w_i = p_i - (b + w_j)$ ve $w_j = 0$, ise $w_i + w_j = p_i - b$.
- Eğer $w_i = p_i - (b + w_j)$ ve $w_j = p_j - (c + w_i)$ ise, ilk eşitlikten $w_i + w_j = p_i - b$ ve 2. eşitlikten $w_i + w_j = p_j - c$ olarak bulunur.

Bu nedenle, $p_i - b = p_j - c = w_i + w_j$. Aksi takdirde bu durum gerçekleşmemiş olacaktır. Bu 4 durumun sonucunda $w_i + w_j = \max\{0, p_i - b, p_j - c\}$ elde edilir. \square

Özellik 2 kullanılarak $C_{3,5}^1$ döngüsünün çevrim zamanı: $T_{3,5}^1 = 6(\delta + \epsilon) + 2\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 3\epsilon + \mu)\}$ şeklinde ifade edilir. Sonraki bölümlerde 2 makineli bir robotik hücre için ara stok alanı kapasitesinin 1 ve 2 olduğu durum ele alınacaktır. 1-birim döngüler; basit, pratik ve yüksek çıktı oranı sağladığı için bu durumların analizinde bu tip döngüler dikkate alınmıştır. Ara stok alanı kapasitesi artışının çevrim zamanı üzerindeki etkisini görmek ve bazı yönetsel yorumlar elde etmek için sonsuz kapasiteli ara stok alanı da incelenmiştir. Ayrıca, yüksek ara stok alanı kapasitesi ile sağlanabilecek faydanın çoğunu elde etmek için yeni bir robot hareket döngü sınıfı tanımlanmıştır.

4. $B = 1$ ve $B = 2$ DURUMU

Bu bölümde robotun üzerinde bulunan ara stok alanı kapasitesinin 1 ve 2 olduğu durumlar detaylıca incelenecektir. Her 2 durum için de literatürde çoğunlukla ele alınan 1-birim döngülerin analizi yapılacaktır. Öncelikle bir önceki bölümde tanımlanan aktiviteler, 1-birim döngü için gerekli ve yeterli koşullar kullanılarak makine sayısına göre olurlu 1-birim döngü sayısı belirlenecektir. Makine sayısına artışına göre olurlu döngü sayısı hızla arttığı için bu çalışmada sadece 2 makineli bir robotik hücre için detaylı analiz yapılacaktır.

4.1 Stok Alanı Kapasitesinin 1 olması durumu:

$$B=1$$

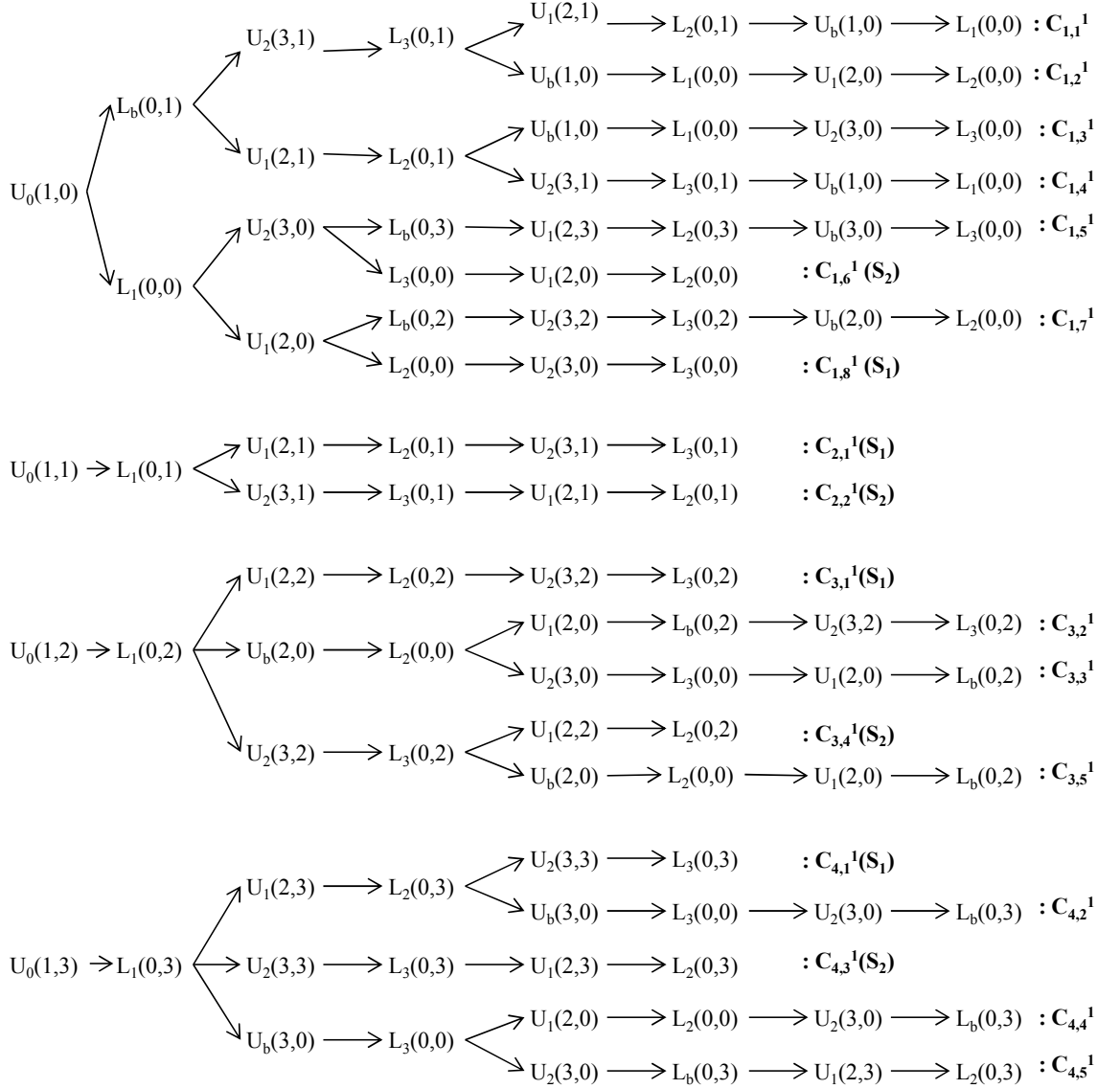
Robot üzerinde yer alan stok alanı kapasitesinin 1 olması durumunda olurluluk koşullarının doğrudan bir sonucu olarak iki L_b aktivitesi arasında mutlaka bir U_b , benzer şekilde iki U_b aktivitesi arasında mutlaka bir L_b aktivitesi bulunmalıdır. Örneğin; eğer iki L_b arasında bir tane U_b aktivitesi bulunmazsa, dolu olan stok alanına yeni bir parçanın yüklenmeye çalışılması anlamına gelir ve olurluluk koşullarını sağlamaz. Ayrıca, bu bölümde sadece ara stok alanı kapasitesi 1 ($B = 1$) olan robot ele alındığı için L_b aktivitesinden hemen sonra U_b aktivitesinin yapılması robot ara stok alanına bırakılan parçanın bu alandan hemen alınması anlamına gelir. Bu durum da gereksiz bir aktiviteye sebep olur. Bu nedenle bu şekildeki aktivite çiftleri ($U_i L_b U_b L_{i+1}$) en iyi döngünün bulunması kısmında elimine edilir. Olurluluk koşullarını sağlayan 1-birim döngüler, başlangıç durumu tanımını yaklaşımı kullanılarak bulunmaktadır. Ayrıca, genel m

makineli durumda olurlu 1-birim döngü sayısının ara stok alanı 1 iken bulunması için yeni bir parametre k tanımlanmıştır. k , 1-birim döngüde kullanılan $L_b(U_b)$ aktivitesi sayısını gösterir. Makine sayısı artıkça k 'nın alabileceği değerler de analitik bir yöntemle bulunabilir. Tablo 4.1'de değişen makine sayısı için olurlu 1-birim döngü sayısı $k = 1$ ve $k = 2$ iken göstermektedir. Görüldüğü gibi bu sayı çok hızlı bir şekilde artmaktadır.

Makine sayısı	$k = 1$	$k = 2$
2	12	-
3	72	12
4	480	192
5	3600	3480
6	30240	31680
7	282240	353600
10	399168000	794707200

Tablo 4.1: Olurlu 1-birim döngü sayısının makine sayısına göre değişimi

Bütün döngülerin U_0 aktivitesiyle başladığını varsayalım. (Her döngüde bu aktivite bir defa olacağı için, bu varsayım genelliği bozmaz.) 2 makineli bir hücrede $B = 1$ ise tüm olurlu 1-birim döngülerin bulunmasında olabilecek dört başlangıç durumu vardır. Bunlar; $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$ ve $(1, 3)$ olarak ifade edilir. Tüm durumlar için elde edilen döngülerin aktivite sıralamaları Şekil 4.1'de gösterilmiştir.



Şekil 4.1: (1, 0) ve (1, 1) başlangıç durumları ile başlayan olurlu 1-birim döngüler

Örneğin; (1,0) durumu tutucu elde M_1 'e yüklenmesi gereken bir parça olduğu ve robot üzerindeki ara stok alanının boş olması anlamına gelir. Bundan sonraki aktivite L_b ise sistemin yeni durumu (0,1) olur. Şekilden de görüldüğü gibi $m = 2$ ve $B = 1$ için toplam 20 tane olurlu 1-birim döngü bulunmaktadır. Robot üzerinde ara stok alanı bulunmayan klasik döngülerin aktivite sıralamaları S_1 döngüsü $U_0L_1U_1L_2U_2L_3$; S_2 döngüsü için ise $U_0L_1U_2L_3U_1L_2$

şeklindedir. Bu bölümde ele alınan döngülerin aktivite sıralamalarına bakıldığında 8 döngü klasik döngüler ile aynıdır. $C_{1,8}^1$, $C_{2,1}^1$, $C_{3,1}^1$ ve $C_{4,1}^1$ klasik S_1 döngüsünü, $C_{1,6}^1$, $C_{2,2}^1$, $C_{3,4}^1$, $C_{4,3}^1$ döngüleri ise klasik S_2 döngülerini ifade eder. Bu döngüler dışında kalan 12 döngü, robot üzerindeki ara stok alanını kullanır. Aktivite sıralamalarına dikkat edildiğinde bu alan sadece 1 kez doldurulup boşaltılır. Yani, aktivite sıralamalarında sadece 1 tane L_b ve 1 tane U_b aktivitesi bulunur. $m = 2$ iken ara stok alanı kapasitesi 1 ise, bu alanın 2 kez kullanılması daha önceden gereksiz aktivite çifti olarak tanımlanan $(L_b U_b)$ 'e karşılık geldiği için bu döngüler elimine edilir. Amaç verilen parametre değerleri için döngü zamanını en küçükleyen döngünün belirlenmesidir. Bunun için aşağıdaki tanımdan faydalanılacaktır.

Tanım 5. *Eğer tüm olası parametre değerleri için C_A döngüsü C_B döngüsünden daha iyi bir çıktı oranı veriyorsa, bir başka deyişle daha küçük bir çevrim zamanına sahipse, C_A döngüsü C_B döngüsünü domine eder. Böyle bir durumda C_B bir çözüm alternatifi olarak değerlendirilmez.*

Örneğin; çevrim zamanları Tablo 4.2'de verilen $C_{3,2}^1$ ve $C_{1,5}^1$ döngülerini ele alalım. Bu döngülerin çevrim zamanı ifadeleri $\max\{\cdot\}$ operatörünün içerisinde son terim hariç aynı değerlere sahiptir. Farklı olan bu terim açısından $T_{1,5}^1$ daha küçük bir değere sahip olduğu için $C_{3,2}^1$ bir çözüm alternatifi olarak değerlendirilmez. $T_{1,5}^1 \leq T_{3,2}^1$ ve $C_{1,5}^1 \prec C_{3,2}^1$ şeklinde ifade edilir. Döngüler arasındaki domine olma durumları Tablo 4.2'de gösterilmiştir.

Döngü	Çevrim zamanları	Baskınlık ilişkileri
$C_{1,1}^1$	$T_{1,1}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	Domine olmayan
$C_{1,2}^1$	$T_{1,2}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + p_1 + \max\{0, p_2 - (4\delta + \epsilon + \mu)\}$	$C_{1,1}^1 \prec C_{1,2}^1$
$C_{1,3}^1$	$T_{1,3}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + \mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$C_{1,1}^1 \prec C_{1,3}^1$
$C_{1,4}^1$	$T_{1,4}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu + p_2 + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$C_{3,3}^1 \prec C_{1,4}^1$
$C_{1,5}^1$	$T_{1,5}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (6\delta + 3\epsilon + \mu)\}$	$C_{4,5}^1 \prec C_{1,5}^1$
$C_{1,7}^1$	$T_{1,7}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu + p_1 + \max\{0, p_2 - (4\delta + 3\epsilon + \mu + p_1)\}$	$C_{3,5}^1 \prec C_{1,7}^1$
$C_{3,2}^1$	$T_{3,2}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$C_{1,5}^1 \prec C_{3,2}^1$
$C_{3,3}^1$	$T_{3,3}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu + p_2 + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + \mu + p_2)\}$	$C_{3,5}^1 \prec C_{3,3}^1$
$C_{3,5}^1$	$T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 3\epsilon + \mu)\}$	Domine olmayan
$C_{4,2}^1$	$T_{4,2}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu + p_1 + \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$C_{1,7}^1 \prec C_{4,2}^1$
$C_{4,4}^1$	$T_{4,4}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + p_2 + \max\{0, p_1 - (4\delta + \epsilon + \mu)\}$	$C_{3,3}^1 \prec C_{4,4}^1$
$C_{4,5}^1$	$T_{4,5}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (6\delta + 3\epsilon + \mu)\}$	Domine olmayan

Tablo 4.2: Olurlu robot hareket döngülerinin çevrim zamanları ve baskınlık ilişkileri

Bu çalışmada, aşağıdaki özelliği taşıyan döngüler simetrik döngü olarak adlandırılır.

Özellik 3. *Eğer C_A ve C_B döngülerinin çevrim zamanları; $T_A = F + \max\{0, p_i - u, p_j - v\}$*

$T_B = F + \max\{0, p_i - v, p_j - u\}$ şeklindeyse bu döngüler simetriktir. Burada, u, v ve F ; δ, ϵ ve μ cinsinden ifade edilen sabit terimlerdir.

Tablo 4.2'ye göre, $C_{1,1}^1$, $C_{3,5}^1$ ve $C_{4,5}^1$ döngüleri domine olmayan döngülerdir. Bu döngüler arasından $C_{1,1}^1$ ve $C_{4,5}^1$ döngüleri Özellik 3'e göre simetrik döngülerdir. Bu nedenle $C_{1,1}^1$ için elde edilen sonuçlar $C_{4,5}^1$ için de genelleştirilebilir. Her parametre değeri için optimal döngünün belirlenmesi için bu domine olmayan döngüler birbirleri ile karşılaştırılır. Analizi basitleştirmek için, $\alpha = 4\delta + 3\epsilon + \mu$, $\beta = 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ ve $\gamma = 6\delta + 3\epsilon + \mu$ şeklinde tanımlansın. Bu ifadeleri kullanarak domine olmayan döngüler yeniden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$T_{3,5}^1 = 2(\alpha - \delta) + \max\{0, p_1 - \alpha, p_2 - \alpha\}. \quad (4.1)$$

$$T_{4,5}^1 = 2\alpha + \max\{0, p_1 - \beta, p_2 - \gamma\}. \quad (4.2)$$

$$T_{1,1}^1 = 2\alpha + \max\{0, p_1 - \gamma, p_2 - \beta\}. \quad (4.3)$$

Bu tanımlamalardan $\gamma \geq \alpha$ olduğu belli olmasına rağmen α ile β ve β ile γ arasındaki ilişki μ ve ϵ parametrelerine bağlıdır.

Teorem 1. *Aşağıdaki döngüler, ara stok alanı kapasitesi 1 iken verilen koşullar altında optimal 1-birim robot hareket döngüleridir.*

1. *Eğer $\mu \leq \epsilon$ ise, $C_{3,5}^1$ optimaldir.*
2. *Eğer $\epsilon < \mu \leq 2\delta + \epsilon$,*
 - 2.1. *Eğer $4\delta + 2\epsilon + 2\mu \leq p_1 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ve $p_1 \geq p_2$ ise, $C_{1,1}^1$ optimaldir.*
 - 2.2. *Eğer $4\delta + 2\epsilon + 2\mu \leq p_2 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ve $p_2 > p_1$, $C_{4,5}^1$ optimaldir.*
 - 2.3. *Diğer durumda $C_{3,5}^1$ optimaldir.*
3. *Eğer $\mu > 2\delta + \epsilon$,*
 - 3.1. *Eğer $p_1 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ and $p_2 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$, $C_{3,5}^1$ optimaldir,*

3.2. Eğer $p_1 \geq p_2$ ve $p_1 > 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ise, $C_{4,5}^1$ optimaldir,

3.3. Eğer $p_1 < p_2$ ve $p_2 > 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ise, $C_{1,1}^1$ optimaldir.

İspat. Bu teorem aşağıdaki durumları analiz ederek ispatlanacaktır.

Durum 1: Eğer $\mu \leq \epsilon$ ise, $\gamma \geq \alpha \geq \beta$.

Durum 2: Eğer $\epsilon \leq \mu \leq 2\delta + \epsilon$ ise, $\gamma \geq \beta \geq \alpha$.

Durum 3: Eğer $\mu \geq 2\delta + \epsilon$ ise, $\beta \geq \gamma \geq \alpha$.

Ek A'da yer alan Tablo A.1'da bütün durumlar için yapılan çevrim zamanı karşılaştırmaları detaylı bir şekilde verilmiştir. \square

Bu tabloda yer alan bir durumun detaylı açıklaması için 9 nolu koşulu ele alalım. Bu koşul için parametreler arasındaki ilişki $\mu \leq \epsilon$, $\alpha \leq p_1 \leq \gamma$ ve $p_2 \leq \beta$ şeklindedir. Bu koşullar altında, domine olmayan döngülerin çevrim zamanları aşağıdaki gibidir.

$$T_{3,5}^1 = \alpha - 2\delta + p_1, T_{4,5}^1 = 2\alpha + p_1 - \beta, \text{ ve } T_{1,1}^1 = 2\alpha.$$

$p_1 \geq \alpha \geq \beta$ olduğu için $T_{4,5}^1 \geq T_{1,1}^1$ 'dir. Ayrıca, $p_1 \leq \gamma$ ve $\gamma - 2\delta = \alpha$ olduğu için $T_{1,1}^1 \geq T_{3,5}^1$. Bu nedenle, $C_{3,5}^1$ bu parametre değerleri için optimal döngüdür.

Bir sonraki bölümde, ara stok alanının faydalarını belirlemek için domine olmayan 3 döngü ile robot üzerinde ara stok alanının bulunmadığı klasik döngüler (S_1 ve S_2) karşılaştırılacaktır.

4.2 Ara Stok Alanının Faydası

Sethi vd. [1] S_1 ve S_2 döngülerinin çevrim zamanlarını sırasıyla $T_{S_1} = 6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2$ ve $T_{S_2} = 8\delta + 6\epsilon + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon), p_2 - (4\delta + 2\epsilon)\}$ şeklinde bulmuşlardır. Aynı çalışmada bu 2 döngü birbirleri ile kıyaslanarak Teorem 2 elde edilmiştir.

Teorem 2. (Sethi vd. [1]) Eğer $p_1 + p_2 \leq 2\delta$ ise S_1 optimal, diğer durumda S_2 optimaldir.

Daha önceden domine olmayan 3 döngünün karşılaştırması Teorem 1’de verilmişti. Bu kısımda ise, teoremden elde edilen alt koşullar (durumlar) için optimal olan döngü ile klasik döngüler kıyaslanacaktır.

Durum 1 ($\mu \leq \epsilon$): Teorem 1’e göre, $C_{3,5}^1$ döngüsü $B = 1$ durumu için optimal 1-birim döngüsüdür.

Önerme 1. *Eğer $\mu \leq \epsilon$ ve $p_1 + p_2 \geq 2\delta$ ise optimal döngüler Tablo 4.3’de verilmektedir.*

İspat. Teorem 2’ye göre $p_1 + p_2 \geq 2\delta$ ise S_2 döngüsü optimal klasik 1-birim döngüsüdür. S_2 ile $B = 1$ iken optimal olan $C_{3,5}^1$ döngüsü karşılaştırıldığında ortaya çıkan sonuçlar Tablo 4.3’de verilmektedir.

Koşul No	μ	p_1 ve p_2	Optimal döngü
1	$\mu \leq \delta$	$\max\{p_1, p_2\} \leq 4\delta + 2\epsilon$	$C_{3,5}^1$
2	$\mu \geq \delta$	$\max\{p_1, p_2\} \leq 4\delta + 2\epsilon$	S_2
3		$\max\{p_1, p_2\} \geq 4\delta + 2\epsilon$ $\max\{p_1, p_2\} \leq 2\delta + 2\epsilon + 2\mu$	S_2
4		$\max\{p_1, p_2\} \geq 4\delta + 2\epsilon$ $\max\{p_1, p_2\} \geq 2\delta + 2\epsilon + 2\mu$	$C_{3,5}^1$
5		$\max\{p_1, p_2\} \geq 4\delta + 3\epsilon + \mu$	$C_{3,5}^1$

Tablo 4.3: $\mu \leq \epsilon$ koşulu için S_2 ile $C_{3,5}^1$ döngülerinin kıyaslanması

Bu tablolarda görüldüğü üzere, klasik döngülerin stok alanı olan durumdaki döngülerden daha iyi olduğu parametre değerleri bulunmaktadır. Ayrıca, stok alanı bulunan robotlar, bütün klasik döngüleri de yapabilmektedir. \square

Önerme 2. $\mu \leq \epsilon$ ve $p_1 + p_2 < 2\delta$ için optimal döngüler aşağıdaki gibidir.

Eğer $p_1 + p_2 < 2\mu$ ise S_1 döngüsü optimaldir.

Eğer $p_1 + p_2 \geq 2\mu$ ise $C_{3,5}^1$ döngüsü optimaldir.

İspat. Teorem 2’ye göre $p_1 + p_2 < 2\delta$ ise S_1 döngüsü, optimal klasik 1-birim döngüsüdür. Bu önermedeki koşullar altında, $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_1} = 6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2$ şeklindedir. Eğer $p_1 + p_2 < 2\mu$ ise S_1 döngüsü $C_{3,5}^1$ ’den daha iyidir. Aksi takdirde $C_{3,5}^1$ optimaldir. \square

Durum 2 ($\epsilon < \mu \leq 2\delta + \epsilon$): Gerçek hayat uygulamalarında robotun kendi üzerinden bir parça alması ya da bu alana bir parça bırakma süresi makineler arası süreye göre küçüktür ($\mu \leq \delta$). Bu durum pratikte çok karşılaşılan bir duruma karşılık geldiği için bu varsayım üzerine detaylı analiz yapılacaktır. Bu analiz için $T_{i,j}^B/T_{S_k}$ oranına bakılacaktır. Bu oran için bulunan alt ve üst limitler, ara stok alanlı robot kullanmanın klasik robota göre oluşacak avantaj ya da dezavantajları hakkında bilgi verecektir. Bu oranın üst limiti (≤ 1) ise $C_{i,j}^B$ stoklu döngüsü S_k klasik döngüsünü domine eder ve $C_{i,j}^B \prec S_k$ şeklinde ifade edilir. Üst limit > 1 ise, ara stok alanlı robot kullanmanın en kötü durum performansı belirlenecektir. Ayrıca bu oranların alt limitleri kullanılarak, yeni özellikli robot ile elde edilecek iyileşmenin maksimum değeri bulunabilir. $C_{1,1}^1$ ve $C_{4,5}^1$ döngülerinin simetrik olması nedeniyle analizi basitleştirmek için bir döngü ile ilgili sonuçlar bulunacak ve bunlar diğer döngü için de genelleştirilecektir. Bu amaçla öncelikle $p_1 \geq p_2$ olduğu varsayımı yapalım. Bu sonuçtan yola çıkarak,

$$T_{1,1}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + \mu)\}$$

$T_{4,5}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$ elde edilir ve $C_{1,1}^1 \prec C_{4,5}^1$ olarak bulunur. Dolayısıyla $C_{1,1}^1$ ve $C_{3,5}^1$ döngüleri bu kısımda klasik döngüler ile karşılaştırılacak döngülerdir. Öncelikle bu döngüler $p_1 + p_2 \geq 2\delta$ varsayımı altında öncelikle S_2 ile karşılaştırılacaktır. Bu durum için yapılan karşılaştırma sonuçları Tablo 4.4 verilmiştir. Bu tabloda simetriklik özelliği kullanılarak, $C_{1,1}^1$ döngüsü $C_{4,5}^1$ döngüsü ile, p_1 de p_2 ile değiştirilerek $p_1 < p_2$ koşulu için karşılaştırma tablosu kolaylıkla elde edilebilir. Tablodaki her bir koşul için üst limitlerin 1'den büyük olduğu, bir başka deyişle klasik döngülerin optimal olabileceği 2 bölge bulunmaktadır. Bu sonucu açıklamak için, 3. koşula detaylıca bakalım. δ ve ϵ değerleri pozitif değerler olduğu için $1 + \frac{(2\delta + 2\epsilon)}{(8\delta + 6\epsilon)}$ değeri 1'den büyüktür. $C_{3,5}^1$ 'in S_2 'ye göre kötü durum performansını belirlemek için $\delta = 0$ alınırsa $T_{3,5}^1 \leq 4/3T_{S_2}$ elde edilir. Yani en kötü durumda $C_{3,5}^1$ döngüsü optimal döngüden %33 uzaktadır. Sağlanabilecek maksimum fayda bu oranların en küçük değeri kullanılarak elde edilir. Örneğin, 2. koşulda $\epsilon = 0$ ise bu oran 0,75 değerine eşit olur. Bu sonuç verilen parametre değerleri için stok alanlı robotun en iyi klasik robot hareket döngüsüne göre en fazla %25 kazanç sağladığı bilgisini verir.

No	Koşul	Stoklu Optimal Döngü	Çevrim zamanı	(Alt sınır, Üst sınır)
1	$4\delta + 2\epsilon + 2\mu \leq p_1 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$	$C_{1,1}^1$	$T_{1,1}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu$ $T_{S_2} = 4\delta + 4\epsilon + p_1$	$(1 - \frac{\delta}{5\delta + 4\epsilon}, 1)$
2	$4\delta + 3\epsilon + \mu \leq p_1 \leq 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$	$C_{3,5}^1$	$T_{3,5}^1 = 2\delta + 3\epsilon + \mu + p_1$ $T_{S_2} = 4\delta + 4\epsilon + p_1$	$(1 - \frac{\delta}{4\delta + 4\epsilon}, 1)$
3	$p_1 \leq 4\delta + 2\epsilon$	$C_{3,5}^1$	$T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ $T_{S_2} = 8\delta + 6\epsilon$	$(\frac{3\delta + 4\epsilon}{4\delta + 3\epsilon}, 1 + \frac{2\delta + 2\epsilon}{8\delta + 6\epsilon})$
4	$4\delta + 2\epsilon \leq p_1 \leq 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$	$C_{3,5}^1$	$T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ $T_{S_2} = 4\delta + 4\epsilon + p_1$	$(1 - \frac{2\delta}{8\delta + 6\epsilon + 2\mu}, 1 + \frac{2\mu - 2\delta}{8\delta + 6\epsilon})$
5	$p_1 \geq 6\delta + 3\epsilon + 2\mu$	$C_{1,1}^1$	$T_{1,1}^1 = 2\delta + 3\epsilon + \mu + p_1$ $T_{S_2} = 4\delta + 4\epsilon + p_1$	$(1 - \frac{\delta}{5\delta + 4\epsilon}, 1)$

Tablo 4.4: $\epsilon < \mu \leq 2\delta + \epsilon$ ve $p_1 \geq p_2$ koşulları için stok alanının faydaları

Bu tabloda $p_1 + p_2 < 2\delta$ koşulunun sağlanıp S_1 döngüsünün optimal olabileceği tek durum 3 nolu koşul altında gerçekleşir. Bu koşul için, $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_1} = 6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2$ 'dir. Bu çevrim zamanları kullanılarak;

$$\frac{T_{3,5}^1}{T_{S_1}} = \frac{(6\delta + 6\epsilon + 2\mu)}{(6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2)} = 1 - \frac{p_1 + p_2 - 2\mu}{6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2} \leq \frac{T_{3,5}^1}{T_{S_1}} \leq 1 + \frac{2\mu}{6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2}$$
elde edilir. Ayrıca, $\frac{T_{3,5}^1}{T_{S_1}}$ oranının kötü durum performansını belirlemek için μ 'nin alabileceği en büyük değer $(2\delta + \epsilon)$ ve $p_1 + p_2 = 0$ alınır ve $\frac{T_{3,5}^1}{T_{S_1}} \leq 5/3$ olarak bulunur.

Durum 3 ($\mu > 2\delta + \epsilon$):

Bu durum için de daha önceki kısımlarda yapıldığı gibi domine olmayan 3 döngü ile klasik döngüler karşılaştırılacaktır. Bu durumda, robotun kendi stok alanına parça yerleştirme ve alma zamanı (μ) çok büyüktür ve bu durum stoklu döngüler için dezavantaj oluşturur. Aşağıdaki analiz sonuçları da bunu göstermektedir.

Önerme 3. *Eğer $\mu > 2\delta + \epsilon$ ve $p_1 + p_2 > 2\delta$ ise S_2 döngüsü $B = 1$ için optimal 1-birim döngüsüdür.*

İspat. Bu önerme aşağıdaki tüm durumlar incelenerek ispatlanacaktır.

Durum 3.1: Eğer $p_1 \geq p_2$ ve $p_1 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ise, en iyi stok alanlı döngü ile klasik S_2 döngüsünü karşılaştırmak için aşağıda belirtilen 3 alt durumun incelenmesi gerekir.

- a) Eğer $p_1 \leq 4\delta + 2\epsilon$ ise $T_{S_2} = 8\delta + 6\epsilon$ ve $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ 'dür. $\mu \geq 2\delta + \epsilon$ olduğu için $S_2 \prec C_{3,5}^1$.
- b) Eğer $4\delta + 2\epsilon < p_1 \leq 4\delta + 3\epsilon + \mu$ ise $T_{S_2} = 4\delta + 4\epsilon + p_1$ ve $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ olarak hesaplanır. $p_1 \leq 4\delta + 3\epsilon + \mu$ olduğu için T_{S_2} en fazla $8\delta + 7\epsilon + \mu$ olur. $\mu \geq 2\delta + \epsilon$ olduğu için $8\delta + 7\epsilon + \mu \leq 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ eşitsizliği her zaman sağlanır. Bu durumda, $S_2 \prec C_{3,5}^1$.
- c) Eğer $p_1 > 4\delta + 3\epsilon + \mu$ ise $T_{S_2} = 4\delta + 4\epsilon + p_1$ ve $T_{3,5}^1 = 2\delta + 3\epsilon + \mu + p_1$. $\mu \geq 2\delta + \epsilon$ olduğu için $S_2 \prec C_{3,5}^1$.

Durum 3.2: Eğer $p_1 > p_2$ ve $p_1 > 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ise aşağıdaki 2 alt durum incelenir.

- a) Eğer $p_1 \leq 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ ise $T_{4,5}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_2} = p_1 + 4\delta + 4\epsilon$ olarak hesaplanır. Bu koşul altında p_1 değeri en fazla $4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ değerine eşit olabilir. Böylece S_2 döngüsü $C_{4,5}^1$ döngüsünü domine eder.
- b) Eğer $p_1 > 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ ise $T_{4,5}^1 = T_{S_2} = p_1 + 4\delta + 4\epsilon$ olarak bulunur.

Durum 3.3: Eğer $p_2 \geq p_1$ ve $p_2 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ise 3 alt durum incelenir.

- a) Eğer $p_2 \leq 4\delta + 2\epsilon$ ise $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_2} = 8\delta + 6\epsilon$. $\mu \geq 2\delta + \epsilon$ olduğu için $S_2 \prec C_{3,5}^1$ 'dir.
- b) Eğer $4\delta + 2\epsilon < p_2 \leq 4\delta + 3\epsilon + \mu$ ise $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_2} = p_2 + 4\delta + 4\epsilon$ 'dur. Böylece, $S_2 \prec C_{3,5}^1$ olarak bulunur.
- c) Eğer $p_2 > 4\delta + 3\epsilon + \mu$ ise $T_{3,5}^1 = 2\delta + 3\epsilon + \mu + p_2$ ve $T_{S_2} = p_2 + 4\delta + 4\epsilon$ 'dur. $\mu \geq 2\delta + \epsilon$ olduğu için $S_2 \prec C_{3,5}^1$ 'dir.

Durum 3.4: Eğer $p_2 > p_1$ ve $p_2 \geq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ise 2 alt durum incelenir.

- a) Eğer $p_2 \leq 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ ise $T_{1,1}^1 = 8\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_2} = p_2 + 4\delta + 4\epsilon$ 'dur. Bu koşul altında p_2 en fazla $4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ 'dur. Yani $S_2 \prec C_{4,5}^1$.
- b) Eğer $p_2 > 4\delta + 2\epsilon + 2\mu$ ise $T_{1,1}^1 = T_{S_2} = p_1 + 4\delta + 4\epsilon$.

Tüm olası durumlar için klasik S_2 döngüsü ara stok alanı kapasitesi 1 iken ($B = 1$) domine olmayan 3 döngüyü de domine ettiği için en iyi 1-birim döngüsüdür. \square

Önerme 4. *Eğer $p_1 + p_2 \leq 2\delta$ ve $\mu > 2\delta + \epsilon$ ise S_1 optimal, aksi takdirde $C_{3,5}^1$ optimaldir.*

İspat. Klasik döngülerden S_1 'in S_2 'den daha iyi olması için $p_1 + p_2 < 2\delta$ olmalıdır [1]. Bu koşul ve $\mu > 2\delta + \epsilon$ koşulları için S_1 'in optimal olabileceği 2 alternatif koşul bulunmaktadır. ($p_1 \leq 4\delta + 2\epsilon$ ya da $p_2 \leq 4\delta + 2\epsilon$). Her 2 durum için ara stok alanını kullanan optimal 1-birim döngü ile S_1 döngüsünün çevrim zamanları aşağıdaki gibidir.

$T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{S_1} = 6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2$. Bu nedenle $p_1 + p_2 \leq 2\mu$ ise S_1 döngüsü optimaldir. Aksi takdirde $C_{3,5}^1$ döngüsü S_1 'den daha küçük bir çevrim zamanı verir. Başlangıçtaki ön koşul ile birlikte $p_1 + p_2 \leq \min\{2\mu, 2\delta\}$ şeklinde ifade edilir. $\mu > 2\delta + \epsilon$ olduğu için $p_1 + p_2 \leq 2\delta$ ise S_1 döngüsü optimaldir. Robotun kendi ara stok alanına parça yerleştirmesi ve bırakması süresi (μ) oldukça büyük olduğunda klasik döngüler stoklu döngülere göre avantajlı hale gelebilirler.

Yukarıda yapılan analizler sonucunda $\mu > 2\delta + \epsilon$ ise S_2 döngüsü stoklu optimal döngüleri domine eder. S_1 döngüsünün optimal olabileceği bölgelerde optimal ara stok alanlı döngü $C_{3,5}^1$ 'dir ve ancak $p_1 + p_2 < 2\delta$ ise optimal olabilir. \square

Son iki önermenin sonuçlarından faydalanarak μ parametresi ϵ ve δ 'a göre büyük ise klasik döngüler optimaldir sonucuna varılmaktadır. Robotun kendi üzerindeki stok alanına parça yerleştirmesinin çevrim zamanını azaltacak bir faktör olması için μ değerinin δ 'dan küçük olması gerekir. Aksi takdirde kendi üzerine parça yerleştirmesi anlamlı değildir.

4.3 Ara Stok Alanı Kapasitesinin 2 Olması Durumu: (B=2)

Bu bölümde robot üzerindeki ara stok alanı kapasitesinin 2 olduğu varsayımı altında 1-birim döngüler incelenecektir. Robot ara stok alanının kapasitesinin artması, hem sistemin esnekliğini hem de çıktı oranının artma şansını artırır. Ancak bu durum aynı zamanda problemin karmaşıklığını da artırır. Bu

kısımda kullanılacak olan sistem başlangıç durumu için yapılan tanım, bir önceki bölümde yapılan tanım ile aynıdır. Kullanılan durum yaklaşımı hem robot hareketlerinin hem de robot üzerindeki stok alanındaki parçaların hareketlerinin takibini kolaylaştırır. Stok alanı kapasitesi 2 olduğu için durumlar 3'lü bir vektör ile ifade edilir. İlk eleman tutucu elde bulunan parçanın yükleneceği bir sonraki makineyi, 2. ve 3. elemanlar ise stok alanındaki parçaların işlem göreceği bir sonraki makineyi gösterir.

$B = 2$ durumunda ara stok alanlı robot Sethi vd.[30] ele aldığı aynı tip parçaların üretildiği ve çift tutuculu robotun kullanıldığı sistemde olurlu olan tüm döngüleri yapabilmektedir. Fakat, ara-stok alanlı robota özel, çift tutuculu robotun yapamadığı döngüler de bulunmaktadır. Örneğin, $B = 2$ iken olurlu olan $(C_{1,2}^2)$ döngüsünü ele alalım. Bu döngünün aktivite sıralaması: $U_2L_bU_1L_bU_0L_1U_bL_3U_bL_2$ şeklindedir. Bu döngüde robot sırasıyla M_2 ve M_1 makinelerini boşaltır ve kendi üzerinde bulunan ara stok alanına yerleştirir. Tutucu eli boş olduğu için bu aktivitelerden sonra girdi stok alanından yeni bir parça alabilir. Fakat, çift tutuculu bir robotta ilk iki aktiviteden sonra her iki tutucu da dolu olduğu için girdi stok alanından yeni bir parça alamaz. Elde edilen döngülerin çift tutuculu robotta yer alan döngüler ile karşılaştırılmasının kolay olması için döngülerin M_2 'nin boşaltılması (U_2) aktivitesi ile başladığı varsayılmıştır. Her döngüde bu aktivite mutlaka yer alacağı için bu varsayım genelliği bozmaz. Bu nedenle tüm döngülerin başlangıç durumlarının ilk elemanı 3'tür. Tablo 4.5'de belirtildiği gibi 10 değişik başlangıç durumu olabilmektedir. Bu tabloda ayrıca her başlangıç durumundan ortaya çıkan döngü sayıları da verilmiştir.

Başlangıç Durumu	Döngü Sayısı
(3,0,0)	22
(3,0,1)	25
(3,0,2)	26
(3,0,3)	8
(3,1,1)	6
(3,1,2)	14
(3,1,3)	5
(3,2,2)	5
(3,2,3)	5
(3,3,3)	2
Toplam	118

Tablo 4.5: $B = 2$ ve $m = 2$ için olurlu başlangıç durumları ve olurlu 1-birim döngü sayıları

Ara stok alanı kapasitesi ($B = 1$)'den ($B = 2$)'e çıkarıldığında olurlu 1-birim döngü sayısı 20'den 118'e çıkmaktadır. Tüm olurlu döngülerin aktivite sıralamaları Ek B'de verilmiştir.

$B = 2$ durumunu tek kapasiteli ara stok alanlı durumdan ayıran bazı özel durumlar da bulunur. $B = 1$ olduğunda U_b aktivitesi ile L_b aktivitesinin ardışık olması ancak $U_i L_b U_b L_{i+1}$, $i = 0, 1, 2$ durumunda gerçekleşir. Bu aktivite sıralaması ise robot ara stok alanına parçayı bırakıp hemen ardından bu parçayı bu alandan boşaltması anlamına gelir. Bu durum ise daha önce bahsedildiği gibi gereksiz bir harekettir ve elimine edilir. Fakat ara stok alanı kapasitesi 2 olduğunda robotun öncelikle bu alana parça bırakıp daha sonra başka bir parçayı alması mümkündür. $U_1 L_b U_b L_3$ aktivite sıralaması bu tip bir duruma örnek olarak gösterilebilir. Robot döngüye, kendi ara stok alanında 3. makineye yüklenecek bir parça varken başlamıştır. Bu bölümde ayrıca yeni bir süre tanımlamasına gerek vardır. ϕ robotun bir ara stok bölmesinden diğerine geçmesi için gerekli zaman olarak tanımlansın. Daha önceki bölümde L_b ve U_b aktivitesi için bir μ zamanı tanımlanmıştı. Fakat, eğer bir döngüde $L_b U_b$ sıralaması yapıyorsa, robot ara stok alanına 1 kez erişir, ara stok alanına bir parça bırakır ve bir sonraki stok bölmesine geçerek diğer parçayı boşaltır ve eski pozisyonuna geri döner. Böylece bu aktivite sıralaması için gerekli süre 2μ değil, bunun yerine $\phi + \mu$ şeklindedir. Robotun başlangıç pozisyonundan herhangi bir stok alanı bölmesine ulaşmasının sabit bir süre olduğu varsayılmıştır (μ). Bunun sonucu olarak $(3, 0, M_i)$ ve $(3, M_i, 0)$ durumları aynı çevrim zamanını verecektir

ve bu başlangıç durumlardan biri elimine edilir. $(3, 0, 1)$ başlangıç durumu ile başlayan $C_{2,1}^1 : U_2L_bU_0L_1U_1L_2U_bL_3$ döngüsünü ele alalım. Bu döngünün durum sıralaması: $(3, 0, \mathbf{1}) - (0, 3, \mathbf{1}) - (1, 3, \mathbf{1}) - (0, 3, \mathbf{1}) - (2, 3, \mathbf{1}) - (0, 3, \mathbf{1}) - (0, 0, \mathbf{1})$ şeklindedir. Bu döngüde stok alanının 2. bölümündeki parça hiç hareket etmez. Yani, robot ara stok alanı kapasitesi 2 iken 1 birimlik kısmı kullanılır. Farklı bir başlangıç durumu ile başlayıp aynı aktivite sıralamasına denk gelen bir başka döngü ise $C_{1,9}^2$ 'dir. Bu döngünün durum sıralaması ise, $(3, 0, \mathbf{0}) - (0, 3, \mathbf{0}) - (1, 3, \mathbf{0}) - (0, 3, \mathbf{0}) - (2, 3, \mathbf{0}) - (0, 3, \mathbf{0}) - (0, 0, \mathbf{0})$ şeklindedir. $C_{1,9}^2$ ve $C_{2,1}^2$ 'nin çevrim zamanları aynı olduğu için bu döngülerden biri optimal döngüyü bulmada dikkate alınmaz. Ayrıca, farklı aktivite sıralamasına sahip olmasına rağmen aynı çevrim zamanı değerini veren döngüler bulunmaktadır. $C_{1,10}^2$ ve $C_{2,12}^2$ bu döngülere örnek verilebilir. Bu tip döngülerden 1 tanesi elimine edilmiştir.

Bu döngülerin çevrim zamanları birbirleri ile karşılaştırılmış ve baskınlık ilişkileri Ekte Tablo C.1'de verilmiştir. Karşılaştırma sonunda 15 tane domine olmayan döngü bulunmuştur. Farklı hücre parametre değerleri için 15 döngüden herhangi biri optimal olabilir. Bu döngülerden 2 tanesi klasik döngüler (S_1, S_2) ; 3 tanesi stok alanı kapasitesi 1 iken domine olmayan döngülerdir $(C_{3,5}^1, C_{4,5}^1$ ve $C_{1,1}^1)$. Kalan 10 döngü ise 2 birimlik stok alanı kapasitesine ihtiyaç duyan döngülerdir. Verilen bir hücre parametresi için bu 15 döngünün çevrim zamanının hesaplanması ve en iyinin bulunması kolaylıkla yapılabilir. Ayrıca, bu döngülerden 2 tanesi $(C_{3,4}^2$ ve $C_{3,5}^1)$ etkin çalışmaktadır. Pratikte robotun kendi ara stok alanını kullanma süresi olarak tanımlanan μ , ardışık iki makine arasındaki transfer zamanından (δ) 'dan küçüktür. Ayrıca, robotun kendi stok alanı bölmeleri arasındaki değişim zamanı da oldukça küçük varsayılabilir. Bu nedenle, $\mu \leq \delta$ ve $\phi \rightarrow 0$ varsayımları altında seçilen 2 döngünün birbiri ile karşılaştırması yapılmıştır.

Önerme 5. Eğer $\max\{p_1, p_2\} \leq 4\delta + 3\epsilon + 3\mu$ ise $C_{3,5}^1$ döngüsü $C_{3,4}^2$ döngüsünü domine eder. Diğer durumda $C_{3,4}^2$ döngüsü $C_{3,5}^1$ döngüsünü domine eder.

İspat. Önermenin ispatı için öncelikle $p_1 \geq p_2$ varsayımı dikkate alınacaktır. Diğer durum ($p_2 > p_1$) benzer şekilde ispatlanabilir. İspatı tamamlamak için aşağıdaki durumlar incelenecektir.

Durum 1: Eğer $p_1 \leq 4\delta + 3\epsilon + \mu$ ise $T_{3,4}^2 = 6\delta + 6\epsilon + 4\mu$ ve $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$

şeklindedir. Bu koşul altında $C_{3,5}^1$ döngüsü $C_{3,4}^2$ döngüsünü domine eder.

Durum 2: Eğer $4\delta + 3\epsilon + \mu < p_1 \leq 6\delta + 4\epsilon + 3\mu$ ise $T_{3,4}^2 = 6\delta + 6\epsilon + 4\mu$ ve $T_{3,5}^1 = p_1 + 2\delta + 3\epsilon + \mu \geq 6\delta + 6\epsilon + 4\mu = T_{3,4}^2$ 'dir. Diğer durumda $C_{3,5}^1 \prec C_{3,4}^2$.

Durum 3: Eğer $p_1 > 6\delta + 4\epsilon + 3\mu$ ise $T_{3,4}^2 = p_1 + 2\epsilon + \mu \leq p_1 + 2\delta + 3\epsilon + \mu = T_{3,5}^1$. Bu durumda $C_{3,4}^2$ döngüsü $C_{3,5}^1$ döngüsünü domine eder. \square

Seçilen bu 2 döngünün performanslarını değerlendirmek amacıyla optimal 1-birim döngüleri için bir alt sınır geliştirilmiştir.

Önerme 6. 2 makineli kendi üzerinde ara stok alanı bulunan robotik bir hücrede herhangi bir 1-birim döngüsünün çevrim zamanı aşağıdaki alt sınırdan daha küçük olamaz.

$$LB = \max\{6\delta + 6\epsilon + \min\{2\delta, 2\mu, p_1 + p_2\}, \max_{i=1,2}\{p_i + 2\epsilon + \min\{\mu + \phi, 2\epsilon + 4\delta, \epsilon + 2\delta + \mu\}\}\}. \quad (4.4)$$

İspat. Geliştirilen alt sınır iki kısımdan oluşmaktadır. $\max\{.\}$ fonksiyonunun ilk kısmı bir döngüde robotun yapması gereken robot hareketlerini içerir. 1-birim döngüde, her makine tam olarak 1 kez yüklenip, 1 kez boşaltılmakta, giriş stoğundan bir parça alınıp çıkış stoğuna bir parça yüklenmektedir bunun toplam süresi 6ϵ 'dur. Diğer taraftan, robot her makineye, girdi ve çıktı stok alanlarına uğramak zorundadır. Bu hareketler için minimum zaman 3δ 'dir. Döngüyü tamamlamak için, robot başlangıç pozisyonuna geri dönmelidir. Bunun için gerekli zaman ise 3δ 'dir. Böylece, toplamda 6δ kadar bir transfer süresi gereklidir. Ayrıca robot, bir makineyi yükledikten sonra ya o makinenin süresi kadar bekler ya da beklemeyip başka aktiviteleri yerine getirir. Bu durumda ortaya çıkabilecek tüm olası aktiviteler aşağıdaki gibi listelenebilir.

1. Eğer robot başka bir aktivite yapmadan her 2 makine önünde de işlem süresi kadar beklerse toplam zaman $p_1 + p_2$ 'dir.
2. Eğer robot her makinenin önünde parça işlem süresi kadar beklemeyip başka bir makineye hareket ederse, minimum geçen zaman tek bir makine için en az δ kadardır. 2 makine için ise toplam zaman 2δ 'dir.

3. Eğer robot makinelerin en az birinin yüklenmesi için kendi ara stok alanını kullanırsa, en az 2μ gereklidir. Bir μ süresi, ilgili parçayı stok alanına yüklemek, diğer μ süresi ise bu alandan parçayı almak için gereklidir.

Sıralanan bu (3) alternatifin minimumu alt sınır için alınır. $\max\{.\}$ fonksiyonunun ikinci kısmı makinelerin ardışık yüklemelerini dikkate alır. Çevrim zamanı aynı makinenin 2 ardışık yüklemesi arasında geçen zamandan büyük eşit olmalıdır. Tüm makineler için bu zamanların maksimumu alt sınırının ikinci kısmını oluşturmaktadır. M_i yüklendikten sonra boşaltılıncaya kadar, parçanın işleminin tamamlanması gerekir ve bu süre p_i kadardır. Parçanın makineden boşaltılması için (ϵ) ve yeni bir parçanın yüklenmesi için de (ϵ) kadar süre gereklidir. Bu kısımda ele alınan $p_i + 2\epsilon$ zamanı tüm alternatif durumlarda ortaktır. M_i boşlatıldıktan sonra dört olası alternatif bulunabilir.

1. Bu alternatif $U_i L_b U_b L_i$ aktivite sıralaması ile ifade edilebilir: Robot kendi stok alanına bir parça yükler, bu alandan başka bir parçayı aynı makineye yükler. Bu kısımda robotun stok alanı bölmeleri arasında hareket süresi de bulunmaktadır. Böylece, toplam süre $(\phi + \mu)$ 'dür.
2. Bu alternatif $U_i L_{i+1} U_{i-1} L_i$ aktivite sıralaması ile ifade edilebilir: Robot M_i 'den M_{i+1} 'e gider, (δ) ; tutucu elde bulunan parçayı bu makineye yükler, (ϵ) ; M_{i-1} 'e gider (2δ) ; onu boşaltır, (ϵ) ; M_i 'e geri döner, (δ) . Toplam gerekli zaman, $2\epsilon + 4\delta$ 'dir. Bu durum klasik bir robotik hücre için tek olası alternatiftir.
3. Bu durum $U_i L_{i+1} U_b L_i$ aktivite sırası ile açıklanabilir. Robot M_{i+1} 'e gider, (δ) ; bu makineyi yükler, (ϵ) ; M_i 'e gider, (δ) ; stok alanından M_i 'e yüklemek için bir parça alır, (μ) . Bu durum için toplam zaman $\epsilon + 2\delta + \mu$ 'dür.
4. Bu durum ise $U_i L_b U_{i-1} L_i$ aktivite sıralaması ile açıklanabilir. M_i boşlatıldıktan sonra, robot kendi ara stok alanına bu parçayı bırakır, (μ) ; M_{i-1} 'e gider, (δ) ; bu makineyi boşaltır, (ϵ) ; M_i 'e parça yüklemek için M_i 'e gider, (δ) . Bu alternatif için gerekli zaman 3. alternatif ile aynıdır.

İlgili 4 alternatifin en küçük değeri alınarak alt sınırın ispatı tamamlanır. \square

Geliştirilen alt sınır, stok alanının kaç kez kullanıldığından bağımsız olarak tüm 1-birim döngülerde geçerlidir. Ayrıca bu alt sınır parametrelerin tüm olası değerleri için geliştirilmiştir. Ancak daha önceden de bahsedildiği gibi pratikte geçerli olan ($\mu \leq \delta$ ve $\phi \rightarrow 0$) durumu seçilen iki döngünün etkinliğini ispatlamak için kullanılacaktır. Bu parametre değerleri için alt sınır aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$LB = \max\{6\delta + 6\epsilon + \min\{2\mu, p_1 + p_2\}, \max_{i=1,2}\{p_i + 2\epsilon + \mu\}\}. \quad (4.5)$$

Aşağıdaki önerme serisi ile $C_{3,4}^2$ ve $C_{3,5}^1$ döngülerinin alt sınır ile karşılaştırması yapılmaktadır. T_{opt} , optimal 1-birim çevrim zamanı değeri olarak tanımlansın.

Önerme 7. *Eğer $p_1 + p_2 < 2\mu$ ise $T_{3,5}^1 \leq 4/3(T_{opt})$ 'dir.*

İspat. Bu durum altında; $LB = 6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2$ ve $T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ 'dir. Böylece, aşağıdaki eşitsizlik yazılabilir:

$$\frac{T_{3,5}^1}{T_{opt}} \leq \frac{6\delta + 6\epsilon + 2\mu}{6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2}$$

Bu oran, $p_1 + p_2$ ve ϵ değerleri azaldıkça artacaktır.

Böylece, $p_1 + p_2 = 0$, $\epsilon = 0$ olarak alınır ve $\frac{T_{3,5}^1}{T_{opt}} \leq 1 + \frac{2\mu}{6\delta}$ elde edilir. $\mu \leq \delta$ varsayıldığı için $T_{3,5}^1 \leq 4/3(T_{opt})$ bulunur. \square

Önerme 8. *Eğer $p_1 + p_2 \geq 2\mu$ ve $\max\{p_1, p_2\} \leq 4\delta + 3\epsilon + \mu$ ise $C_{3,5}^1$ döngüsü optimaldir.*

İspat. Bu koşullar altında $LB = T_{3,5}^1 = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ 'dür. Böylece, $C_{3,5}^1$ döngüsünün optimalliği ispatlanır. \square

Önerme 9. *Eğer $4\delta + 3\epsilon + \mu < \max\{p_1, p_2\} \leq 4\delta + 3\epsilon + 3\mu$ ise $T_{3,5}^1 \leq 5/4(T_{opt})$ 'dir.*

İspat. Bu koşullar altında $LB = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ ve $T_{3,5}^1 = \max\{p_1, p_2\} + 2\delta + 3\epsilon + \mu$ 'dir.

$$\frac{T_{3,5}^1}{T_{opt}} = \frac{\max\{p_1, p_2\} + 2\delta + 3\epsilon + \mu}{6\delta + 6\epsilon + 2\mu}.$$

Bu oranın en büyük değerini bulmak için $\max\{p_1, p_2\}$ en fazla $4\delta + 3\epsilon + 3\mu$ 'dür. Bu oran ϵ değeri azaldıkça artar. Bu nedenle $\epsilon = 0$ olarak alınır. $\mu \leq \delta$ olduğu için $T_{3,5}^1 \leq \frac{5T_{opt}}{4}$, dir. \square

Önerme 10. Eğer $4\delta + 3\epsilon + 3\mu < \max\{p_1, p_2\} < 6\delta + 4\epsilon + 3\mu$ ise $T_{3,4}^2 \leq 5/4(T_{opt})$.

İspat. Bu önermenin ispatı için aşağıdaki durumlar incelenecektir.

1. Eğer $4\delta + 3\epsilon + 3\mu \leq \max\{p_1, p_2\} \leq 6\delta + 4\epsilon + \mu$ ise, $T_{3,4}^2 = 6\delta + 6\epsilon + 4\mu$ ve $LB = 6\delta + 6\epsilon + 2\mu$ 'dir.

$$\frac{T_{3,4}^2}{T_{opt}} \leq \frac{6\delta + 6\epsilon + 4\mu}{6\delta + 6\epsilon + 2\mu} = 1 + \frac{2\mu}{6\delta + 6\epsilon + 2\mu}.$$

Bu oranın en büyük değerini bulmak için $\epsilon = 0$ olarak alınır ve $\mu \leq \delta$ olduğu için $T_{3,4}^2 \leq \frac{5T_{opt}}{4}$ olarak bulunur.

2. Eğer $6\delta + 4\epsilon + \mu \leq \max\{p_1, p_2\} \leq 6\delta + 4\epsilon + 3\mu$ ise $T_{3,4}^2 = 6\delta + 6\epsilon + 4\mu$ ve $LB = \max\{p_1, p_2\} + 2\epsilon + \mu$.

$$\frac{T_{3,4}^2}{T_{opt}} \leq \frac{6\delta + 6\epsilon + 4\mu}{\max\{p_1, p_2\} + 2\epsilon + \mu}.$$

$\max\{p_1, p_2\} \geq 6\delta + 4\epsilon + \mu$ olduğu için,

$$\frac{T_{3,4}^2}{T_{opt}} \leq \frac{6\delta + 6\epsilon + 4\mu}{6\delta + 6\epsilon + 2\mu} = 1 + \frac{2\mu}{6\delta + 6\epsilon + 2\mu}.$$

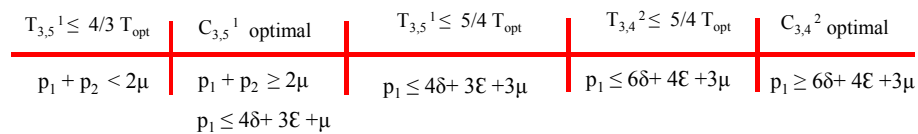
elde edilir. $\epsilon = 0$ olarak alınır ve $\mu \leq \delta$ olduğu için $T_{3,4}^2 \leq \frac{5T_{opt}}{4}$ olarak bulunur.

□

Önerme 11. Eğer $\max\{p_1, p_2\} \geq 6\delta + 4\epsilon + 3\mu$ ise $C_{3,4}^2$ optimaldir.

İspat. Bu koşul altında, $LB = \max\{p_1, p_2\} + 2\epsilon + \mu = T_{3,4}^2$ 'dir. Böylece $C_{3,4}^2$ optimaldir. □

Önermeler 7-11 arasında elde edilen sonuçlar Şekil 4.2'de özetlenmiştir.



Şekil 4.2: Seçilen döngülerin alt sınırları ile karşılaştırılması

Bu bölümde, ara stok alanı kapasitesi 2 olan bir robotun kullanıldığı üretim hücrelerinde en iyi döngünün belirlenmesi için sadece 1-birim döngüler ele alınmıştır. Tüm olurlu döngülerin çevrim zamanı fonksiyonları ifade edildiği için en küçük çevrim zamanını veren döngü optimal döngü olarak belirlenebilir. Fakat, robotun makineler önündeki bekleme zamanları ve makinelerin boş kalma sürelerinin en küçüklenmesi dikkate alındığında çoğu durumda etkin çalışan 2 döngü dikkate alınmıştır. Seçilen döngüler ara stok alanı kapasitesi 1 olduğu durumda olurlu olan $C_{3,5}^1$ döngüsü ile stok kapasitesi 2 olduğu durumda olurlu olan $C_{3,4}^2$ döngüsüdür.

İlgili döngülerin çevrim zamanlarının alt sınır ile karşılaştırma sonucu Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Şekil 4.2 üzerindeki gösterimi basitleştirmek için analizin sadece $p_1 \geq p_2$ varsayımı altındaki kısmı belirtilmiştir. Diğer durum ise ($p_2 > p_1$) p_1 yerine p_2 yazılarak benzer bir gösterim ile açıklanabilir. Şekil 4.2'den de görüldüğü gibi seçilen döngülerin optimal oldukları parametre aralıkları belirlenmiştir. Örneğin; $p_1 \geq 6\delta + 4\epsilon + 3\mu$ koşulu 1. makinedeki işlem süresinin yükleme/boşaltma ve transfer zamanlarına göre oldukça büyük olduğu parametre aralıklarını içermektedir ve bu koşullar altında $C_{3,4}^2$ döngüsü optimaldir. Çünkü, belirtilen koşullar altında döngünün çevrim zamanı geliştirilen alt sınır ile aynı sonucu vermektedir. $C_{3,4}^2$ döngüsünün aktivite sıralamasına bakıldığında makinelerin boşaltılmasından hemen sonra yeniden yüklemesinin kendi ara stok alanını kullanarak gerçekleştirildiği görülmektedir. Yani, işlem süresi makineler arasındaki transfer süresine göre oldukça büyük olduğu için robotun makine önünde parçaların işlem süresi kadar beklemek yerine, yükledikten sonra başka aktiviteleri yapıp aynı makine önüne boşaltmaya gelmesi durumu söz konusudur. Ayrıca, döngülerin çevrim zamanlarının alt sınır ile karşılaştırılması ile seçilen döngülerin alt sınırdan ne kadar uzakta olunabileceği ile ilgili bir üst sınır bulunmaktadır. Örneğin; $p_1 + p_2 \leq 2\mu$ koşulu için $T_{3,5}^1 \leq 4/3T_{opt}$ 'dir. Bunun anlamı, $C_{3,5}^1$ döngüsünün optimal döngüden en fazla % 33 uzakta olduğudur.

5. SONSUZ ARA STOK ALANLI DURUM: $B \rightarrow \infty$

Pratikte sonsuz ara-stok alanı kapasitesi imkansız olmasına rağmen bu bölümdeki amaç $B \geq 2$ olduğu durumları analiz etmektir. Ayrıca, gerçekte sonsuz kapasite olmasa bile, her ihtiyaç duyulduğunda stok alanında yeni bir parça için yer olması durumu $B \rightarrow \infty$ olarak tanımlanabilir. Bu bölümde $B \rightarrow \infty$ durumunda en iyi döngünün nasıl bulunabileceği belirlenecek ve sağlanabilecek faydanın (çevrim zamanı azalmasının) büyük bir kısmı oldukça küçük bir stok kapasitesi tarafından karşılanacağı gösterilecektir. Bu durum için kolay, pratik ve iyi performans gösteren özel bir hareket döngüsü tanımlanacaktır. Bu döngü sınıfına q -birikimli döngü adı verilmiştir.

Robot üzerindeki stok alanı kapasitesi sonsuz varsayıldığında olurlu 1-birim döngü sayısı da 2 makineli bir ortamda bile hızla artmaktadır. m makineli genel ortamda olurlu 1-birim döngü sayısını belirlemek için yeni bir parametre (k) tanımlanmıştır. k değeri; 1-birim döngüdeki U_b (ya da L_b) aktivitesi sayısıdır. 1-birim döngüde her makine tam olarak 1 kez boşaltılacağı için m makineli bir robotik hücre için m tane boşaltma aktivitesi bulunur (U_1, U_2, \dots, U_m). Girdi stok alanından bir parçanın alınması (U_0) da bir boşaltma aktivitesi olduğu için m makinede toplamda $m + 1$ tane boşaltma aktivitesi bulunur. Bu durumda olurlu 1-birim döngü sayısını belirlemek için daha önceden tanımlanan aktivitelerden oluşan ve aktivite çifti olarak belirtilen yeni bir tanımlamaya ihtiyaç vardır.

Tanım 6. *Bir aktivite çifti aşağıda sıralanan belirli özellikleri taşımaktadır:*

- *Her aktivite çifti bir boşaltma bir de yükleme aktivitesinden oluşur.*

- *Boşaltma aktivitesi bir makinenin boşaltılması ya da robot ara stok alanının boşaltılması olabilir. Benzer şekilde yükleme aktivitesi herhangi bir makinenin yüklenmesi ya da robot ara stok alanının yüklenmesi olabilir.*

Bu tanımın ve yukarıda tanımlanan olurluluk koşullarının doğrudan bir sonucu olarak olurlu aktivite çiftleri Tablo 5.1’de verilmiştir.

Makine boşaltma aktivitesi	Bir sonraki aktivite
U_0	L_1 ya da L_b
U_1	L_2 ya da L_b
U_i	L_{i+1} ya da L_b
U_m	L_{m+1} ya da L_b
U_b	L_i

Tablo 5.1: Olurlu aktivite çiftleri

Tanımın doğrudan bir sonucu olarak verilen bir k değeri için, toplam $m + k + 1$ tane aktivite çifti bulunmaktadır. Ayrıca 1-birim döngüde robot ara stok alanı ∞ olsa bile robot bu alanı en fazla $m + 1$ kez kullanabilir. Bunun anlamı ise, k 'nın alabileceği maximum değer $m + 1$ olmasıdır. Böylece, m makineli bir ortamda elde edilecek 1-birim döngü sayısı aşağıdaki formül ile bulunabilir. $C(m + 1, k)$, $m + 1$ 'in k 'lı kombinasyonlarının sayısını gösterebilir. Bu durumda formül:

$\sum_{k=0}^{m+1} (m + k)!C(m + 1, k)$ şeklinde ifade edilir. Makine sayısının 2 olduğu robotik bir hücrede olurlu 1-birim döngü sayısı, ($m = 2$) 212 olarak bulunur. Hesaplamanın daha anlaşılır olması için $m = 2$ ve $k = 2$ olduğunda olurlu 1-birim döngü sayısını 1 örnekle açıklayalım. $k = 2$ için toplam 5 aktivite çifti bulunur. Bu aktivite çiftleri herhangi bir sıralama olmaksızın ($U_0L_1 - U_1L_b - U_2L_b - U_bL_2 - U_bL_3$) şeklindedir. Bu aktivite çiftlerinin tüm permütasyonları ara stok alanı kapasitesi sonsuz olduğu için olurlu bir döngüye denk gelir. Bu nedenle 5 aktivite çiftinin olurlu bir döngü için $4!$ tane olası durumu söz konusudur. $k = 2$ olduğu durumda herhangi bir 1-birim döngüde 2 tane L_b aktivitesinin kullanılabileceği (U_0, U_1 ve U_2) olmak üzere 3 alternatif makine boşaltma aktivitesi vardır. Bu 3 alternatif yerin 2’li kombinasyonları

dikkate alındığında toplamda 72 (4!.3) tane olurlu 1-birim döngü bulunur. Benzer analiz $k = 1$ ve $k = 3$ için tekrarlandığında 2 makine için toplam 210 tane 1-birim döngü olduğu bulunur. Stok alanını hiç kullanmayan 2 klasik döngü bu durum için de olurlu olduğu için toplamda 212 tane 1-birim döngü bulunur. Bu döngüler içerisinde en iyi 1-birim döngüyü bulmak için matematiksel modelleme kullanılabilir. Geliştirilen modele bir sonraki bölümde yer verilmektedir.

5.1 En iyi 1-birim döngünün matematiksel model ile bulunması: $B \rightarrow \infty$

Ara stok alanı kapasitesinin sınırsız olduğu varsayımı altında aktivite çifti tanımını kullanılarak bir matematiksel model geliştirilmiştir. Ara stok alanında yeterli yer olduğu için bu alandan her zaman parça alınabilir. Ayrıca, bu alana parça bırakmak için her zaman yer vardır. Eğer sadece 1-birim döngüler dikkate alınacaksa, en iyi döngünün bulunması için karma tamsayılı bir matematiksel model geliştirilmiştir. Bu model gezgin satıcı probleminin (TSP) daha genel bir haline denk gelmektedir. TSP’de şehirlerin karşılığı aktivite çiftlerine, şehirler arasındaki mesafenin karşılığı ise 2 aktivite çifti arasında tanımlı yükleme/boşaltma ve tranfer zamanları toplamına denk gelir. Fakat, klasik gezgin satıcı probleminde olduğu gibi mesafe matrisi sadece parametrelerden oluşmamakta aynı zamanda karar değişkenlerini de içermektedir. Bunun sebebi, robotun makineler önündeki bekleme sürelerinin döngüde yapılan daha önceki hareketlere bağlı olmasıdır. Oluşturulan model, değişik boyuttaki mesafe matrisleri için aynı olmasına rağmen mesafe matrisinin boyutu 1-birim döngüde kullanılan (k) değerine göre değişiklik gösterir. Aşağıda değişen (k) değerine göre oluşturulan mesafe matrisleri verilmektedir.

Durum 1: ($k = 1$) ve L_b aktivitesinin (U_0) ile kullanılması durumu:

L_b aktivitesinin kullanılabileceği U_0, U_1, \dots, U_m olmak üzere $(m + 1)$ alternatif yer bulunur. Girdi alanından alınan parça ara stok alanına bırakıldığı için parça bu alandan alınıp 1. makineye yüklenmelidir. Bu durumda 2 makine için toplam aktivite çiftleri: $A = U_0L_b, U_bL_1, \dots, U_iL_{i+1}, i = 1, \dots, m$ şeklinde ifade edilir. Bu çiftler arasında mesafenin hesabını bir örnek üzerinde açıklayalım.

Örneğin; U_0L_b ile U_2L_3 aktivite çiftleri arasındaki mesafe değeri ilk aktivite çiftinin tamamlanmasından sonra 2. aktivite çiftinin tamamlanmasına kadar geçen süredir.

- 1) 2. makineye gidiş (2δ)
- 2) 2. makine önünde gerekirse bekleme (w_2)
- 3) 2. makineyi boşaltma (ϵ)
- 4) Çıktı stok alanına gitme (δ)
- 5) Parçayı çıktı alanına bırakma (ϵ)

Toplam zaman = $3\delta + 2\epsilon + w_2$ olarak bulunur. 2 makineli bir robotik hücre için bu durumda elde edilen mesafe matrisi Tablo 5.2'de verilmektedir.

Nereden/Nereye	U_0L_b	U_bL_1	U_1L_2	U_2L_3
U_0L_b	—	—	$2\delta + 2\epsilon + w_1$	$3\delta + 2\epsilon + w_2$
U_bL_1	$\delta + \epsilon + \mu$	—	$\delta + 2\epsilon + p_1$	$2\delta + 2\epsilon + w_2$
U_1L_2	$2\delta + \epsilon + \mu$	$\delta + \epsilon + \mu$	—	$\delta + 2\epsilon + p_2$
U_2L_3	$3\delta + \epsilon + \mu$	$2\delta + \epsilon + \mu$	$3\delta + 2\epsilon + w_1$	—

Tablo 5.2: U_0L_b ile başlayan aktivite çiftleri ve mesafe matrisi

Bu ilgili mesafe matrisi kullanılarak oluşturulan model aşağıda verilmiştir. Bu modelin çözümü ile yukarıda verilen 4 aktivite çiftinin toplam mesafe değerini en küçükleyen sırası bulunur.

Parametreler

Modelde kullanılan tek parametre; $c_{lk} = l$ ve k . aktivite çiftleri arasındaki mesafe değeridir.

Karar Değişkenleri

$$x_{lk} = \begin{cases} 1, & \text{l.aktivite çiftinden hemen sonra k. aktivite çifti geliyorsa} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

t_l : l aktivite çiftinin tamamlanma zamanı

u_l : l . aktivite çiftinin turdaki sırası

w_1 : Robotun 1. makine önünde bekleme zamanı

w_2 : Robotun 2. makine önünde bekleme zamanı

z_1 ve z_2 : Doğrusal olmayan kısıtların doğrusallaştırılması için 0 ve 1 değişkenleri

v_1 : Makine 1 yüklendikten sonra robotun makineyi boşaltmaya hazır olduğu zamana kadar geçen süre

v_2 : Makine 2 yüklendikten sonra robotun makineyi boşaltmaya hazır olduğu zamana kadar geçen süre

T : Çevrim zamanı

Min T

Öyle ki

$$T \geq t_l + x_{l1}c_{l1} - (1 - x_{l1})M \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.1)$$

$$\sum_{k=1}^4 x_{lk} = 1 \quad \forall l = 1, \dots, 4, l \neq k \quad (5.2)$$

$$\sum_{l=1}^4 x_{lk} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, 4, k \neq l \quad (5.3)$$

$$u_l - u_k + 3x_{lk} \leq 2 \quad \forall l = 1, \dots, 4, \forall k = 1, \dots, 4 \quad (5.4)$$

$$1 \leq u_l \leq 3 \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.5)$$

$$t_2 \geq t_l + c_{l2}x_{l2} - (1 - x_{l2})M \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.6)$$

$$t_3 \geq t_l + c_{l3}x_{l3} + y_{l3} - (1 - x_{l3})M \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.7)$$

$$t_4 \geq t_l + c_{l4}x_{l4} + y_{l4} - (1 - x_{l4})M \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.8)$$

$$y_{l3} \geq w_1 - M(1 - x_{l3}) \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.9)$$

$$y_{l3} \leq w_l + M(1 - x_{l3}) \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.10)$$

$$y_{l3} \leq Mx_{l3} \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.11)$$

$$y_{l4} \geq w_2 - M(1 - x_{l4}) \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.12)$$

$$y_{l4} \leq w_2 + M(1 - x_{l4}) \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.13)$$

$$y_{l4} \leq Mx_{l4} \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.14)$$

$$w_1 \geq p_1 - v_1 \quad (5.15)$$

$$w_2 \geq p_2 - v_2 \quad (5.16)$$

$$v_1 \geq t_3 - t_2 - w_1 - (2\epsilon + \mu) - M(1 - z_1) \quad (5.17)$$

$$v_1 \leq t_3 - t_2 - w_1 - (2\epsilon + \mu) + M(1 - z_1) \quad (5.18)$$

$$v_1 \geq T - t_2 - t_3 - (2\epsilon + \mu) - w_1 - Mz_1 \quad (5.19)$$

$$v_1 \leq T - t_2 - t_3 - (2\epsilon + \mu) - w_1 + Mz_1 \quad (5.20)$$

$$v_1 \leq T \quad (5.21)$$

$$v_2 \geq t_4 - (w_2 + 2\epsilon + \mu) - t_3 - M(1 - z_2) \quad (5.22)$$

$$v_2 \leq t_4 - (w_2 + 2\epsilon + \mu) - t_3 + M(1 - z_2) \quad (5.23)$$

$$v_2 \geq T - t_3 + t_4 - (2\epsilon + \delta + w_2) - Mz_2 \quad (5.24)$$

$$v_2 \leq T - t_3 + t_4 - (2\epsilon + \delta + w_2) + Mz_2 \quad (5.25)$$

$$v_2 \leq T \quad (5.26)$$

$$t_l, u_l, w_1, w_2, v_1, v_2 \geq 0 \quad \forall l = 1, \dots, 4 \quad (5.27)$$

Bu modelde;

(1) nolu kısıt sistemin başladığı konum ile bitiş konumunun aynı olmasını sağlar. Bu kısıt, olurlu bir döngü tanımında yer alan son aktivite çiftinden 1. aktivite çiftine geri dönülmesi durumunu karşılar.

(2) nolu kısıt her bir aktivite çiftinin kendinden sonra sadece 1 ardılı olmalıdır koşulunu sağlar.

(3) nolu kısıt her bir aktivite çiftinin sadece 1 öncülü olmalıdır koşulunu sağlar.

(4) ve (5) nolu kısıtlar olurlu bir döngüde alt tur oluşması durumunu engeller.

(6), (7) ve (8) nolu kısıtlar Tablo 5.2’de belirtilen mesafe matrisinde bekleme zamanlarının modellenmesi için gerekli kısıtlardır.

(9)-(14) arasındaki kısıtlar bekleme zamanları ile (y) karar değişkeni arasındaki ilişkiyi sağlamak ve doğrusal olmayan kısıtların doğrusallaştırılması için kullanılır.

Burada y değişkeni aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$y_{l,k} = w_{l,k}x_{l,k}.$$

(15)-(16) nolu kısıtlar robot bekleme zamanlarındaki maksimum ifadesinin doğrusallaştırılması için gerekli kısıtlardır.

(17)-(21) arasındaki kısıtlar L_1 ile biten aktivite çiftinin U_1 ile başlayan aktivite çiftinden önce ya da sonra kullanılması durumunun modellenmesini ifade eder. 1.makine ile ilgili bu durum Şekil 5.1 ve Şekil 5.2’de görülmektedir.

(22)-(26) arasındaki kısıtlar benzer şekilde L_2 ile biten aktivite çiftinin U_2 ile başlayan aktivite çiftinden önce ya da sonra kullanılması durumunun modellenmesini ifade eder. 2. makine ile ilgili bu durum Şekil 5.3 ve Şekil 5.4’da verilmektedir.

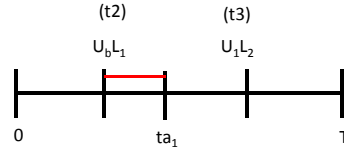
Şekil 5.1’de $t_{a_1} + w_1 + 2\epsilon + \delta = t_3$ ve $v_1 = t_{a_1} - t_2$ eşitliklerinden $v_1 = t_3 - w_1 - (2\epsilon + \delta) - t_2$ elde edilir.

Şekil 5.2’de $t_{a_1} + w_1 + 2\epsilon + \delta = t_3$ ve $T - t_2 + t_{a_1} = v_1$ eşitliklerinden $v_1 =$

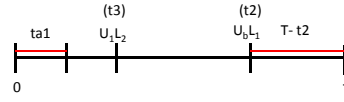
$T - t_2 + t_3 - w_1 - (2\epsilon + \delta)$ elde edilir.

Şekil 5.3'de $t_{a_2} - t_3 = v_2$ ve $t_{a_2} = t_4 - w_2 - (2\epsilon + \delta)$ eşitliklerinden $t_4 - w_2 - (2\epsilon + \delta) - t_3 = v_2$ elde edilir.

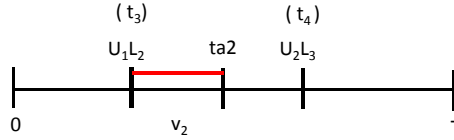
Şekil 5.4'da $v_2 = T - t_3 + t_{a_2}$ ve $t_{a_2} + w_2 + 2\epsilon + \delta = t_4$ eşitliklerinden $v_2 = T - t_3 + t_4 - w_2 - (2\epsilon + \delta)$ elde edilir.



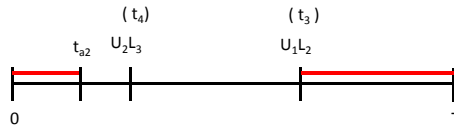
Şekil 5.1: L_1 aktivitesinin U_1 aktivitesinden önce kullanılması durumu



Şekil 5.2: L_1 aktivitesinin U_1 aktivitesinden sonra kullanılması durumu



Şekil 5.3: L_2 aktivitesinin U_2 aktivitesinden önce kullanılması durumu



Şekil 5.4: U_2 aktivitesinin L_2 aktivitesinden önce kullanılması durumu

Durum 2: $k = 1$ ve L_b aktivitesinin U_1 ile kullanılması durumu

Bu durum için genel halin matrisi Tablo 5.3'de verilmektedir.

Nereden/nereye	U_0L_1	U_bL_2	U_1L_b	U_jL_{j+1}
U_0L_1	—	$\delta + \epsilon + \mu$	$p_1 + \epsilon + \mu$	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 1 \delta$
U_bL_2	$3\delta + 2\epsilon$	—	$\delta + \epsilon + \mu + w_1$	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 2 \delta$
U_1L_b	$2\delta + 2\epsilon$	—	—	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 1 \delta$
U_iL_{i+1}	$(i + 2)\delta + 2\epsilon$	$i\delta + \epsilon + \mu$	$i\delta + w_1 + \epsilon + \mu$	$i = j$ ise — $i \neq j$ ise $\delta + 2\epsilon + w_j + j - i - 1 \delta$

Tablo 5.3: U_1L_b ile başlayan aktivite çiftlerinin mesafe matrisi

Durum 3: $k = 1$ ve L_b aktivitesinin U_2 ile kullanılması durumu

Bu durum için genel halin mesafe matrisi aşağıda verilmektedir.

From/to	U_0L_1	U_bL_3	U_1L_2	U_2L_b	U_jL_{j+1}
U_0L_1	—	$2\delta + \epsilon + \mu$	$2\epsilon + \delta + p_1$	$\delta + \epsilon + \mu + w_2$	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 1 \delta$
U_bL_3	$4\delta + 2\epsilon$	—	$3\delta + 2\epsilon + w_1$	$\delta + \epsilon + \mu + w_2$	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 3 \delta$
U_1L_2	$3\delta + 2\epsilon$	$\delta + \epsilon + \mu$	—	$p_2 + \epsilon + \mu$	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 2 \delta$
U_2L_b	$3\delta + 2\epsilon$	—	$2\delta + 2\epsilon + w_1$	—	$\delta + 2\epsilon + w_j + j - 2 \delta$
U_iL_{i+1}	$(i + 2)\delta + 2\epsilon$	$ 2 - i \delta + \mu + \epsilon$	$i\delta + w_1 + 2\epsilon + \delta$	$ 1 - i \delta + w_2 + \epsilon + \mu$	$i = j$ ise — $i \neq j$ ise $\delta + 2\epsilon + w_j + j - i - 1 \delta$

Tablo 5.4: U_2L_b aktivite çiftinin kullanıldığı mesafe matrisi

U_iL_{i+1} ve U_jL_{j+1} çiftleri arasında w_j için:

$$i + 1 = j \text{ ise } w_j = p_{i+1}$$

$$i + 1 \neq j \text{ ise } w_j = \max\{0, p_j - v_j\}$$

$$i = 3, \dots, m \text{ ve } j = 3, \dots, m.$$

Bu mesafe matrisinin makine sayısı 2 iken durumu Tablo 5.5’de verilmektedir.

From/to	U_0L_1	U_bL_3	U_1L_2	U_2L_b
U_0L_1	—	$2\delta + \epsilon + \mu$	$2\epsilon + \delta + p_1$	$\delta + \epsilon + \mu + w_2$
U_bL_3	$4\delta + 2\epsilon$	—	$3\delta + 2\epsilon + w_1$	$\delta + \epsilon + \mu + w_2$
U_1L_2	$3\delta + 2\epsilon$	$\delta + \epsilon + \mu$	—	$p_2 + \epsilon + \mu$
U_2L_b	$3\delta + 2\epsilon$	—	$2\delta + 2\epsilon + w_1$	—

Tablo 5.5: 2 makineli sistem ve Durum 3 için örnek bir mesafe matrisi

Durum 4: $k = 2$ Durumu

Bu aktivite çiftlerinin tüm sıralamaları robot ara stok alanı sınırsız varsayıldığı için olurludur. Ayrıca kullanılacak olan L_b aktivitelerinin aktivite

çifti oluşturabileceği $m + 1$ olası yer bulunmaktadır. Bu durumda toplam, $(m + 2)!C(m + 1, 2)$ tane olurlu 1-birim döngü bulunmaktadır. Bu durum 1-birim döngüde kullanılan L_b aktivitesinin kullanıldığı yere göre 3 alt durum da incelenir.

1. U_0L_b ve U_1L_b aktivite çiftlerinin kullanılması
2. U_0L_b ve U_2L_b aktivite çiftlerinin kullanılması
3. U_1L_b ve U_2L_b aktivite çiftlerinin kullanılması

Her bir alt durum için daha önce oluşturulan benzer mesafe matrisleri ile Durum 1'de açıklanan Model kullanılmaktadır.

Durum 5: $k = 3$ Durumu

Bu durum kullanılan modelde tüm makine boşaltma aktivitelerinden sonra L_b aktivitesinin kullanılması anlamına gelmektedir.

Sonuç olarak; 2 makine için 1-birim döngüde kullanılan L_b aktivitesi sayısı ve yerine göre 7 durum bulunmaktadır. Her bir durum için aktivite çiftleri arasındaki mesafe matrislerini parametre olarak kullanan karma tamsayılı bir matematiksel model geliştirilmiştir. Her bir durumda model çözdürülerek ulaşılan çözüm, verilen bir aktivite çifti dizisi için optimal 1-birim döngüsüdür. Tüm durumlar için amaç fonksiyonunu en iyileyen döngü sınırsız ara stok alanı varsayımı altında en iyi 1-birim döngüsüdür. Optimal olan 1-birim döngünün bulunması ve bu döngüde kullanılan aktivite sıralamasını dikkate alarak optimal ara stok alanı kapasitesine de ulaşılmaktadır. Makine sayısı artıka hem değerlendirilmesi gereken alternatif mesafe matrisleri artacak hem de mesafe matrislerinin boyutu artacaktır.

5.2 q -birikimli döngüler

Robot üzerindeki ara stok alanı sonsuz olduğunda 1-birim döngüler çok kısıtlayıcı olmaktadır. Stok alanının getirisinden daha fazla faydalanabilmek için

yeni bir döngü sınıfı tanımlanmıştır. q -birikimli döngü adı verilen bu döngü sınıfı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tanım 7. *Aşağıdaki robot hareketlerini içeren aktivite sıralamaları q -birikimli döngü olarak tanımlanır.*

- *Robot girdi stok alanından q tane parçayı alır, döngü süresince bir daha girdi stok alanına uğramaz.*
- *Bu q parçanın makinelerde üretimini sağlayarak stok alanında biriktirir.*
- *Döngü sonunda bir kez çıktı stok alanına gider ve üretilen q adet parçayı bu alana bırakır.*

Bu döngüler içerisinde her bir parçanın üretimi için aynı robot hareket sıralamalarından oluşan kısma tekrarlanan bölüm denir. Tekrarlanan kısımda bazı parçaların üretimi için aktivite sıralaması farklılık gösterebilir. Örneğin; tekrar eden kısımda ilk aktivite çifti U_0L_1 ise bu durumda $(q - 1)$ tane parçayı robot kendi üzerindeki ara stok alanına yükler ve son parça tutucu el ile M_1 'e yüklenir. Bunun sebebi, aynı parçayı stok alanına bırakıp sonra hemen geri alma durumunda oluşan gereksiz hareketten kurtulmaktır. Benzer şekilde, tekrar eden son aktivite çifti U_2L_b ise son işlemi biten parça, robot üzerindeki stok alanına bırakılmadan tutucu el ile çıktı stok alanına bırakılır. Girdi ve çıktı stok alanına sadece 1 kez uğrandığı ve q tane parça üretildiği için bu döngüler makineler arası transfer zamanı açısından avantajlıdır. Fakat; üretilen q tane parçanın stok alanına yüklenip boşaltılması durumunda μ ile ilgili toplam zaman artacaktır. Fakat, $\mu \leq \delta$ varsayımı nedeniyle bu tip döngüler çoğu durumda 1-birim döngülerden daha iyi sonuç vermektedir. Diğer taraftan, L_bU_b aktivitelerinin ardışık kullanılması durumunda tanımlı olan ϕ zamanı pratikte oldukça küçük bir zaman olduğu için ve zaten karmaşık olan analizleri daha da karmaşıklatacağı için bu bölümde sıfır olarak alınmıştır. Bu yeni tanımlanan döngülerde, sistemden q tane parça çıktığı için 1-birim çevrim zamanı bir döngüde üretilen parça sayısı olan q 'nın bir fonksiyonudur. Olurlu döngüler için gerekli şartları sağlayan toplam 26 adet q - birikimli döngü bulunmaktadır. Bu bölümde tüm olurlu q -birikimli döngü çevrim zamanları fonksiyonları bulunmuş ve bu fonksiyonların q 'ya göre davranışları analiz edilmiştir. Döngülerin

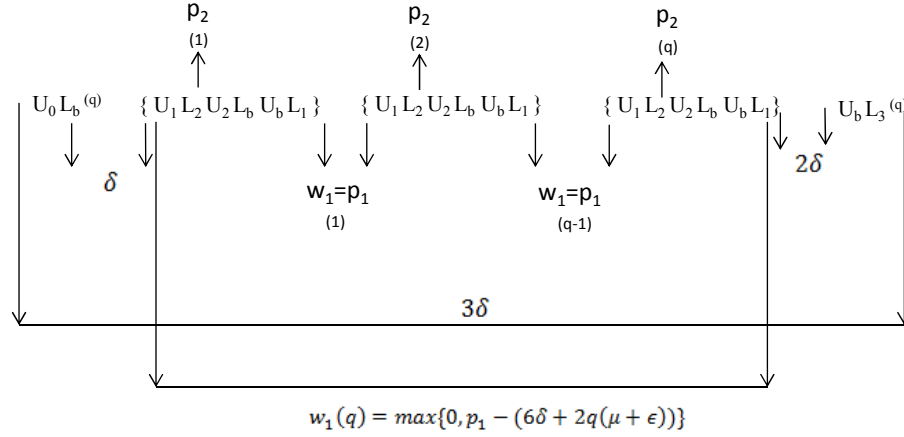
çevrim zamanlarının hesabı 1-birim döngülerde olduğundan daha karmaşıktır. Örnek olarak, C_8^∞ döngüsünün çevrim zamanı hesabını detaylıca açıklayalım. Bu döngünün çevrim zamanı aşağıdaki robot hareketleri sırası takip edilerek hesaplanacaktır. Analizi kolaylaştırmak için her bir tekrarda (1 parçanın üretilmesi sırasında) toplam yükleme ve boşaltma, transfer zamanları toplamı T olarak tanımlanmıştır. Bu süreye içerisinde robotun makineler önündeki bekleme zamanları dahil değildir. Döngü başlangıcında 1. makinede işlenmekte olan bir parça var iken 2. makine boştur. Robot ise girdi stok alanının önündedir.

1. Robot kendi ara stok alanından q tane parçayı alır. Robotun her bir stok alanı bölmesine erişmesi ve eski pozisyonuna geri dönmesi μ ile tanımlandığı için bu süre $q(\mu + \epsilon)$ 'dur.
2. 1. makineye daha önceden yüklenen parçayı boşaltmak için hareket eder (δ).
3. Tekrarlanan kısımda ilk aktivite ve son aktivite çifti daha önceden belirtilen özel durumları içermediği için T süresi bu döngünün çevrim zamanında q kez yer alır. Tekrar eden kısım $(U_1L_2U_2L_bU_bL_1)$ olduğu için $T = 4\epsilon + 2\delta + \mu + \phi$ olarak bulunur.
4. Her tekrar eden aktivite sıralaması U_bL_1 ile sonlandığı ve yeni bir tekrarlanan kısım U_1L_2 ile devam ettiği için makineler arası herhangi bir transfer zamanına ihtiyaç yoktur.
5. q . parçanın işlemi tamamlandıktan sonra robot kendi ara stok alanındaki parçayı 1.makineye yükler ve böylece tekrar eden kısmın son q . tekrarı tamamlanır. Kendi üzerinde biriktirdiği q tane parçayı çıktı stok alanına bırakmak için hareket eder (2δ).
6. Çıktı stok alanına q tane parçayı bırakır.
7. Döngünün tamamlanması için robotun döngüye başladığı yer olan girdi stok alanına gitmesi gerekir ve bu süre (3δ) 'dır.
8. Robot son parçanın işlenmesi dışında M_1 makinesi önünde tam bekleme ve tüm parçaların işlenmesi için M_2 makinesi önünde tam bekleme yapar.

Bu durumda ilgili robot bekleme zamanları $(q - 1)p_1 + qp_2$ şeklinde hesaplanır. Ancak döngünün aktivite sıralamasında da görüldüğü gibi son tekrarda M_1 'in yüklenmesinden sonra robot çıktı stok alanına gider (2δ) ve q tane parçayı bu alana bırakır ($q(\mu + \epsilon)$), girdi stok alanına gider (3δ), bu alandan q tane parçayı kendi üzerindeki stok alanına yerleştirir ($q(\mu + \epsilon)$), 1. makineye daha önceden yüklenen parçayı boşaltmaya gider (δ). Bu nedenle son kısımdaki 1. makine ile ilgili bekleme zamanı diğer bekleme zamanlarından farklıdır ve q 'nun bir fonksiyonudur. İlgili bekleme zamanı, $w_1(q)$ ile gösterilir ve $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (6\delta + 2q(\mu + \epsilon))\}$ ile hesaplanır. Elde edilen toplam süre döngüde üretilen parça sayısı olan q 'ya bölüldüğünde ise 1 parça için ortalama çevrim zamanı bulunur. Böylece C_8^∞ döngüsü ile üretilen 1 parçanın çevrim zamanı aşağıdaki gibi hesaplanır. Döngünün aktivite sıralaması ve ilgili süreler Şekil 5.5'de gösterilmektedir.

$$T_8^\infty(q) = 6\epsilon + 2\delta + 3\mu + p_1 + p_2 + \frac{6\delta - p_1 + w_1(q)}{q}. \quad (5.28)$$

Bu bölümde $\phi \rightarrow 0$ varsayıldığı için bu kısımda yer alan döngü çevrim zamanlarında ϕ ile ilgili kısımlara yer verilmemiştir.



Şekil 5.5: C_8^∞ döngüsünün aktivite sıralamasının şekli

5.2.1 q -birikimli döngülerinin çevrim zamanı hesabı

q -birikimli döngülerin tekrarlanan ortadaki kısmında aktivite sıralaması 1-birim döngülerde olduğu gibidir. Tekrarlanan kısımda girdi alanından parça

almak ve çıktı alanına parça bırakmak dışında her makine tam 1-kez yüklenir ve 1 defa boşaltılır. 1-birim döngülerin ilgili q -birikimli döngüde yer alması için içerisinde U_2L_b aktivite çiftinin bulunması gerekir. Çünkü; q -birim döngülerin tanımı gereği q ya da $q - 1$ tane parça robot ara stok alanından alınarak çıktı stok alanına bırakılacaktır. $q - 1$ parçanın stok alanından alındığı durumda son üretilen parça robot tutucusu ile ara stok alanına bırakılmadan çıktı alanına taşınacaktır. Yani, bu kadar parça ikinci makinede işlendikten sonra stok alanına bırakılacaktır. Bu döngülerde sistemden q tane tamamlanmış parça çıktığı için elde edilen çevrim zamanları q 'nın bir fonksiyonu şeklindedir. Bir tane parçanın çevrim zamamı ise toplam çevrim zamanının q 'ya bölünmesi ile elde edilir. Çevrim zamamı fonksiyonlarının benzerliklerine göre bu döngüler gruplandırılabilir. Analizlerin kolaylaştırılması için bu gruplardan faydalanılacaktır. Bütün q -birikimli döngülerin aktivite sıralamaları Tablo 5.6'de verilmektedir.

q -birikimli döngülerin aktivite sıralamaları	
C_1^∞	$[U_0L_b]^{[q-1]}[U_0L_1U_1L_2U_2L_b]^{[1]}[U_bL_1U_1L_2U_2L_b]^{[q-2]}[U_bL_1U_1L_2U_2L_3]^{[1]}[U_bL_3]^{[q-1]}$
C_2^∞	$[U_0L_b]^{[q-1]}[U_0L_1U_bL_2U_1L_bU_2L_b]^{[1]}[U_bL_1U_bL_2U_1L_bU_2L_b]^{[q-2]}[U_bL_1U_bL_2U_1L_bU_2L_3]^{[1]}[U_bL_3]^{[q-1]}$
C_3^∞	$[U_0L_b]^{[q-1]}[U_0L_1U_bL_2U_2L_bU_1L_b]^{[1]}[U_bL_1U_bL_2U_2L_bU_1L_b]^{[q-1]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_4^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_bL_2U_bL_1U_1L_bU_2L_b]^{[q-1]}[U_bL_2U_bL_1U_1L_bU_2L_3]^{[1]}[U_bL_3]^{[q-1]}$
C_5^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_bL_2U_bL_1U_2L_bU_1L_b]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_6^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_bL_2U_2L_bU_bL_1U_1L_b]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_7^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_2L_bU_bL_1U_1L_2]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_8^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_1L_2U_2L_bU_bL_1]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_9^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_1L_2U_bL_1U_2L_b]^{[q-1]}[U_1L_2U_bL_1U_2L_3]^{[1]}[U_bL_3]^{[q-1]}$
C_{10}^∞	$[U_0L_b]^{[q-1]}[U_0L_1U_1L_bU_2L_bU_bL_2]^{[1]}[U_bL_1U_1L_bU_2L_bU_bL_2]^{[q-1]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{11}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_bL_2U_2L_bU_1L_bU_bL_1]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{12}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_1L_bU_bL_1U_bL_2U_2L_b]^{q-1}[U_1L_bU_bL_1U_bL_2U_2L_3]^{[1]}[U_bL_3]^{[q-1]}$
C_{13}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_2L_bU_bL_1U_bL_2U_1L_b]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{14}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_2L_bU_bL_2U_bL_1U_1L_b]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{15}^∞	$[U_0L_b]^{[q-1]}[U_0L_1U_2L_bU_1L_2]^{[1]}[U_bL_1U_2L_bU_1L_2]^{[q-1]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{16}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_2L_bU_1L_2U_bL_1]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{17}^∞	$[U_0L_b]^{[q-1]}[U_0L_1U_2L_bU_1L_bU_bL_2]^{[1]}[U_bL_1U_2L_bU_1L_bU_bL_2]^{[q-1]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{18}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_bL_2U_1L_bU_2L_bU_bL_1]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{19}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_1L_bU_2L_bU_bL_1U_bL_2]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{20}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_1L_bU_2L_bU_bL_2U_bL_1]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{21}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_2L_bU_1L_bU_bL_1U_bL_2]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{22}^∞	$[U_0L_b]^{[q]}[U_2L_bU_1L_bU_bL_2U_bL_1]^{[q]}[U_bL_3]^{[q]}$
C_{23}^∞	$U_0L_b^{[q-1]} - [U_0L_1U_2L_bU_bL_2U_1L_b]^{[1]} - [U_bL_1U_2L_bU_bL_2U_1L_b]^{[q-1]} - [U_bL_3]^{[q]}$
C_{24}^∞	$U_0L_b^{[q]} - [U_1L_bU_bL_1U_2L_bU_bL_2]^{[q]} - [U_bL_3]^{[q]}$
C_{25}^∞	$U_0L_b^{[q]} - [U_bL_2U_1L_bU_bL_1U_2L_b]^{[q-1]} - [U_bL_2U_1L_bU_bL_1U_2L_3]^{[1]} - [U_bL_3]^{[q-1]}$
C_{26}^∞	$U_0L_b^{[q]} - [U_2L_bU_bL_2U_1L_bU_bL_1]^{[q]} - [U_bL_3]^{[q]}$

Tablo 5.6: q -birikimli döngülerin aktivite sıralamaları

Bu tabloda yer alan döngüler çevrim zamanı benzerliklerine göre 5 grup içerisinde değerlendirilir. $C_1^\infty - C_6^\infty$ arasındaki döngüler Grup 1, C_7^∞ ve C_8^∞ Grup 2, $C_9^\infty - C_{14}^\infty$ arasındaki döngüler Grup 3, $C_{15}^\infty - C_{22}^\infty$ arasındaki döngüler Grup 4 ve $C_{23}^\infty - C_{26}^\infty$ arasındaki döngüler ise özel durumlar içerisinde değerlendirilir.

Grup 1: Tablo 5.8’de Grup 1’de yer alan döngülerin çevrim zamanları ve ilgili robot bekleme zamanları verilmektedir. Bu grupta yer alan döngülerde, q ’nun bağlı olduğu terimler (katsayı)/ q şeklinde bulunmaktadır. Bu gruptaki robot bekleme zamanları q ’nun fonksiyonu değildir. $\mu \leq \delta$ varsayımı ile bu grupta yer alan çevrim zamanları q arttıkça azalır. Yani q ’nun artırılması ya da ara stok alanı kapasitesinin artırılması birim çevrim zamanını azaltmaktadır. Ancak, ara stok alanı kapasitesinin 1-birim artırılmasının çevrim zamanı üzerinde marjinal faydası q değeri arttıkça azalmaktadır. Bu nedenle, q ’nun çok büyük bir değer aldığı anda elde edilebilecek maksimum faydanın (minimum çevrim zamanının) büyük bir kısmı çok daha küçük bir stok alanı kapasitesi ile elde edilebilmektedir. Bu özelliği bir örnek döngü (C_7^∞) üzerinde açıklayalım. Hücre parametreleri: $p_1 = 12$, $p_2 = 50$, $\delta = 2$, $\epsilon = 4$ ve $\mu = 1$ olarak verilsin. Değişen q değerlerine göre çevrim zamanı değerleri ve ara stok alanı kapasitesi Tablo 5.7’de verilmektedir.

q	Çevrim zamanı	% İyileşme	Ara stok alanı
1	121		2
2	107	11,57	3
3	102,3	15,42	4
4	100	17,35	5
5	98,6	18,51	6
6	97,66	19,28	7
7	97	19,83	8
8	96,5	20,24	9
9	96,11	20,56	10
10	95,8	20,82	11

Tablo 5.7: Değişen q değerlerine göre çevrim zamanı değişimi

Döngü	Robot bekleme ve çevrim zamanları
C_1^∞	$T_1^\infty = 6\epsilon + 2\delta + 3\mu + p_1 + p_2 + \frac{4\delta-3\mu}{q}$
	$T_2^\infty = 6\epsilon + 4\delta + 5\mu + w_1 + w_2 + \frac{4\delta-3\mu}{q}$
C_2^∞	$w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$
	$w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_1)\}$
C_3^∞	$T_3^\infty = 6\epsilon + 2\delta + 5\mu + w_1 + p_2 + \frac{6\delta-2\mu}{q}$
	$w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_2)\}$
C_4^∞	$T_4^\infty = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + p_1 + w_2 + \frac{6\delta-\mu}{q}$
	$w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_1)\}$
	$T_5^\infty = 6\epsilon + 4\delta + 5\mu + w_1 + w_2 + \frac{6\delta-\mu}{q}$
C_5^∞	$w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2)\}$
	$w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$
C_6^∞	$T_6^\infty = 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + p_1 + p_2 + \frac{6\delta-\mu}{q}$

Tablo 5.8: Grup 1 için bekleme ve çevrim zamanları

$q = 10$ ise ara stok alanı kapasitesinin (B) en az 11 olması gerekir. Çünkü, döngüde her bir parçanın üretiminin tamamlanması için gerekli aktivite sıralamasında U_2L_b bulunmaktadır. Yani q tane parça girdi stok alanından alındıktan sonra tekrar eden kısmın ilk U_2L_b çifti için 1 birim ek kapasiteye daha ihtiyaç duyulacaktır. Bu nedenle, robotun ara stok alanı kapasitesi (B), $q + 1$ olarak ifade edilebilir. Çevrim zamanı için elde edilebilecek maksimum azalma: $((121-95,8)/121)100=\%20,82$ şeklinde bulunur. Bu iyileşmenin en az % 80'i (%16,65) $q = 4$ değerinde yani ara stok alanı kapasitesi 5 iken sağlanır.

Grup 2: Bu gruptaki döngülerin çevrim ve bekleme zamanları Tablo 5.9'da verilmektedir. Bu grupta sadece 1 makine önünde q 'ya bağlı robot bekleme zamanı bulunmaktadır. Çevrim zamanı fonksiyonunun q 'ya göre davranışını bulmak için alt durumların incelenmesi gerekmektedir. Yapılan analiz aynı grup içerisinde tüm döngülerde benzer olduğu için sadece bir tanesi örnek olarak anlatılacaktır. Bu amaçla, C_7^∞ döngüsünü ele alalım. Bu döngünün çevrim zamanı fonksiyonunda $w_2(q)$ q 'ya göre azalan bir yapıdadır. q değerinin alabileceği en küçük değer 1'dir. Bu durum sistemden tamamlanmış 1 adet parçanın çıktığı döngüyü ifade eder. Robotun 2. makine önünde bekleme süresi $\max\{.\}$ fonksiyonu için q 'nın belli bir değerine kadar pozitif iken, belli bir değerden sonra 0 olarak dışarı çıkar. q 'nın hangi değerine kadar fonksiyonun pozitif

olduğunu bulmak için $w_2(q)$ fonksiyonunda:

$p_2 - (6\delta + 2q(\mu + \epsilon)) = 0$ eşitliğinden q değeri bulunur ve bu değere x denir. q değeri $[1, x)$ aralığında iken $w_2(q)$ değeri pozitif iken, bu değerden sonra 0 olarak bulunur. x 'in aldığı değerlere göre alt durumun incelenmesi ile çevrim zamanının q 'ya göre davranışı belirlenir.

Döngü	Bekleme ve çevrim zamanları
C_7^∞	$T_7^\infty = 6\epsilon + 2\delta + 3\mu + p_1 + p_2 + \frac{(6\delta - p_2 + w_2(q))}{q}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + 2q(\mu + \epsilon))\}$
C_8^∞	$T_8^\infty = 6\epsilon + 2\delta + 4\mu + p_1 + p_2 + \frac{(6\delta - p_1 + w_1(q))}{q}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (6\delta + 2q(\mu + \epsilon))\}$

Tablo 5.9: Grup 2'de yer alan q -birikimli döngülerin bekleme ve çevrim zamanları

Durumlar: İlgili döngünün çevrim zamanı ve robotun 2. makine önündeki bekleme sürelerinin ifadesi aşağıdaki eşitlikler ile verilmiştir.

$$T_7^\infty = 6\epsilon + 2\delta + 3\mu + p_1 + p_2 + \frac{(6\delta - p_2 + w_2(q))}{q}. \quad (5.29)$$

$$w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + 2q(\mu + \epsilon))\}. \quad (5.30)$$

- 1) Eğer $x < 1$ ise, $w_2(q) = 0 \forall q \geq 1$ 'dir. Bu koşullar altında eşitlik 5.29'den, $T_7^\infty = 6\epsilon + 2\delta + 3\mu + p_1 + p_2 + (6\delta - p_2)/q$ olarak hesaplanır. Bu durumda bulunan çevrim zamanı Grup 1'e benzemektedir. Fakat, p_2 'nin aldığı değere göre q 'nun çevrim zamanı içerisinde yer aldığı terim pozitif ya da negatif olabilir.

- 1.1) Eğer $p_2 < 6\delta$ ise çevrim zamanı q 'ya göre azalan bir fonksiyondur ve optimal q değeri aşağıdaki eşitlikten hesaplanır.

$$q_{sl} \geq \frac{q_{max}}{(1 - \gamma)q_{max} + \gamma} \quad (5.31)$$

Burada, B_{max} sistemde kullanılacak olan robotun alabileceği en büyük kapasiteyi, q_{max} ise bu kapasite değeri için üretilebilecek parça sayısının üst limitini gösterebilir. q -birikimli döngülerde tekrar eden

ortadaki kısım için gerekli stok alanı kapasitesi r ile ifade edildiğinde; $q_{max} = B_{max} - r$ olarak bulunur. Eşitlik 5.31'deki γ parametresi de B_{max} kapasiteli bir robot ile elde edilebilecek faydanın belirli bir oranını (yüzde ile) ifade eder.

1.2) Eğer $p_2 \geq 6\delta$ ise çevrim zamanı Eşitlik 5.29'den q 'ya göre önce sabit sonra artan bir fonksiyondur ve optimal q değeri 1'dir.

2) Eğer $x \geq 1$ ise $w_2(q)$ değeri Eşitlik 5.30 $q < x$ değerine kadar pozitifdir ve çevrim zamanı $4\epsilon + 2\delta + \mu + p_1 + p_2$ 'dir. Bu aralıkta çevrim zamanı q 'ya göre sabittir. q değeri $x + 1$ 'a eşit olduğu zaman $w_2(q) = 0$ olur ve çevrim zamanının [5.29] q 'ya göre davranışını belirlemek için değerlendirecek tek terim $(6\delta - p_2)/q$ 'dir. $x \geq 1$ koşulu altında p_2 en az $6\delta + 2\epsilon + 2\mu$ olarak bulunur. Bu nedenle, $(6\delta - p_2)/q$ terimi negatiftir ve çevrim zamanı q 'ya göre artar. Bu aralık için ara stok alanı kapasitesinin artırılmasının çevrim zamanı üzerinde herhangi bir etkisi yoktur. Sonuç olarak, bu aralıktaki en iyi q değeri 1'dir.

Bu analiz sonucunda bu gruptaki çevrim zamanlarının q 'ya göre davranışı için üç olası durum ortaya çıkmaktadır.

1) Belli bir q değerine kadar sabit ve sonra artan:

Bu durum için optimal q değeri 1'dir. Bunun sebebi q 'nun artırılmasının amaç fonksiyonu değerini iyileştirmeyeceğidir. Diğer taraftan q 'nun artması ara stok alanı kapasitesi artması anlamına gelir. Bu da daha maliyetli bir robot demektir.

2) q 'ya göre azalan:

Bu durum için optimal q değeri Eşitlik 5.31'den hesaplanır. Çünkü, sonsuz ara stok kapasitesi ile sağlanabilecek faydanın çok büyük bir kısmı aslında daha küçük olan bir robot kapasitesiyle sağlanabilmektedir. Bunun sebebi, q değeri artışının çevrim zamanı üzerindeki azalmaya olan marjinal etkisinin zamanla azalmasıdır.

3) q 'ya göre artan:

Bu durumda, q değeri artışı çevrim zamanı değerini iyileştirmediği (azaltmadığı) için optimal q değeri 1'dir.

Grup 3: Bu grupta ise q 'ya bağılı 2 terim bulunmaktadır. İlk terim, hücre parametreleri cinsinden sabit bir terimin q 'ya bölünmesi şeklinde iken, 2. terim q 'ya bağılı robot bekleme zamanlarının q 'ya bölünmesi şeklindedir. Tablo 5.10'de görüldüğü gibi $w_1(q) \leq w_1, \forall q \geq 1$ 'dir. Bu durumda çevrim zamanının q 'ya göre davranışını belirlemek için aşağıdaki üç alt durumun incelenmesi gerekir. Örnek olarak, bu gruptan C_9^∞ döngüsünü ele alalım.

- 1) Eğer $w_1(q) = 0$ ve $w_1 = 0, \forall q \geq 1$ ise, $T_4^\infty = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{4\delta - 2\mu}{q}$ terimi pozitiftir. Böylece, bu koşul altında çevrim zamanının q 'ya göre azaldığı belirlenir. En az γ faydayı sağlayacak minimum q değeri ve buna karşılık gelen ara stok alanı kapasitesi Eşitsizlik 5.31'den bulunur.
- 2) Eğer $w_1(q) > 0$ ve $w_1 > 0$ ise $w_1(q)$ en az $q = 1$ için pozitiftir. Yani, $p_1 \geq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ ve $w_1(q) - w_1 = -4\delta + 2\mu - 2q(\mu + \epsilon)$ olarak bulunur. Bu koşul altında çevrim zamanı fonksiyonu q 'dan bağımsız ve sabittir ($T_4^\infty = 4\epsilon + 4\delta + 2\mu + w_1 + w_2$). q değeri artırıldığında $w_1(q)$, q 'ya göre azalan bir fonksiyon olduğu için belli bir q değerinden sonra 0 olur. Bu durumda ise, $T_4^\infty(q) = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{6\delta + \epsilon - \mu + w_2 - p_1}{q}$ olarak bulunur. $p_1 \geq 6\delta + 3\epsilon + \mu + w_2$ olduğu için çevrim zamanı q 'ya göre artar. Yani, optimal q değeri 1'dir.
- 3) Eğer $w_1(q) = 0$ ve $w_1 > 0, \forall q \geq 1$ ise, $T_4^\infty(q) = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{6\delta + \epsilon - \mu + w_2 - p_1}{q}$ 'dur. Bu durum için de p_1 'in alacağı değere göre 2 alt durumun incelenmesi gerekir.
 - 3.1) Eğer $p_1 \leq 6\delta + \epsilon - \mu + w_2$ ise çevrim zamanı q 'ya göre azalır. Bu durumda, optimal $q \geq \frac{q_{max}}{(1 - \gamma)q_{max} + \gamma}$ eşitsizliğini sağlayan en küçük q değeridir.
 - 3.2) Eğer $p_1 > 6\delta + \epsilon - \mu + w_2$ ise çevrim zamanı q 'ya göre artar. Bu durumda optimal q değeri 1'dir.

Döngü	Bekleme ve çevrim zamanları
C_9^∞	$T_9^\infty = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{4\delta - 2\mu}{q} + \frac{(w_1(q) - w_1)}{q}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (6\delta + 2\epsilon + w_2 + (2q - 1)(\epsilon + \mu))\}$
C_{10}^∞	$T_{10}^\infty = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + p_1 + w_2 + \frac{4\delta - 2\mu}{q} + \frac{(w_2(q) - w_2)}{q}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\epsilon + 2\delta + 2\mu + p_1)\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + 2\epsilon + p_1 + 2q(\epsilon + \mu))\}$
C_{11}^∞	$T_{11}^\infty = 6\epsilon + 6\mu + 2\delta + p_2 + w_1 + \frac{6\delta - \mu}{q} + (1/q)(w_1(q) - w_1)$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_2)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 1)(\mu + \epsilon) + p_2)\}$
C_{12}^∞	$T_{12}^\infty = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + p_2 + w_1 + (1/q)(4\delta - 2\mu) + (1/q)(w_1(q) - w_1)$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_2)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + \mu + p_2 + (2q - 1)(\mu + \epsilon))\}$
C_{13}^∞	$T_{13}^\infty = 6\epsilon + 5\mu + 4\delta + w_1 + w_2 + 6\delta/q + (1/q)(w_2(q) - w_2)$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_1)\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 1)(\epsilon + \mu) + w_1)\}$
C_{14}^∞	$T_{14}^\infty = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + p_1 + w_2 + 6\delta/q + (w_2(q) - w_2)/q$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_1)\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (8\delta + p_1 + (2q + 1)(\mu + \epsilon))\}$

Tablo 5.10: Grup 3 için q -birikimli döngülerin çevrim ve bekleme zamanları

Grup 4: İlgili robot bekleme zamanları ve çevrim zamanları Tablo 5.11’de verilmektedir. Bu grupta ise her makine için q ’ya bağlı olmayan kısmı bekleme zamanlarının yanı sıra q ’ya bağlı bekleme zamanları da bulunmaktadır. Sonuç olarak, bu gruptaki döngüler için de optimal q değeri ya 1’dir ya da ∞ ’dur. Fakat, γ faydanın sağlandığı minimum q değeri çok düşüktür.

Döngü	Bekleme ve çevrim zamanları
C_{15}^{∞}	$T_{15}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + (1/q)(4\delta - 2\mu) + (1/q)[(w_1(q) + w_2(q)) - (w_1 + w_2)]$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2(q))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + 2\epsilon + (2q - 1)(\epsilon + \mu))\}$
C_{16}^{∞}	$T_{16}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + (1/q)[(6\delta + w_1(q) + w_2(q)) - w_1 + w_2]$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 1)(\epsilon + \mu) + w_2(q))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 1)(\epsilon + \mu))\}$
C_{17}^{∞}	$T_{17}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 5\mu + w_1 + w_2 + (1/q)(4\delta - 2\mu) + (w_1(q) + w_2(q)) - (1/q)(w_1 + w_2)$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2(q))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + 2\epsilon + (2q - 1)(\mu + \epsilon))\}$
C_{18}^{∞}	$T_{18}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 5\mu + w_1 + w_2 + \frac{6\delta - \mu}{q} + (1/q)(w_1(q) + w_2(q) - (w_1 + w_2))$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_1)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 1)(\mu + \epsilon))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_1(q))\}$
C_{19}^{∞}	$T_{19}^{\infty} = 6\epsilon + 5\mu + 4\delta + w_1 + w_2 + (1/q)(4\delta - w_1 - w_2) + (1/q)(w_1(q) + w_2(q))$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_1)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (6\delta + (2q + 1)(\mu + \epsilon))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + (2q + 1)(\mu + \epsilon) + w_1(q))\}$
C_{20}^{∞}	$T_{20}^{\infty} = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + \phi + p_1 + w_2 + (1/q)(6\delta + w_1(q) - p_1) - (1/q)(w_2 - w_2(q))$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (6\delta + 2q(\mu + \epsilon))\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_1)\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 2)(\epsilon + \mu) + w_1(q))\}$
C_{21}^{∞}	$T_{21}^{\infty} = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + p_2 + w_1 + (1/q)(6\delta - p_2 - w_1 + w_1(q) + w_2(q))$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_2)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 2)(\epsilon + \mu) + w_2(q))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (6\delta + 2q(\epsilon + \mu))\}$
C_{22}^{∞}	$T_{22}^{\infty} = 6\epsilon + 5\mu + 4\delta + w_1 + w_2 + (1/q)(6\delta + w_1(q) + w_2(q) - (w_1 + w_2))$ $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu + w_2)\}$ $w_2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$ $w_1(q) = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 1)(\mu + \epsilon) + w_2(q))\}$ $w_2(q) = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 1)(\epsilon + \mu))\}$

Tablo 5.11: Grup 4 için q -birikimli döngülerin çevrim ve bekleme zamanları

Bu grupta yer alan döngülerin çevrim zamanının q 'ya göre analizi için C_{15}^{∞} döngüsünü ele alalım. Diğer gruplarda yapılan analizlere benzer şekilde q 'ya göre davranışlarının belirlenmesi için A ve B ifadeleri sırasıyla $w_1(q) + w_2(q)$ ve $w_1 + w_2$ olarak tanımlansın. Bu durumda A ve B değerleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$A = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (6\delta + 2\epsilon + (2q - 1)(\epsilon + \mu))\} \text{ ve } B = \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}.$$

$q \geq 1$ için $A \leq B$ 'dir. Bu durumda üç olası durumun analiz edilmesi gerekir.

1) Eğer $A = 0$ ve $B = 0$ ise, $T_{15}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{4\delta - 2\mu}{q}$ 'dur. q 'ya bağlı terim pozitif olduğu için çevrim zamanı q 'ya göre azalır.

2) Eğer $A > 0$ ve $B > 0$ ise bazı alt durumlar incelenir.

2.1) Eğer $A = p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ ise B 'nin değerini belirlemek için 2 alt durum daha incelenmelidir.

2.1.1) Eğer $p_2 \leq p_1$ ise $B = p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ 'dur. Bu durumda $A = B$ ve $T_{15}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + (4\delta - 2\mu)/q$ 'dur. Bu fonksiyon ise q 'ya göre azalan bir fonksiyondur.

2.1.2) Eğer $p_1 \leq p_2$ ve $B = p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ ise;

a) Eğer $p_2 - p_1 = 4\delta - 2\mu$ ise çevrim zamanı fonksiyonu q 'dan bağımsız ve sabittir.

b) Eğer $p_2 - p_1 > 4\delta - 2\mu$ ise çevrim zamanı fonksiyonu q 'ya göre artar.

c) Eğer $p_2 - p_1 < 4\delta - 2\mu$ ise çevrim zamanı fonksiyonu q 'ya göre azalır.

2.2) Eğer $A = p_2 - (6\delta + 2\epsilon + (2q - 1)(\epsilon + \mu))$ ise B 'nin değerini belirlemek için 2 alt durum daha incelenmelidir.

2.2.1) Eğer $p_2 \geq p_1$ ise $B = p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ 'dür. Bu durumda, $T = 4\epsilon + 4\delta + 2\mu + w_1 + w_2$ 'dir ve q 'dan bağımsız sabittir. q değeri artırıldığında $A = 0$, $B = p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ 'dur. Bu durumda ise çevrim zamanı $6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{6\delta + \epsilon - \mu - p_2}{q}$ olarak bulunur. 2.2 koşulunda belirttiği gibi $p_2 \geq 6\delta + 3\epsilon + \mu$ 'dür. Sonuçta, bu koşul için fonksiyon önce sabit sonra artandır.

2.2.2) Eğer $p_1 > p_2$ ise $B = p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ 'dür. Bu durumda $T_{15}^{\infty} = 4\epsilon + 4\delta + 2\mu + \frac{p_2 - p_1}{q} + w_1 + w_2$ 'dir. Çevrim zamanında q 'ya bağlı tek kısım negatiftir ve q 'ya göre artar. A değeri q değeri artıkça azalır ve belli bir değerden sonra 0 olur. Bu durumda ise, $T_{15}^{\infty} = 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + \frac{6\delta + \epsilon - \mu - p_1}{q} + w_1 + w_2$ 'dir. $p_1 \geq 6\delta + \epsilon + \mu$ olduğu için çevrim zamanı fonksiyonu q 'ya göre artar. Bu koşul için de optimal q değeri 1'dir.

3) Eğer $A = 0$ ve $B > 0$ ise $p_1 \leq 2\delta + \epsilon + \mu$ olduğu için $B = p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)$ 'dur. Bu durumda ilgili döngünün çevrim zamanı $= 6\epsilon + 4\delta + 4\mu + w_1 + w_2 + \frac{6\delta + \epsilon - \mu - p_2}{q}$ 'dür. Bu durumda 3 alt durum incelenir.

(a) Eğer $p_2 > 6\delta + \epsilon - \mu$ ise fonksiyon artandır.

(b) Eğer $p_2 < 6\delta + \epsilon - \mu$ ise fonksiyon azalandır.

(c) Eğer $p_2 = 6\delta + \epsilon - \mu$ ise sabittir.

q -birikimli döngülerin farklı sınıflara girmiş olmasına rağmen elde edilen sonuç, fonksiyonların q 'ya göre ya azalan, ya artan ya da önce sabit sonra artan bir yapıda olduğunun bulunmasıdır.

Özel grup içerisinde yer alan döngülerin makine önündeki robot bekleme zamanları diğer gruplarda ele alınan bekleme zamanları yapısından farklıdır. Her iki makine önündeki bekleme zamanları birbirlerinin fonksiyonu şeklindedir. Son tekrarlanan kısımda L_1 ve L_2 aktivitelerinden hemen sonra U_1 ve U_2 gelmediği için kısmi bekleme durumu oluşmaktadır. Son kısımdaki bekleme zamanı q 'ya bağlı olduğu ve bu bekleme zamanı aradaki tüm bekleme zamanı ifadelerinde yer aldığı için toplam bekleme zamanı daha önceki gruplarda belirtildiği şekildedir. Bu kısımda yer alan her döngü için öncelikle $q = 2$ iken bekleme zamanları ifadeleri elde edilip genel q değeri için ise durum genellenecektir.

C_{23}^∞ döngüsünü $q = 2$ için aktivite sıralaması aşağıda verildiği gibidir.

$$U_0L_bU_0L_1(\mathbf{w}_2^1)U_2L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^1)U_1L_bU_bL_1(\mathbf{w}_2^2)U_2L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^2)U_1L_bU_bL_3U_bL_3.$$

Bu döngüde 2 tane parça üretildiği için iki tip w_1 ve iki tip w_2 bekleme zamanı vardır. w_i^j i . makine önünde j . tip beklemeyi ifade etsin, $i = 1, 2$ ve $j = 1, 2, \dots, q$. İlgili robot bekleme zamanları aşağıdaki eşitlikler ile bulunur.

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^1)\} \quad (5.32)$$

$$w_1^2 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^2)\} \quad (5.33)$$

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (8\delta + 2q(\mu + \epsilon) + 2\epsilon - \mu + w_1^1)\} \quad (5.34)$$

$$w_2^2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^1)\} \quad (5.35)$$

C_{23}^∞ döngüsü içerisinde yer alan bekleme zamanları aşağıdaki eşitlikler ile genel q değeri için ifade edilebilir.

$$w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^i)\}, i = 1, \dots, q.$$

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (8\delta + 2q(\mu + \epsilon) + 2\epsilon - \mu + w_1^q)\}.$$

$$w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^{i-1})\}, i = 2, \dots, q.$$

Bu eşitlikler kullanılarak C_{23}^∞ döngüsünün çevrim zamanı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$T_{23}^\infty = 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + \frac{6\delta - 3\mu}{q} + \sum_{i=1}^q w_1^i + w_2^1 + \sum_2^q w_2^i.$$

Bu özel grupta yer alan döngülerde toplam bekleme zamanı ifadesini bulmak için iteratif bir çözüm yaklaşımı izlenebilir. Bu yaklaşımda, ilk iterasyon için $w_1^1 = 0$ alınarak başlanır. Bu değer w_2^2 ifadesi içerisinde yer alması sebebiyle eşitlik $w_1^1 = 0$ için w_2^2 hesaplanır. Bu bekleme zamanı da w_1^2 içerisinde yer aldığı için bulunan w_2^2 değeri w_1^2 'de yerine yazılarak hesaplanır. İlk iterasyon için w_1^2 değeri kullanılarak w_2^1 hesaplanır. Böylelikle ilk iterasyon için tüm ilgili bekleme zamanları bulunur. Son bulunan w_2^1 ise w_1^1 'de yerine yazılarak 2. iterasyon başlatılır. İterasyonlar eğer her bekleme tipinin ardışık iki iterasyondaki değeri aynı olduğunda sonlandırılır. Bu yaklaşım az sayıda iterasyon sonunda mutlaka sonuçlanır ve doğru bekleme zamanlarını verir.

C_{24}^∞ döngüsünün $q = 2$ için aktivite sıralaması aşağıdaki gibidir.

$$U_0L_bU_0L_b(\mathbf{w}_1^1)U_1L_bU_bL_1(\mathbf{w}_2^1)U_2L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^2)U_1L_bU_bL_1(\mathbf{w}_2^2)U_2L_bU_bL_2U_bL_3U_bL_3$$

Yine 2 tane parçanın üretildiği bu döngüde yer alan bekleme zamanları aşağıdaki eşitlikler ile hesaplanır.

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (6\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_2^2)\} \quad (5.36)$$

$$w_1^2 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^1)\} \quad (5.37)$$

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (6\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_1^1)\} \quad (5.38)$$

$$w_2^2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^2)\} \quad (5.39)$$

Genel q değeri için bir döngüde q tip w_1 ve q tip w_2 yer alır.

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (6\delta + (2q + 2)(\epsilon + \mu) - \mu + w_2^q)\}$$

$$w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^{(i-1)})\}, i = 2, \dots, q$$

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (6\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_1^1)\}$$

$$w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^i)\}, i = 2, \dots, q$$

Sonuç olarak;

Bu bekleme zamanı da daha önce bahsedilen iteratif yöntem kullanılarak hesaplanabilir. $T_{24}^\infty = 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + \frac{4\delta}{q} + \sum_{i=2}^q w_1^i + w_1^1 + w_2^1 + \sum_{i=2}^q w_2^i$.

C_{25}^∞ döngüsünün $q = 2$ için aktivite sıralaması:

$$U_0L_bU_0L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^1)U_1L_bU_bL_1(\mathbf{w}_2^1)U_2L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^2)U_1L_bU_bL_1(\mathbf{w}_2^2)U_2L_3U_bL_3$$

Döngüde yer alan bekleme zamanları aşağıdaki eşitlikler ile elde edilir.

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (8\delta + 2q(\mu + \epsilon) + 2\epsilon - \mu + w_2^2)\} \quad (5.40)$$

$$w_1^2 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^1)\} \quad (5.41)$$

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^1)\} \quad (5.42)$$

$$w_2^2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^2)\} \quad (5.43)$$

İlgili bekleme zamanlarının genel q terimi için ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (8\delta + 2q(\mu + \epsilon) + 2\epsilon - \mu + w_2^q)\}.$$

$$w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^{(i-1)})\}, i = 2, \dots, q.$$

$$w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^i)\}, i = 1, \dots, q.$$

$$T_{25}^\infty = 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + \frac{6\delta - 2\mu}{q} + \sum_{i=1}^q w_2^i + w_1^1 + \sum_{i=2}^q w_1^i.$$

C_{26}^∞ döngüsünün $q = 2$ için aktivite sıralaması:

$$U_0L_bU_0L_b(\mathbf{w}_2^1)U_2L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^1)U_1L_bU_bL_1(\mathbf{w}_2^2)U_2L_bU_bL_2(\mathbf{w}_1^2)U_1L_bU_bL_1U_bL_3U_bL_3$$

Bu döngüde koyu renkle gösterilen bekleme zamanları aşağıdaki gibidir.

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_1^2)\} \quad (5.44)$$

$$w_2^2 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^1)\} \quad (5.45)$$

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_2^1)\} \quad (5.46)$$

$$w_1^2 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^2)\} \quad (5.47)$$

$$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_1^q)\}$$

$$w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^{i-1})\}, i = 2, \dots, q$$

$$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_2^1)\}$$

$$w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^i)\}, i = 2, \dots, q$$

$$T_{26}^\infty = 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + \frac{6\delta}{q} + \sum_{i=2}^q w_2^i + w_2^1 + w_1^1 + \sum_2^q w_1^i.$$

Çevrim zamanları	Robot bekleme zamanları
$T_{23}^\infty : 6\epsilon + 5\mu + 2\delta + \frac{6\delta - 3\mu}{q} + \sum_{i=1}^q w_1^i + w_2^1 + \sum_2^q w_2^i$	$w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^i)\}, i = 1, \dots, q$ $w_2^1 = \max\{0, p_2 - (8\delta + 2q(\mu + \epsilon) + 2\epsilon - \mu + w_1^q)\}$ $w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^{i-1})\}, i = 2, \dots, q$
$T_{24}^\infty : 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + \frac{4\delta}{q} + \sum_{i=2}^q w_1^i + w_1^1 + w_2^1 + \sum_2^q w_2^i$	$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (6\delta + (2q + 2)(\epsilon + \mu) - \mu + w_2^q)\}$ $w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^{(i-1)})\}, i = 2, \dots, q$ $w_2^1 = \max\{0, p_2 - (6\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_1^1)\}$ $w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^i)\}, i = 2, \dots, q$
$T_{25}^\infty : 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + \frac{6\delta - 2\mu}{q} + \sum_{i=1}^q w_2^i + w_1^1 + \sum_2^q w_1^i$	$w_1^1 = \max\{0, p_1 - (8\delta + 2q(\mu + \epsilon) + 2\epsilon - \mu + w_2^q)\}$ $w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^{i-1})\}, i = 2, \dots, q$ $w_2^1 = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^1)\}, i = 1, \dots, q.$
$T_{26}^\infty : 6\epsilon + 4\mu + 2\delta + \frac{6\delta}{q} + \sum_{i=2}^q w_2^i + w_2^1 + w_1^1 + \sum_2^q w_1^i$	$w_2^1 = \max\{0, p_2 - (8\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_1^q)\}$ $w_2^i = \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_1^{i-1})\}, i = 2, \dots, q$ $w_1^1 = \max\{0, p_1 - (8\delta + (2q + 2)(\mu + \epsilon) - \mu + w_2^1)\}$ $w_1^i = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + w_2^i)\}, i = 2, \dots, q$

Tablo 5.12: Özel grup içerisinde yer alan döngülerin çevrim ve robot bekleme zamanları

Bir sonraki bölümde en iyi q birikimli döngünün belirlenmesi, ara stok alanı kapasitesi 1,2 ve sınırsız varsayıldığı durumlarda optimal olan döngünün klasik döngüler ile karşılaştırılması ve en iyi birikimli döngü ile klasik döngülerin

karşılaştırması için bir deneysel çalışma yapılacaktır. Böylece, ara stok alanlı hücre ile klasik hücrelere göre sağlanabilecek faydanın ortalama ve maksimum değerleri belirlenecektir.

5.3 Deneysel Çalışma

Bu bölümde daha önceki bölümde yer alan 1-birim döngüler ve q birikimli döngülerin çevrim zamanları deneysel bir çalışma ile karşılaştırılarak klasik bir hücreye oranla sağlayabileceği avantaj (çevrim zamanı minimizasyonu) belirlenecektir. Ara stok alanlı bir robot kullanımı hem hücre içerisinde fazla fiziksel alana gereksinim duyacaktır hem de daha maliyetlidir. Bu nedenle sağlanacak faydanın analizi yönetsel yorumlar yapmak için kullanılacaktır. Bu çalışmada bu amaçla robotik hücre parametreleri için 5 faktör belirlenmiştir. Makine yükleme/ boşaltma zamanları ve robotun kendi ara stok alanına parça yükleme/boşaltma zamanı tek başına anlamlı değildir. Bu nedenle bu parametrelerin δ 'ya göre oranları dikkate alınmıştır. Her bir faktör için düşük ve yüksek olmak üzere 2 seviye belirlenmiştir. Çalışmada kullanılan ilgili faktör ve seviyeleri Tablo 5.13'da verilmektedir.

Faktör	Yüksek Seviye	Düşük Seviye
δ	$U(10, 25)$	$U(1, 10)$
$\frac{\epsilon}{\delta}$	2	0,5
$\frac{\mu}{\delta}$	0,9	0,4
$\frac{p_1}{\delta}$	$U(1, 10)$	$U(0, 1, 1)$
$\frac{p_2}{\delta}$	$U(1, 10)$	$U(0, 1, 1)$

Tablo 5.13: Deneysel çalışma için faktörlerin düşük ve yüksek seviyeleri

Her faktörün 2 seviyesi olduğu için 32 kombinasyon oluşturulmuştur ve her bir kombinasyon için rastgele türetilmiş 10 problem çözülmüştür. Bu analizin sonucunda verilen hücre parametreleri için çıktı oranının en büyükleyen döngü

bulunmaktadır. Ara stok alanlı robot kullanmayan bir üretim firması için hangi kapasitede robot alınacağı problemi bir tasarım problemidir. Artan ara stok alanı kapasitesi artırıldığında hem alan ihtiyacı artacağı hem de daha pahalı olacağı için stoklu robotun kapasitesinin belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Deneysel çalışma sonuçları toplam 320 problem için oluşturulmuştur. Tablo 5.3 farklı ara stok alanı kapasitesi için klasik döngülere göre sağlanacak ortalama çevrim zamanı azalmasını ve maksimum azalmayı göstermektedir.

Alternatifler	Ortalamalar	En büyük çevrim zamanı azalması
$B = 1$	4,79%	17,6%
$B = 2$	6,3%	31,4%
q-birim birikimli döngüler	13,7%	31%
$\min\{B=1, B=2 \text{ and } q\text{-birim birikimli döngüler}\}$	15%	31,4%

Tablo 5.14: Ara stok alanlı robot ile klasik robotların karşılaştırılması

$B = 1$ ve $B = 2$ için optimal 1-birim döngünün bulunması problemi domine olmayan döngülerin çevrim zamanları içerisinde en küçük değeri veren döngünün belirlenmesidir. $B = 1$ için 3, $B = 2$ için 15 domine olmayan döngü bulunmaktadır. Ancak daha önceki bölümlerde belirtildiği gibi $B = 2$ durumdaki 15 döngüden 3 tanesi $B = 1$ durumunda domine olmayan döngülerdir. Ayrıca 2 klasik döngü, S_1 ve S_2 , domine olmayan 15 döngü içerisinde yer almaktadır. Tablodan anlaşıldığı gibi robot ara stok alanı kapasitesinin 1'den 2'ye çıkarılması ortalama çevrim zamanı azalmasını % 18'den % 32'e çıkarmaktadır. 320 tane örnek problem için optimal döngü ya $B = 1$ iken olurlu olan döngüler, ya $B = 2$ iken olurlu olan döngüler, ya da q -birikimli döngülerden biridir. Klasik S_1 ve S_2 döngüleri 320 problem için optimal olmamıştır. Yani, üzerinde ara stok alanı bulunan robot klasik hücrelerdeki olurlu olan döngüleri domine etmiştir. Stok alanlı robot için olurlu olup klasik tek tutuculu bir robot için olurlu olmayan döngüler kıyaslandığında stok alanlı robot ile ortalama % 15 bir artış sağlanacaktır. Bu durumda klasik döngülere göre sağlanacak maksimum çevrim zamanı azalışı % 32'dir. Çevrim zamanını en küçüklemek için yapılan benzer analiz maksimum çıktı oranı artışı için de yapılabilir. Eğer ara stok alanlı robot kullanımı ile bir hücrede çevrim zamanı %32 azalıyorsa, çıktı oranındaki yüzde artış $(1/0,68-1)100$ ile %47,05 olarak bulunur. Bu analiz ile ilgili değerler Tablo 5.15'de verilmektedir.

Alternatifler	Ortalamalar (%)	Maksimum çıktı oranı artışı (%)
$B = 1$	5,26%	21,9%
$B = 2$	7,52%	47,05%
q -birim birikimli döngüler	16,27%	44,9%
$\min\{B=1, B=2 \text{ and } q\text{-birim birikimli döngüler}\}$	17,6%	47,05%

Tablo 5.15: Ara stok alanlı robot ile klasik tek tutuculu robotun karşılaştırması

Ayrıca çözülen 320 problemin % 80,3'ünde q -birikimli döngüler $B = 1$, $B = 2$, $B \rightarrow \infty$ durumu için optimaldir. 26 tane q -birikimli döngü bulunmasına rağmen bu döngülerden 4 döngü (C_1^∞ , C_{12}^∞ , C_{10}^∞ , C_{23}^∞) kalan döngüleri bu deneysel çalışmada domine eder. Tablo 5.16'de bu 4 q -birikimli döngü kendi içerisinde karşılaştırarak her birinin optimal olduğu örnek sayısı % ile gösterilmektedir.

En iyi q -birim birikimli döngü	Optimal olduğu problem	%
$C_{24}^\infty(q)$	232	72,5%
$C_1^\infty(q)$	40	12,5%
$C_{12}^\infty(q)$	26	8,12%
$C_{10}^\infty(q)$	22	6,8%

Tablo 5.16: Birikimli döngülerin kıyaslanması

Tablodan da anlaşıldığı gibi örneklerin çoğunda C_{24}^∞ döngüsü optimaldir. Bu döngü özellikle her makinedeki işlem süreleri ile ilgili parametreler ($\frac{p_1}{\delta}$ ve $\frac{p_2}{\delta}$) yüksekse avantajlıdır. Döngünün Tablo 5.6 ilgili aktivite sıralamasından anlaşılacağı gibi, robot her makineyi boşalttıktan hemen sonra yüklenmektedir. Bu döngünün her parçayı üretmek için gerekli olan tekrarlanan kısmında ($U_1L_bU_bL_1U_2L_bU_bL_2$) 1. ve 2. makine boşaltıldıktan sonra yeniden yüklemesi mümkün olan en kısa sürede yapılmaktadır ve bu süre yükleme ve boşaltma zamanları dışında $\mu + \phi$ kadardır. 320 problemin 40 tanesinde C_1^∞ döngüsü optimaldir. Bu döngünün aktivite sıralamasında ($U_0L_1U_1L_2U_2L_b$) ve $U_bL_1U_1L_2U_2L_3$ sıralamaları bir kez yer alırken $U_bL_1U_1L_2U_2L_b$ ($q - 2$) kez bulunur. Her bir tekrarda her 2 makinenin önünde de robot tam bekleme yapar. Bu döngü ise $\frac{p_1}{\delta}$ ve $\frac{p_2}{\delta}$ düşük seviyelerinde iken avantajlıdır. 26 problem için ise C_{12}^∞ döngüsü en iyi q -birikimli döngüdür. Bu döngünün tekrar eden kısmında robot 2. makine önünde işlem süresi kadar bekler ama 1. makinenin yeniden

yüklenmesini bu makine boşaltıldıktan sonra mümkün olan en kısa süre içinde yapar. Ayrıca, bu döngü $\frac{p_1}{\delta}$ 'nın yüksek $\frac{p_2}{\delta}$ 'nin ise düşük olduğu durumlarda iyi sonuçlar vermektedir. Kalan 22 problem için C_{10}^∞ en iyi q -birim birikimli döngüdür. Bu döngünün tekrar eden kısmı C_{12}^∞ döngüsünün simetriğidir. Bu döngüde ise 2. makine boşaltıktan sonra yüklenebileceği en kısa sürede yüklenirken, robot 1. makine önünde de tam bekleme yapar. Bu nedenle, $\frac{p_1}{\delta}$ düşük, $\frac{p_2}{\delta}$ yüksek seviyede iken avantajlıdır.

6. SONUÇLAR VE GELECEK ÇALIŞMALAR

Bu tez çalışması robotik hücre çizelgeleme literatüründe daha önceden incelenmeyen kendi üzerinde ara stok alanı bulunan bir robotu ele almıştır. Yeni tanımlanan sistem için gerekli aktivite ve durum tanımları kullanılarak olurlu döngülerinin sayısını bulmak için bir yöntem geliştirilmiştir. Genel m makineli sistem için ara stok alanını 1 kez kullanılsa bile olurlu 1-birim döngü sayısı hızla artmaktadır. Üretimde kullanılan CNC tezgahların ve robotların tesis içerisindeki alan ihtiyacından dolayı çalışmada 2 makineli sistem değişik ara stok alanı kapasiteleri için analiz edilmiştir. Ara stok alanı kapasitesinin 1 olduğu durum için tüm olurlu 1-birim döngüler elde edilmiştir ve 12 adet stok alanını 1 kez kullanan 1-birim döngü bulunmuştur. Döngülerin çevrim zamanları açıkça ifade edildikten sonra optimal döngünün bulunması için çevrim zamanları tüm olası hücre parametreleri için karşılaştırılmıştır. Robotun ara stok alanı bulunmasına rağmen bu alanı hiç kullanmayan klasik döngüler de hala olurludur. 1-birim kapasitesi olan bile robot için optimal hareket sıralaması ile klasik döngüler teorik olarak karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda klasik hücrelere göre en fazla çevrim zamanında % 25 azalma olabileceği sonucuna varılmıştır. Kapasitenin 1 birim daha artırıldığı durumda 2 makine için olurlu 1-birim döngü sayısı 12'den 118'e çıkmaktadır. Bu kısımda 15 domine olmayan döngü bulunmaktadır. Bu döngülerden 2 tanesi klasik döngü diye adlandırılan robotun ara stok alanını kullanmadan gerçekleştirdiği döngüler, 3 tanesi 1-birim kapasiteli robot için domine olmayan döngüler ve geriye kalan 10 döngü ise ara stok alanı kapasitesinin 2 olduğu döngülerdir. Verilen hücre parametre değerleri için en iyi 1-birim döngü, çevrim zamanı hesaplamalarından bulunabilir. Fakat, çoğu durumda iyi performans gösteren 2 döngü

seçilmiş ve bu döngülerin performanslarını karşılaştırmak için bir alt sınır geliştirilmiştir. İlgili döngülerin çevrim zamanları geliştirilen alt sınır ile karşılaştırılarak seçilen döngülerin optimal oldukları bölgeler bulunmuştur. Ayrıca, optimal olmadıkları bölgede optimal döngü çevrim zamanından en kötü durumda % 33 uzakta olduğu gösterilmiştir. Kapasitenin 2'den büyük olduğu durum için ara stok alanı kapasitesi sınırsız varsayılmıştır. Kapasitenin büyük olması durumunda 1-birim döngülerin incelenmesi ara stok alanı kapasitesinden yeteri kadar faydalanılmaması anlamına gelir. Çünkü, eğer sadece 1-birim döngüler ele alınacaksa ara stok alanı kapasitesinin 2 makine için en fazla 3 olması durumu sınırsız ara stok alanı olarak düşünülebilir. Bu nedenle, q -birikimli döngü olarak adlandırılan, tamamlanmış q adet parçanın çıktığı, her makinenin tam olarak q kez yüklenip, q kez boşaltıldığı özel bir döngü sınıfı tanımlanmıştır. Üretilen her parça stok alanında biriktirilip en son çıktı alanına gidilerek bu alandan alınıp boşaltılmaktadır. Bu özellikleri sağlayan 26 adet q -birikimli döngü bulunmuştur. Elde edilen çevrim zamanları sistemden çıkan q 'nun bir fonksiyonu olduğu için ilk 2 bölümde yapılan 2'li karşılaştırma mümkün değildir. Bu nedenle en iyi birikimli döngünün bulunması, sınırsız ara stok alanı kapasitesi ile klasik hücrelere göre sağlanabilecek faydanın belirlenmesi ve optimal stok alanı kapasitesinin bulunması için deneysel bir çalışma yapılmıştır. Hücre parametrelerinin ($\delta, \epsilon, \mu, p_1, p_2$) değişik seviyeleri için rastgele oluşturulan 320 adet problem C++'da kodlanan algoritma ile çözülmüştür. 320 problemin % 72,5'da optimal döngü makinelerin boşaltılmasından sonra 2. yükleme için mümkün olan en kısa sürede yaptığı döngü olarak bulunmuştur. Ayrıca, algoritmanın sonucunda optimal döngüye karşılık gelen ara stok alanı kapasitesi de belirlenmektedir.

Bu çalışmanın devamı niteliğinde çeşitli çalışmalar yapılabilir. Bu tez sadece 2 makineli kendi üzerinde ara stok alanı bulunan robotik bir hücreyi ele almaktadır. m makineli bir sistem için ara stok alanı sadece 1 kez kullanılırsa olurlu 1-birim döngü sayısı $m(m + 1)!$ şeklinde hesaplanabilmesine rağmen makine sayısının artması durumunda optimal 1-birim döngünün belirlenmesi problemi hala açıktır. Aynı tip parça üreten m makineli bir sistem için optimal 1-birim belirlenmesi problemi gelecekte yapılacak çalışmalar arasında olabilir. Aynı tip parça üretimi varsayımı kaldırıldığında problem karmaşıklığının arttığı literatürde ele alınan diğer çalışmalarda görülmektedir. Bu çalışmada yeni

tanımlanan bir sistem için öncelikle aynı tip parça üretimini ele almıştır. Fakat, farklı tipte parça üretiminin olduğu durumda en iyi döngünün belirlenmesi problemine ek olarak yayılma zamanını en küçükleyen optimal parça sıralaması probleminin de belirlenmesi ortaya çıkacaktır. Yapılabilecek bir diğer çalışma ise, incelenen robotun tek tutuculu olan özelliğinin çift tutuculu olarak değiştirilmesi olabilir. Bu durumda da problem karmaşıklığı çalışmada ele alınan probleme göre artacaktır. Yapılan deneysel çalışmada, robotun ara stok alanı bölmeleri arasındaki değişim zamanı gerçek hayat gözlemlerinden yola çıkarak sıfır olarak varsayılmıştı. Bu sürenin sıfır olduğu varsayımını kaldırarak bu süre için değişik seviyelerde belirlenen bir çalışma ile sürenin optimal çıkan döngüler üzerindeki duyarlılık analizi yapılabilir. Çalışmada bir tasarım problemi olan optimal ara stok alanı kapasitesinin belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Verilen bir kapasite değeri için optimal döngünün belirlenmesi bu çalışmada ele alınan problemin bir alt problemi niteliğindedir. Ayrıca, ara stok alanı kapasitesinin 2 olduğu durumda çift tutuculu robot için olurlu olan tüm döngüler hala olurludur ve çift tutuculu robotun yapamadığı bazı döngüleri de yapabilmektedir. Fakat, bu çalışma kapsamında her iki sistemi kıyaslayıp sağlanabilecek maksimum ve ortalama fayda belirlenmemiştir.

EKLER

A. Optimal Döngünün Bulunması

$C_{3,5}^1$, $C_{4,5}^1$ ve $C_{1,1}^1$ döngülerinin karşılaştırılması

μ	Durum No	p_1	p_2	p_1 vs p_2	Optimal Döngü
$\mu \leq \epsilon$	1	$p_1 \leq \beta$	$p_2 \leq \gamma$		$C_{3,5}^1$
	2	$p_1 \leq \beta$	$p_2 \geq \gamma$		$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
	3	$\beta \leq p_1 \leq \alpha$	$p_2 \leq \beta$		$C_{3,5}^1$
	4	$\beta \leq p_1 \leq \alpha$	$\beta \leq p_2 \leq \alpha$		$C_{3,5}^1$
	5	$\beta \leq p_1 \leq \alpha$	$\beta \leq p_2 \leq \alpha$	$p_2 \leq p_1 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1$
	6	$\beta \leq p_1 \leq \alpha$	$\beta \leq p_2 \leq \alpha$	$p_1 \leq p_2 + \beta - \gamma$	$C_{4,5}^1$
	7	$\beta \leq p_1 \leq \alpha$	$p_2 \geq \alpha$	$p_2 \geq p_1 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
	8	$\beta \leq p_1 \leq \alpha$	$p_2 \geq \alpha$	$p_1 \geq p_2 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	9	$\alpha \leq p_1 \leq \gamma$	$p_2 \leq \beta$		$C_{3,5}^1$
	10	$\alpha \leq p_1 \leq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \alpha$		$C_{3,5}^1$
	11	$\alpha \leq p_1 \leq \gamma$	$\alpha \leq p_2 \leq \gamma$		$C_{3,5}^1$
	12	$\alpha \leq p_1 \leq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_1 \geq p_2 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	13	$\alpha \leq p_1 \leq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_2 \geq p_1 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
	14	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \leq \beta$		$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	15	$p_1 \geq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \alpha$		$C_{3,5}^1$
	16	$p_1 \geq \gamma$	$\alpha \leq p_2 \leq \gamma$	$p_1 \geq p_2 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	17	$p_1 \geq \gamma$	$\alpha \leq p_2 \leq \gamma$	$p_2 \geq p_1 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	18	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_1 \geq p_2$ ve $p_1 \geq p_2 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	19	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_1 \geq p_2$ ve $p_2 \geq p_1 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	20	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_2 \geq p_1$ ve $p_2 \geq p_1 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	21	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_2 \geq p_1$ ve $p_2 \geq p_1 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
$\epsilon < \mu \leq 2\delta + \epsilon$	22	$p_1 \leq \alpha$	$p_2 \leq \alpha$		$C_{3,5}^1$
	23	$p_1 \leq \alpha$	$\alpha \leq p_2 \leq \beta$		$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
	24	$\alpha \leq p_1 \leq \beta$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$		$C_{3,5}^1$
	25	$\alpha \leq p_1 \leq \beta$	$p_2 \geq \gamma$		$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
	26	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$p_2 \leq \alpha$		$C_{3,5}^1$
	27	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$\alpha \leq p_2 \leq \beta$		$C_{3,5}^1$
	28	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$	$p_1 \geq p_2$ ve $p_1 - p_2 \geq \gamma - \beta$	$C_{1,1}^1$
	29	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$	$p_1 \geq p_2$ ve $p_1 - p_2 \leq \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1$
	30	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$	$p_2 \geq p_1$ ve $p_2 - p_1 \geq \gamma - \beta$	$C_{4,5}^1$
	31	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$	$p_2 \geq p_1$ ve $p_2 - p_1 \leq \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1$
	32	$\beta \leq p_1 \leq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$		$C_{3,5}^1$
	33	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \leq \alpha$		$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	34	$p_1 \geq \gamma$	$\alpha \leq p_2 \leq \beta$		$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	35	$p_1 \geq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$	$p_2 \geq p_1 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	36	$p_1 \geq \gamma$	$\beta \leq p_2 \leq \gamma$	$p_1 \geq p_2 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	37	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_1 \geq p_2$ ve $p_1 \geq p_2 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{1,1}^1$
	38	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_1 \geq p_2$ ve $p_2 \geq p_1 + \beta - \gamma$	$C_{3,5}^1$
	39	$p_1 \geq \gamma$	$p_2 \geq \gamma$	$p_2 \geq p_1$ ve $p_2 \geq p_1 + \gamma - \beta$	$C_{3,5}^1 = C_{4,5}^1$
	$2\delta + \epsilon < \mu$	40	$p_1 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$	$p_2 \leq 6\delta + 3\epsilon + \mu$	
41		$p_1 > 6\delta + 3\epsilon + \mu$		$p_1 \geq p_2$	$C_{4,5}^1$
42			$p_2 > 6\delta + 3\epsilon + \mu$	$p_1 < p_2$	$C_{1,1}^1$

Tablo A.1: Teorem 1'in ispatı için domine olmayan döngülerin kıyaslanması

B. Olurlu 1-birim döngüler

$B = 2$ durumu için olurlu 1-birim döngüler

(3, 0, 0)	(3, 0, 1)	(3, 0, 2)
$C_{1,1}^2 = U_2 L_b U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_2 U_b L_3$	$C_{2,1}^2 = C_{4,2}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_1 L_2 U_b L_3$	$C_{3,1}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_1 L_b U_b L_3 U_0 L_1$
$C_{1,2}^2 = U_2 L_b U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_3 U_b L_2$	$C_{2,2}^2 = C_{4,4}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_3 U_1 L_2$	$C_{3,2}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_3$
$C_{1,3}^2 = C_{4,5}^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_0 L_1 U_b L_3$	$C_{2,3}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	$C_{3,3}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_b L_3 U_0 L_1 U_1 L_b$
$C_{1,4}^2 = U_2 L_b U_1 L_2 U_0 L_b U_b L_3 U_b L_1$	$C_{2,4}^2 = C_{1,1}^1 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_b L_1 U_0 L_b$	$C_{3,4}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_b L_3 U_0 L_b U_1 L_b U_b L_1$
$C_{1,5}^2 = C_{1,5}^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_b L_3 U_0 L_1$	$C_{2,5}^2 = C_1^1 = U_2 L_3 U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_2$	$C_{3,5}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_b L_3 U_1 L_b U_0 L_b U_b L_1$
$C_{1,6}^2 = U_2 L_b U_1 L_b U_b L_3 U_b L_2 U_0 L_1$	$C_{2,6}^2 = U_2 L_3 U_1 L_b U_b L_1 U_b L_2 U_0 L_b$	$C_{3,6}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_0 L_1 U_1 L_b U_b L_3$
$C_{1,7}^2 = U_2 L_b U_1 L_b U_b L_3 U_0 L_b U_b L_2 U_b L_1$	$C_{2,7}^2 = U_2 L_3 U_1 L_b U_b L_1 U_0 L_b U_b L_2$	$C_{3,7}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_0 L_1 U_b L_3 U_1 L_b$
$C_{1,8}^2 = U_2 L_b U_1 L_b U_b L_3 U_0 L_1 U_b L_2$	$C_{2,8}^2 = C_{1,3}^1 = U_2 L_3 U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_1$	$C_{3,8}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_0 L_b U_b L_3 U_1 L_b U_b L_1$
$C_{1,9}^2 = C_{4,2}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_1 L_2 U_b L_3$	$C_{2,9}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	$C_{3,9}^2 = U_2 L_b U_b L_2 U_0 L_b U_b L_3 U_b L_1 U_1 L_b$
$C_{1,10}^2 = U_2 L_b U_0 L_1 U_1 L_b U_b L_3 U_b L_2$	$C_{2,10}^2 = C_{1,4}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_0 L_b U_1 L_2$	$C_{3,10}^2 = C_{4,5}^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_0 L_1 U_b L_3$
$C_{1,11}^2 = C_{4,4}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_3 U_1 L_2$	$C_{2,11}^2 = C_{1,2}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_1 L_2 U_0 L_b$	$C_{3,11}^2 = C_{1,5}^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_b L_3 U_0 L_1$
$C_{1,12}^2 = U_2 L_b U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_1 U_b L_3$	$C_{2,12}^2 = U_2 L_3 U_b L_1 U_1 L_b U_0 L_b U_b L_2$	$C_{3,12}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$
$C_{1,13}^2 = U_2 L_b U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_3 U_b L_1$	$C_{2,13}^2 = U_2 L_b U_1 L_2 U_b L_3 U_b L_1 U_0 L_b$	$C_{3,13}^2 = C_{3,2}^1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_b L_2 U_1 L_b$
$C_{1,14}^2 = U_2 L_b U_0 L_b U_b L_3 U_1 L_b U_b L_1 U_b L_2$	$C_{2,14}^2 = C_{4,5}^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_0 L_1 U_b L_3$	$C_{3,14}^2 = C_{1,3}^1 = U_2 L_3 U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_1$
$C_{1,15}^2 = U_2 L_b U_0 L_b U_b L_3 U_1 L_2 U_b L_1$	$C_{2,15}^2 = U_2 L_b U_1 L_2 U_b L_1 U_b L_3 U_0 L_b$	$C_{3,15}^2 = U_2 L_3 U_0 L_b U_b L_2 U_1 L_b U_b L_1$
$C_{1,16}^2 = U_2 L_b U_0 L_b U_b L_3 U_b L_1 U_1 L_2$	$C_{2,16}^2 = U_2 L_b U_1 L_2 U_b L_1 U_0 L_b U_b L_3$	$C_{3,16}^2 = U_2 L_3 U_0 L_b U_b L_2 U_b L_1 U_1 L_b$
$C_{1,17}^2 = C_{1,3}^1 = U_2 L_3 U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_1$	$C_{2,17}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_1 L_2 U_0 L_b U_b L_3$	$C_{3,17}^2 = C_1^1 = U_2 L_3 U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_2$
$C_{1,18}^2 = U_2 L_3 U_0 L_b U_1 L_b U_b L_1 U_b L_2$	$C_{2,18}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_1 L_2 U_b L_3 U_0 L_b$	$C_{3,18}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$
$C_{1,19}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	$C_{2,19}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_1 L_b U_b L_3 U_b L_2 U_0 L_b$	$C_{3,19}^2 = U_2 L_3 U_b L_2 U_0 L_b U_1 L_b U_b L_1$
$C_{1,20}^2 = U_2 L_3 U_1 L_b U_0 L_b U_b L_2 U_b L_1$	$C_{2,20}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_1 L_b U_b L_3 U_0 L_b U_b L_2$	$C_{3,20}^2 = C_{1,7}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_0 L_1 U_1 L_b$
$C_{1,21}^2 = C_{3,3}^1 = U_2 L_3 U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_2$	$C_{2,21}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_3$	$C_{3,21}^2 = C_{3,5}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_1 L_b U_0 L_1$
$C_{1,22}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	$C_{2,22}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_0 L_b U_b L_3 U_1 L_2$	$C_{3,22}^2 = C_{4,4}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_3 U_1 L_2$
(3, 0, 3)	$C_{2,23}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_b L_3 U_1 L_2 U_0 L_b$	$C_{3,23}^2 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_3 U_b L_2 U_1 L_b$
$C_{4,1}^2 = C_{4,2}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_1 L_2 U_b L_3$	$C_{2,24}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_b L_3 U_1 L_b U_0 L_b U_b L_2$	$C_{3,24}^2 = C_{4,2}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_1 L_2 U_b L_3$
$C_{4,2}^2 = C_{4,4}^1 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_3 U_1 L_2$	$C_{2,25}^2 = U_2 L_b U_b L_1 U_b L_3 U_0 L_b U_1 L_2$	$C_{3,25}^2 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_2 U_1 L_b U_b L_3$
$C_{4,3}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	(3,1,1)	$C_{3,26}^2 = U_2 L_b U_0 L_1 U_b L_2 U_b L_3 U_1 L_b$
$C_{4,4}^2 = C_{1,3}^1 = U_2 L_3 U_0 L_b U_1 L_2 U_b L_1$	$C_{5,1}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	
$C_{4,5}^2 = C_1^1 = U_2 L_3 U_1 L_b U_0 L_1 U_b L_2$	$C_{5,2}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	
$C_{4,6}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	$C_{5,3}^2 = C_{1,1}^1 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_b L_1 U_0 L_b$	
$C_{4,7}^2 = C_{4,5}^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_0 L_1 U_b L_3$	$C_{5,4}^2 = C_{1,4}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_0 L_b U_1 L_2$	
$C_{4,8}^2 = C_9^1 = U_2 L_b U_1 L_2 U_b L_3 U_0 L_1$	$C_{5,5}^2 = U_2 L_3 U_b L_1 U_1 L_b U_0 L_b U_b L_2$	
	$C_{5,6}^2 = C_{1,2}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_1 L_2 U_0 L_b$	

Tablo B.1: $B = 2$ için olurlu aktivite sıralamaları

(3, 1, 2)	(3, 1, 3)	(3, 2, 3)
$C_{6,1}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	$C_{7,1}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	$C_{9,1}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$
$C_{6,2}^2 = C_{3,2}^1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_b L_2 U_1 L_b$	$C_{7,2}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	$C_{9,2}^2 = C_{3,2}^1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_b L_2 U_1 L_b$
$C_{6,3}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	$C_{7,3}^2 = C_{1,1}^1 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_b L_1 U_0 L_b$	$C_{9,3}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$
$C_{6,4}^2 = C_{1,1}^1 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_b L_1 U_0 L_b$	$C_{7,4}^2 = C_{1,2}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_1 L_2 U_0 L_b$	$C_{9,4}^2 = C_{1,7}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_0 L_1 U_1 L_b$
$C_{6,5}^2 = C_{1,2}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_1 L_2 U_0 L_b$	$C_{7,5}^2 = C_{1,4}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_0 L_b U_1 L_2$	$C_{9,5}^2 = C_{3,5}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_1 L_b U_0 L_1$
$C_{6,6}^2 = C_{1,4}^1 = U_2 L_3 U_b L_1 U_0 L_b U_1 L_2$	(3, 2, 2)	(3, 3, 3)
$C_{6,7}^2 = U_2 L_3 U_b L_1 U_0 L_b U_b L_2 U_1 L_b$	$C_{8,1}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$	$C_{10,1}^2 = S_1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_1 L_2$
$C_{6,8}^2 = U_2 L_3 U_b L_1 U_b L_2 U_1 L_b U_0 L_b$	$C_{8,2}^2 = C_{3,2}^1 = U_2 L_3 U_0 L_1 U_b L_2 U_1 L_b$	$C_{10,2}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$
$C_{6,9}^2 = U_2 L_3 U_b L_1 U_b L_2 U_0 L_b U_1 L_b$	$C_{8,3}^2 = S_2 = U_2 L_3 U_1 L_2 U_0 L_1$	
$C_{6,10}^2 = U_2 L_3 U_b L_2 U_1 L_b U_b L_1 U_0 L_b$	$C_{8,4}^2 = C_{3,5}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_1 L_b U_0 L_1$	
$C_{6,11}^2 = C_{3,5}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_1 L_b U_0 L_1$	$C_{8,5}^2 = C_{1,7}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_0 L_1 U_1 L_b$	
$C_{6,12}^2 = U_2 L_3 U_b L_2 U_b L_1 U_0 L_b U_1 L_b$		
$C_{6,13}^2 = U_2 L_3 U_b L_2 U_b L_1 U_1 L_b U_0 L_b$		
$C_{6,14}^2 = C_{1,7}^1 = U_2 L_3 U_b L_2 U_0 L_1 U_1 L_b$		

Tablo B.2: $B = 2$ için olurlu aktivite sıralamaları

C. $B = 2$ için domine olmayan
döngülerin belirlenmesi

Olurlu döngüler ve döngüler arasındaki baskınlık ilişkileri

Döngü	Çevrim zamani	Baskınlık ilişkileri
$C_{1,1}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + 3\mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{1,1}^2$
$C_{1,2}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + p_2 + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + 3\mu + p_2)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{1,2}^2$
$C_{1,4}^2$	$10\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (8\delta + 3\epsilon + 2\mu + \phi)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{1,4}^2$
$C_{1,6}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{1,6}^2$
$C_{1,8}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + p_2 + \phi + \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_2)\}$	$T_{3,19}^2 \ll T_{1,8}^2$
$C_{1,10}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + p_2 + p_1$	$T_{S_1} \ll T_{1,10}^2$
$C_{1,12}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + 3\mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{1,12}^2$
$C_{1,13}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{1,12}^2 \ll T_{1,13}^2$
$C_{1,15}^2$	$10\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (8\delta + 3\epsilon + 2\mu + \phi), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{2,1}^2 \ll T_{1,15}^2$
$C_{1,16}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + p_1 + p_2$	$T_{1,10}^2 \ll T_{1,16}^2$
$C_{1,18}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + p_2 + \max\{0, p_1 - (6\delta + 4\epsilon + 2\mu + p_2)\}$	$T_{3,19}^2 \ll T_{1,18}^2$
$C_{1,20}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{1,20}^2$
$C_{2,6}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (8\delta + 4\epsilon + 2\mu), p_2 - (4\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{3,19}^2 \ll T_{2,6}^2$
$C_{3,7}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \{0, p_1 - (4\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (8\delta + 4\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{3,2}^2 \ll T_{3,7}^2$
$C_{3,15}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 2\mu + 2\phi + \max\{0, p_1 - (8\delta + 4\epsilon + \mu + \phi), p_2 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + \phi)\}$	Domine olmayan
$C_{3,16}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + p_1 + \max\{0, p_2 - (2\delta + 2\epsilon + 2\mu + p_1)\}$	$T_{3,7}^2 \ll T_{3,16}^2$
$C_{3,19}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (6\delta + 4\epsilon + 2\mu), p_2 - (4\delta + 3\epsilon + 3\mu + \phi)\}$	Domine olmayan
$C_{3,23}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{4,5}^1 \ll T_{3,23}^2$
$C_{3,25}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{3,19}^2 \ll T_{3,25}^2$
$C_{3,26}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{4,5}^1 \ll T_{3,26}^2$
$C_{6,7}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{1,1}^1 \ll T_{6,7}^2$
$C_{6,8}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{4,5}^1 \ll T_{6,8}^2$
$C_{6,12}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 3\epsilon + 3\mu)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{6,12}^2$
$C_{6,13}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + p_1 + \max\{0, p_2 - (4\delta + 3\epsilon + 3\mu + p_1)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{6,13}^2$
$C_{3,3}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + p_1 + \max\{0, p_2 - (6\delta + 4\epsilon + 2\mu + p_1)\}$	$T_{3,2}^2 \ll T_{3,3}^2$
$C_{1,7}^2$	$10\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\phi + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu), p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{1,1}^1 \ll T_{1,7}^2$
$C_{1,14}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\phi + p_2 + \max\{0, p_1 - (8\delta + 4\epsilon + 3\mu + \phi + p_2)\}$	$T_{3,15}^2 \ll T_{1,14}^2$
$C_{2,19}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\phi + p_1 + \max\{0, p_2 - (4\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{3,9}^2 \ll T_{2,19}^2$
$C_{2,20}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + 3\phi + p_1 + p_2$	$T_{S_1} \ll T_{2,20}^2$
$C_{2,24}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\mu + p_2 + \max\{0, p_1 - (4\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{1,2}^2 \ll T_{2,24}^2$
$C_{3,4}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\phi + \max\{0, p_1 - (6\delta + 4\epsilon + 3\mu + \phi), p_2 - (6\delta + 4\epsilon + 3\mu + \phi)\}$	Domine olmayan
$C_{3,5}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\phi + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + 2\mu + 2\phi), p_2 - (6\delta + 4\epsilon + 3\mu + \phi)\}$	$T_{3,2}^2 \ll T_{3,5}^2$
$C_{3,8}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + 3\phi + \max\{0, p_1 - (8\delta + 4\epsilon + 2\mu + 2\phi), p_2 - (8\delta + 4\epsilon + 2\mu + 2\phi)\}$	Domine olmayan
$C_{3,9}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + 2\phi + p_1 + \max\{0, p_2 - (8\delta + 4\epsilon + 3\mu + p_1 + \phi)\}$	$T_{3,5}^2 \ll T_{3,9}^2$
$C_{2,13}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (6\delta + 3\epsilon + 3\mu)\}$	$T_{4,5}^1 \ll T_{2,13}^2$
$C_{2,15}^2$	$10\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (8\delta + 3\epsilon + 3\mu), p_2 - (8\delta + 3\epsilon + 3\mu)\}$	$T_{3,5}^1 \ll T_{2,15}^2$
$C_{2,16}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + 2\mu + \phi), p_2 - (6\delta + 3\epsilon + 2\mu + \phi)\}$	$T_{3,5}^2 \ll T_{2,16}^2$
$C_{2,18}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + p_1 + \phi + \max\{0, p_2 - (6\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	$T_{3,3}^2 \ll T_{2,18}^2$
$C_{2,21}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 4\mu + \max\{0, p_1 - (2\delta + \epsilon + \mu)\} + \max\{0, p_2 - (2\delta + \epsilon + \mu)\}$	Domine olmayan
$C_{2,22}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 2\mu + 2\phi + p_2 + \max\{0, p_1 - (6\delta + 2\epsilon + \mu + \phi)\}$	$T_{3,15}^2 \ll T_{2,22}^2$
$C_{2,23}^2$	$10\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (4\delta + \epsilon + \mu)\} + \max\{0, p_2 - (4\delta + \epsilon + \mu)\}$	$T_{3,19}^2 \ll T_{2,23}^2$
$C_{3,1}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 2\mu + 2\phi + \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\epsilon + \mu + \phi), p_2 - (8\delta + 4\epsilon + \mu + \phi)\}$	Domine olmayan
$C_{3,2}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + 2\mu + \phi), p_2 - (6\delta + 4\epsilon + 2\mu)\}$	Domine olmayan
S_1	$6\delta + 6\epsilon + p_1 + p_2$	Domine olmayan
S_2	$6\delta + 6\epsilon + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon), p_2 - (4\delta + 2\epsilon)\}$	Domine olmayan
$C_{3,5}^1$	$6\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 3\epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 3\epsilon + \mu)\}$	Domine olmayan
$C_{4,5}^1$	$8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu), p_2 - (6\delta + 3\epsilon + \mu)\}$	Domine olmayan
$C_{1,1}^1$	$8\delta + 6\epsilon + 2\mu + \max\{0, p_1 - (6\delta + 3\epsilon + \mu), p_2 - (4\delta + 2\epsilon + 2\mu)\}$	Domine olmayan
$C_{2,7}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 2\mu + 2\phi + p_2 + \max\{0, p_1 - (6\delta + 4\epsilon + \mu + p_2)\}$	Domine olmayan
$C_{2,12}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + p_1 + p_2 + \phi$	$T_{S_1} \ll T_{2,12}^2$
$C_{2,17}^2$	$8\delta + 6\epsilon + p_1 + 2\mu + 2\phi + \max\{0, p_2 - (6\delta + 2\epsilon + \mu + \phi)\}$	$C_{3,1}^2 \ll C_{2,17}^2$
$C_{2,25}^2$	$8\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (6\delta + 2\epsilon + 2\mu)\} + p_2$	$C_{6,10}^2 \ll C_{2,25}^2$
$C_{5,5}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + p_1 + p_2$	$T_{S_1} \ll T_{5,5}^2$
$C_{3,6}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 2\mu + 2\phi + p_1 + \max\{0, p_2 - (6\delta + 4\epsilon + \mu + \phi + p_1)\}$	Domine olmayan
$C_{6,10}^2$	$6\delta + 6\epsilon + 3\mu + \phi + \max\{0, p_1 - (6\delta + 4\epsilon + 2\mu), p_2 - (4\delta + 3\epsilon + 2\mu + \phi)\}$	Domine olmayan

Tablo C.1: $B = 2$ için olurlu döngülerin çevrim zamanları ve baskınlık ilişkileri

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : GÜNDOĞDU, Emine
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 06.12.1987 Konya
Medeni hali : Bekar
Telefon : 05058529395
e-mail : emineegundogdu@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Y. Lisans	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Endüstri Müh.	2013
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi Endüstri Müh.	2010

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2011-2013	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce (Çok iyi)

Kaynakça

- [1] S.P.Sethi, C.Sriskandarajah, G.Sorger, J.Blazewicz ve W.Kubiak. Sequencing of parts and robot moves in a robotic cell. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 4: 331-358, 1992.
- [2] Y.Crama, V.Kats, J. Van de Klundert ve E.Levner. Cyclic scheduling in robotic flowshops. *Annals of Operations Research*, 96: 97-124, 2000.
- [3] Y.Crama ve J. Van de Klundert. Cyclic scheduling in 3-machine robotic flow shops *Journal of Scheduling*, 2: 35-54, 1999.
- [4] C.H. Papdimitriou ve P.C. Kanellakis. Flowshop scheduling with limited temporary storage. *Journal of the ACM*, 27: 543-549, 1980.
- [5] B.T.Han ve J.S.Cook. An efficient heuristic for robot acquisition and cell formation. *Annals of Operations Research*, 77: 229-252, 1998.
- [6] M.Dawande, C.Sriskandarajah ve S.P.Sethi. On throughput maximization in constant travel time robotic cells. *Manufacturing and Service Operations Management*, 4: 296-312, 2002.
- [7] M.Selim Aktürk, H.Gültekin ve O.E.Karasan. Robotic cell scheduling with operational flexibility. *Discrete Applied Mathematics*, 145: 334-348, 2005..
- [8] Y.Crama ve J.Van de Klundert. Cyclic scheduling in 3-machine robotic flow shops. *Journal of Scheduling*, 2: 35-54, 1999.
- [9] Y.Crama ve J.Van de Klundert. Cyclic scheduling of identical parts in a robotic cell. *Operations Research*, 45: 952-965, 1997.

- [10] M.W. Dawande, H.N. Geismar ve S.P.Sethi. Dominance of Cyclic Solutions and Challenges in the Scheduling of Robotic Cells. *SIAM Review*, 47: 709-721, 2005.
- [11] N.Brauner ve G.Finke. On the conjecture in robotic cells: new simplified proof for the three machine case. *INFORM*, 37: 20-36, 1999.
- [12] I.G.Drobouchevitch, S.P.Sethi ve C.Sriskandarajah. Scheduling dual gripper robot cell: One-unit cycles. *European Journal of Operations Research*, 171: 598-631, 2006.
- [13] N.G.Brauner, G.Finke ve C.Gueguen. Optimal cyclic production in robotic flow shops with buffer. *Technical Report RR982-I, Laboratoire LEIBNIZ, Institut IMAG, Grenoble, France.*
- [14] I.G.Drobouchevitch, H.Neil Geismar ve C.Sriskandarajah. Throughput optimization in robotic cells with input and output machine buffers: A comparative study of two key models *European Journal of Operations Research*, 206: 623-633, 2010.
- [15] H.N.Geismar, C.Sriskandarajah ve N.N.Ramanan. Increasing throughput for robotic cells with parallel machines and multiple robots. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 1:84-89, 2004.
- [16] M.Foumani ve K.Jenab. Cycle time analysis in reentrant robotic cells with swap ability. *International Journal of Production Research*, 1-16, 2012.
- [17] M.Dawande, C.Sriskandaraj ve S.P.Sethi. On throughput maximization in constant travel- time robotic cells. *Manufacturing and Service Operations Management*,4, 296-312, 2002.
- [18] J.Hurink ve S.Knust. Makespan minimization for flow-shop problems with transportation times and a single robot. *Discrete Applied Mathematics*, 112: 189-216, 2001.
- [19] H. Gültekin, M.S.Aktürk ve O.E. Karasan. Robotic cell scheduling with tooling constraint. *European Journal of Operational Research*, 174: 777-796, 2006.

- [20] G.Didem Batur, O.E.Karasan ve M.Selim Aktürk. Multiple part-type scheduling in flexible robotic cells. *Int.J.Production Economics*, 135: 726-740, 2012.
- [21] N.G.Hall, H.Kamoun ve C.Sriskandarajah. Scheduling in Robotic Cells: classification, two and three machine cells. *Operations Research*, 45: 421-439, 1997.
- [22] N.Brauner ve G.Finke. On cycles and permutations in robotic cells. *Mathematical and Computer Modeling*, 34: 565-591, 2001.
- [23] H.Kise, T.Shioyama ve T.Ibaraki. Automated two machine flowshop scheduling: a solvable case. *IEEE Transactions*, 23: 80-87, 1993.
- [24] H.I.Stern ve G.Vitner. Scheduling parts in a combined production-transportation work cell. *Journal of the OR Society*, 41: 625-632, 1990.
- [25] R.Logendran ve C.Sriskandarajah. Scheduling of robot activities and parts in two-machine robotic cell. *International Journal of Production Research*, 34: 3447-3463, 1996.
- [26] Y.P.Aneja ve H.Kamoun. Scheduling of parts and robot activities in two-machine robotic cell. *Computers and Operations Research*, 26: 297-312, 1999.
- [27] C.Sriskandarajah, N.G.Hall ve H.Kamoun. Scheduling large robotic cells without buffers. *Annals of Operations Research*, 76: 287-321, 1998.
- [28] H.Kamoun, N.G.Hall ve C.Sriskandarajah. Scheduling in Robotic Cells: Heuristics and Cell Design. *Operations Research*, 47: 821-835, 1999.
- [29] H.N.Geismar, M.Dawande, S.P.Sethi ve C.Sriskandarajah. Sequencing and scheduling in robotic cells: Recent developments. *Journal of Scheduling*, 8: 387-426, 2005.
- [30] S.P.Sethi, J.B.Sidney ve C. Sriskandarajah. Scheduling in Dual Gripper Robotic Cells for Productivity Gains. *IEEE Transactions* , 17: 324-341, 2001.
- [31] V.Kats and E.Levner. Minimizing the number of robots to meet a given cyclic schedule. *Annals of Operations Research*, 69: 209-226, 1997.

- [32] V.Kats ve E.Levner. Cyclic scheduling of operations for a part type in an fms handled by a single robot: a parametric critical path approach. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 10: 129-138, 1998.
- [33] N.G.Hall, C.N.Potts ve C. Sriskandarajah. Paralel machine scheduling with a common server. *Discrete Applied Mathematics*, 102: 223-243, 2000.
- [34] N.G.Geismar, M.Dawande ve C. Sriskandarajah. Robotic cells with parallel machines:Throughput maximization in constant travel-time cells *Journal of Scheduling*, 7: 375-395, 2004.
- [35] M.H.Fazel Zarandi, H.Mosadegh ve M. Fattahi. Two-machine robotic cell scheduling problem with sequence-dependent setup times. *Computers & Operations Research*, in Press.
- [36] G.D.Batur, O.E.Karasan ve M.S. Aktürk Multiple part-type scheduling in flexible robotic cells. *Int. J. Production Economics*, 135: 726-740, 2012.
- [37] I.G.Drobouvhevitch, H.N. Geismar ve C. Sriskandarajah. Throughput optimization in robotic cells with input and output machine buffers: A comparative study of two key models. *European Journal of Operations Research*, 206: 623-633, 2010.
- [38] J.Blazewitch, G. Pawlak, and B.Walter. Scheduling production tasks in a two-stage firms. *International Journal of Production Research*, 40: 4341-4352, 2002.
- [39] J.Carlier, M. Haouari, M.Kharbeche ve A. Moukrim. An optimization-based heuristics for the robotic cell problem. *European Journal of Operational Research*, 202: 636-645, 2010.
- [40] H.Gultekin, O.E.Karasan ve M.S.Aktürk. Pure cycles in flexible robotic cells. *Computer & Operations Research*, 36: 329-343, 2009.
- [41] W.Song, Z.B. Zabinsky, and R.L.Storch. An algorithm for scheduling a chemical processing tank line. *Production Planning & Control*, 4: 323-332, 1993.
- [42] W.Jeng, J. Lin ve U.Wen. Algorithms for sequencing robot activities in a robot-centered parallel processor wok cell. *Computer & Operations Research*, 20: 185-197, 1993.

- [43] E.Levner ve M.Vlach. Single machine scheduling with fuzzy precedence constraints. *Techinal Report ISRR-97-0031F*, School of Information Science, Japan Institute of Science and Tec,Hokuriku, 1997.
- [44] H.Gültekin, M.S. Aktürk ve O.E.Karasan. Scheduling in robotic cells:Process flexibility and cell layout. *International Journal of Production Research*, 46(8): 2105-2121, 2008.
- [45] H.Gültekin, M.S. Aktürk ve O.E.Karasan. Scheduling in a three-machine robotic flexible manufacturing cell. *Computer & Operations Research*, 34: 2463-2477, 2007.
- [46] H.Gültekin, M.S. Aktürk, O.E.Karasan. Bicriteria robotic cell scheduling. *Journal of Scheduling*, 11(6): 457-473, 2008.
- [47] N.Geismar, U.V. Manoj, Avanthi Sethi ve C.Sriskandarajah. Scheduling robotic cells served by a dual-arm robot. *IIE Transactions*, 44: 230-248, 2012.