TAM KAMYON YÜKÜ GÖNDERİCİ İŞBİRLİĞİNDE GÜZERGAH PLANLAMA VE MALİYET DAĞITIMININ ENİYİLENMESİ

NİHAT ÖNER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞUSTOS 2014

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Osman EROĞUL
Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Tahir HANALİOĞLU
Anabilim Dalı Başkanı

NİHAT ÖNER tarafından hazırlanan TAM KAMYON YÜKÜ GÖNDERİCİ İŞBİRLİĞİNDE GÜZERGAH PLANLAMA ve MALİYET DAĞITIMININ ENİYİLENMESİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Gültekin KUYZU
Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Mustafa Alp ERTEM

Üye : Yrd. Doç. Dr. Gültekin KUYZU

Üye : Doç. Dr. Hakan GÜLTEKİN

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Nihat ÖNER

Üniversitesi	**:**	**TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi**
Enstitüsü	**:**	**Fen Bilimleri**
Anabilim Dalı	**:**	**Endüstri Mühendisliği**
Tez Danışmanı	**:**	**Yrd. Doç. Dr. Gültekin KUYZU**
Tez Türü ve Tarihi	**:**	**Yüksek Lisans – Ağustos 2014**

Nihat ÖNER

TAM KAMYON YÜKÜ GÖNDERİCİ İŞBİRLİĞİNDE GÜZERGAH PLANLAMA VE MALİYET DAĞITIMININ ENİYİLENMESİ

ÖZET

Tam kamyon yükü gönderici işbirliği ağlarında; katılımcıların seçimi, kimin kimle işbirliği yapacağının belirlenmesi, işbirliğinden toplam kazanımın hesaplanması ve edinilecek kazanımların paylaşılması önemli problemler olarak öne çıkmaktadır. Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde kazanımlar maliyetlerin azaltılması şeklinde olduğu için göndericiler en az maliyetli işbirlikli çözüm arayışı içerisindedir. Toplam maliyetin en aza indirilmesinin yanında bu maliyetin işbirliğinde katılan firmalara dağıtılması ile her firmanın tasarruf miktarı ortaya çıkar. Maliyet dağıtımının firmalar tarafından kabul edilebilir olmaması durumunda işbirliğinin dağılma tehlikesi vardır. Bu nedenle kabul edilebilir maliyet dağıtımı hesaplayan bir mekanizmaya ihtiyaç vardır. Literatürdeki çalışmalarda, toplam maliyeti en küçükleyen eniyileme problemi ve en küçük maliyetin dağıtımı birbirini izleyen ardışık aşamalar olarak ele alınmıştır. Bu çalışmada, bugüne kadar ayrışık çalışmalar olarak ele alınan; en düşük maliyetli işbirliği çözümünü hesaplayan eniyileme problemi ve maliyet dağıtımı birleştirilerek; kabul edilebilir maliyet dağıtımına sahip en düşük maliyetli işbirliğini hesaplayan karışık tam sayılı programlama formülasyonu geliştirilmiştir. Bu çalışmada özellikle büyük ölçekli problemlerin çözülmesini hedefleyen sütun türetmeye dayalı gelişmiş eniyileme algoritmaları tasarlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: İşbirlikçi Lojistik ve Tedarik Zinciri, Tam Sayılı Eniyileme, Sütun Türetme, Maliyet Dağıtımı, İşbirlikli Oyun Kuramı.

University	**:**	**TOBB University of Economics and Technology**
Institute	**:**	**Institute of Natural and Applied Sciences**
Science Programme	**:**	**Industrial Engineering**
Supervisor	**:**	**Asst. Prof. Gültekin KUYZU**
Degree Awarded and Date	**:**	**M.Sc. – AUGUST 2014**

Nihat ÖNER

INTEGRATED ROUTE PLANNING AND COST ALLOCATION IN TRUCKLOAD SHIPPER COLLABORATION

ABSTRACT

In truckload shipper collaboration, a group of shippers purchasing the services of carriers come together and try to identify tours which consist of regularly scheduled shipments with minimal empty truck movements with the hope of getting better rates from the carriers in return. Determining the best set of such tours is a challenging optimization problem, the solution of which yields the set of lanes and firms to be included in the collaboration, who will collaborate with whom, and the maximum amount of savings which can be achieved. Allocation of the total calculated cost to the participating firms and individual lanes will determine the final savings for each participating firm. If the allocated costs are not accepted by the participants, the collaboration will face the risk of collapse. In the literature, solving the optimization problem minimizing the total cost and allocating the calculated minimum cost are treated as two successive but distinct phases. In this work, we aim to merge these two phases by formulating an optimization model and develop column generation based algorithms for its solution.

Keywords: Cooperative Logistics and Supply Chain, Mixed Integer Programming, Column Generation, Cost Allocation, Cooperative Game Theory.

TEŞEKKÜR

İlk olarak, benim buralara gelmemde çok büyük emeği olan anneme, babama ve kardeşime teşekkür ederim. Tezimin ortaya çıkmasında çok büyük pay sahibi olan danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Gültekin KUYZU 'ya da teşekkürü bir borç bilirim. Tez jürimde yer alan Doç. Dr. Hakan GÜLTEKİN 'e ve Yrd. Doç. Dr. Mustafa Alp ERTEM 'e, ilkokuldan bu zamana kadar üzerimde emeği olan bütün hocalarıma, lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca destekleriyle yanımda olan tüm arkadaşlarıma ve maddi destekleri için TÜBİTAK ve okuluma teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

TABLOLARIN LİSTESİ

ALGORİTMALARIN LİSTESİ

1. GİRİŞ

Gönderici işbirliğinde, göndericiler taşımacılık hizmeti almak için taşıyıcı firmalarla bir araya gelerek grup halinde pazarlık yaparlar. Taşımacılık sektöründe, gerek taşıyıcı firmalar gerekse de gönderici firmalar kendi operasyonel faaliyetlerini nasıl daha etkin ve düşük maliyetli yapabilirim sorularını bireysel olarak cevaplamaya çalışırlar. Ama günümüzde değişen rekabet koşulları, kaynak yetersizliği, güvenlik sorunları gibi etmenler yüzünden firmalar bu geleneksel yaklaşımlar yerine farklı yaklaşımlar aramaya başlamışlardır. Bu farklı yaklaşımlardan biri de firmalar arasında işbirliği oluşturma fikridir.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliği ağları, üçüncü ve dördüncü parti lojistik hizmeti veren firmaların öncülüğünde ortaya çıkmıştır. Bu firmalar göndericilere işbirliği fikrini anlatmış, işbirliği yapmak isteyen gönderici firmaları bir araya getirmiş ve işbirliğini oluşturmuştur. Bu firmalar özellikle sürekli kamyon hareketlerinin bulunması ve bunun sonucunda maliyetlerin azalması konusunda önemli rol oynamaktadır. A.B.D. ‘de bulunan Transplace ve Nistevo ve Avrupa ‘da bulunan Schenker ve Celexor firmaları bu tarz firmalara örnektir.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliği taşıyıcı firmalar için de avantaj sağlar. İşbirliği yapan göndericiler boş kamyon yükü hareketlerini azalttıkları için taşıyıcı firmaların maliyetleri de azalmaktadır. Turların düzenli tekrarlanması sebebiyle sürücü çevrim oranı azalmaktadır. Turların düzenli olması nedeniyle, gönderilerinin yönetimi de kolaylaşmaktadır.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliği son yıllarda ortaya çıkmış yeni bir işbirliği türüdür. Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde kurumlar arasında genellikle yatay işbirliği kullanılır. Aynı tedarik zinciri içerisinde yer alan iki veya daha fazla firmanın; aynı amaca ulaşmak için kendi aralarında yaptıkları işbirliğine *yatay işbirliği* denir [20].

Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde kullanılan yatay işbirliğinin amacı toplam maliyeti azaltmak olduğu için toplam getiri miktarını en büyüklemek, toplam maliyeti en küçüklemeye eş değerdir. Bu nedenle, bu çalışma kapsamında toplam maliyetin en küçüklenmesi amaçlanmıştır.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliği, yatay işbirliğinin bir türü olan grup satın almadan farklıdır. Grup satın almada ölçek ekonomisi kullanılırken; tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde kapsam ekonomisi kullanılır. İşbirlikçilerin rotalarının sayısından çok bu rotaların birbirlerini ne kadar iyi tamamladığı, kazanılan fayda açısından önemlidir.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde altta yatan eniyileme modeli *Rota Kapsama* (*Lane Covering*) problemidir. Rota Kapsama Problemi; rotaların kümesi verilmiş iken, bütün rotaları kapsayan en düşük maliyetli turların kümesini bulma problemidir. Rota Kapsama Problemine çeşitli kısıtlar eklenerek, problemin farklı türleri oluşturulabilir. Örneğin, göndericilerin işbirliği yapabileceği firma sayısı kısıtlandığı durumda ortaya çıkan *Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi* bu türlerden birisidir. Rota Kapsama Probleminin diğer türlerinden biri de, çevrimler içersinde yer alan rota ayrıtları sayısı kısıtlandığında ortaya çıkan *Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemidir.* Bu türlerin dışında, çevrimlerin uzunlukları sınırlandığında ortaya çıkan *Uzunluk Kısıtlı Rota Kapsama Problemi* de mevcuttur.

Göndericiler işbirliği yapmak istediklerinde; hangi göndericilerin işbirliğine dâhil edileceği, hangi göndericilerin rotalarının arka arkaya ekleneceği, ve oluşturulan rota birleştirme çözümünden doğan toplam maliyetin göndericilere veya rotalara dağıtılması konularında en iyi kararı vermek zorundadır. Gerçek hayat uygulamalarında bu kararlar işbirliği ağının koordinasyonunu üstlenen firma tarafından verilmektedir.

İşbirliğine dâhil edilecek göndericilerin seçimi, genelde rotalama çözümüne bırakılır. Burada, çok sayıda ve çeşitli sektörlerden düzenli gönderi rotası bira araya getirilir. Burada amaç birbirini tamamlayan rotalar bulma olasılığını mümkün olduğu kadar yüksek tutmaktır. Sonrasında, toplam maliyeti en aza indirmek amacıyla hangi düzenli gönderi rotalarının arka arkaya eklenerek turlar oluşturacağına karar verilir. Rota birleştirme çözümünden rotalarının hiçbiri diğer göndericilerin rotaları ile birleştirilmeyen göndericiler işbirliği dışında kaldığı varsayılacaktır. Ağdaki üye sayısı ve hesaba katılacak rota sayısı arttıkça değerlendirilecek muhtemel tur sayısı üstel şekilde artacaktır.

Düzenli gönderi turlarından oluşan çözümün toplam maliyetliyle firmaların başlangıçtaki bireysel maliyetlerinin toplamı arasındaki fark, işbirliğinden elde edilecek toplam maliyet kazanımını verir. Ancak, her işbirlikçi firmanın kendi maliyet kazanımının belirlenmesi için toplam maliyetin firmalara dağıtılması gerekmektedir. Maliyet dağıtımı, var olan yaklaşımlarda rota birleştirme çözümünü takip eden ayrı bir aşamadır.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde cevaplanması gereken iki temel soru vardır:

1. İşbirliğinden elde edilecek toplam maliyet nasıl hesaplanır?
2. İşbirliğinden elde edilen toplam maliyet, göndericiler arasında en iyi şekilde nasıl paylaştırılır?

Literatürde işbirliği üzerine yapılan çalışmalarda; işbirliğinden elde edilen maliyetin en aza indirilmesi, işbirliğine katılacak işbirlikçilerin seçimi ve elde edilen maliyetin işbirlikçiler arasında paylaştırılması ayrı ayrı olarak değerlendirilmektedir. Yani yukarıda verilen bu iki soru, ayrı ayrı aşamalar olarak değerlendirilmektedir. İlk olarak, bir eniyileme modeliyle en düşük maliyet belirlenir. Daha sonra, çeşitli ekonomik modellerle veya matematiksel modellerle; maliyet katılımcılar arasında dağıtılır

Bu iki aşamanın birlikte değerlendirilmesi; ayrı ayrı değerlendirilmesine kıyasla daha avantajlıdır. Çok aşamalı bu yaklaşımın en büyük dezavantajı, en küçük maliyetli çözümün bir veya birkaç işbirlikçiye daha fazla avantaj sağlamasıdır. Böyle bir durumda da, kabul edilebilir bir maliyet dağıtımının bulunması zorlaşacaktır. Bu aşamalar birlikte değerlendirildiğinde, kabul edilebilir bir maliyet dağıtımının bulunması daha kolay olacaktır. Ayrıca, Rota Kapsama Problemlerinden doğan oyunlarda; dengeli ve bütçe dengeli maliyet dağıtımlarının bulunması için gerekli ve yeterli şartın; oyunu tanımlayan tam sayılı modelin gevşetilmiş çözümünün, tam sayılı çözüm olmasıdır.

Bu tez çalışmasında, bu iki soru aynı anda değerlendirilerek; aynı anda cevaplanmaya çalışılmıştır. Geliştirilen bir tam sayılı programlama modeli yardımıyla, en düşük maliyetli çözümü bulmak yerine; kabul edilebilir maliyetli en düşük maliyetli çözüm bulunarak; hangi rota ayrıtlarının işbirliğine dâhil edileceğine karar verilecek ve seçilen bu rota ayrıtlarına düşen maliyet belirlenecektir.

Bu tez kapsamında; Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemine maliyet dağıtımı eklenerek elde edilen, Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi dikkate alınmıştır. Literatürde daha önce çalışılmamış kısıtları içeren, amacı kabul edilebilir maliyetli en düşük toplam maliyeti hesaplamak olan bir eniyileme modeli tanımlanmış ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Daha önce ayrışık olan en düşük maliyetli işbirliği çözümünü hesaplayan eniyileme problemi, maliyet dağıtımı ile birleştirilerek; kabul edilebilir maliyet dağıtımına sahip en düşük toplam maliyetli çözümü hesaplayan birleşik eniyileme modeli geliştirilmiştir. Ayrıca, büyük ölçekli problemlerin çözülmesine yönelik çözüm yöntemleri üzerinde çalışılmıştır.

Gönderici işbirliğinde, kabul edilebilir bir maliyet dağıtımının bulunması; işbirliğinin sürdürülebilmesi için oldukça önemlidir. Maliyet dağıtım aşamasında sıklıkla işbirlikçi oyun kuramında başvurulur. Bu nedenle kabul edilebilir bir maliyet dağıtımı geliştirmek için işbirlikçi oyun kuramında yer alan bazı kavramlar üzerine çalışılmıştır. Bu kavramlardan bazıları, kabul edilebilir maliyet dağıtımının geliştirilmesinde kullanılmıştır.

Bu kavramların dışında, işbirliğine dâhil edilecek rota ayrıtlarının belirli oranda yüzde tasarruf sağlaması kısıtı kabul edilebilir bir maliyet dağıtımı geliştirilirken dikkate alınmıştır. Ayrıca, maliyet dağıtımının kabul edilebilir olması için; seçilen rota ayrıtlarının elde ettikleri yüzde tasarruflar arasındaki farkın düşük olması oldukça önemlidir. Böylelikle, seçilen rota ayrıtların elde ettikleri yüzde tasarrufların birbirlerine yakın olması sağlanacaktır.

Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi, çok sayıda karar değişkeni içerebilir. Rota ayrıtları sayısının artması, üretilecek çevrimlerin sayısını üstel biçimde artıracaktır. Çevrim sayısının artması, modelde yer alan karar değişkeni sayısını arttıracaktır. Çünkü üretilen her çevrim, modelde yer alan bir karar değişkenine karşılık gelmektedir. Çok sayıda karar değişkeni içeren matematiksel modelleri çözmek için *sütun türetme* (*column generation*) en çok kullanılan yöntemlerden biridir. Sütun türetmede karar değişkenlerine karşılık gelen bütün sütunlar yerine, sütunların sınırlı sayıdaki alt kümelerini modele dâhil ederek gerçek modelin en iyi çözümünün bulunması hedeflenir. Sütun türetme, sınırlı sayıda sütun üzerinden çözülür. Bu nedenle sütun türetme bazlı çözüm yöntemi geliştirilmiştir.

Geliştirilen sütun türetme bazlı çözüm yöntemi, 10 adımdan oluşmaktadır. Bütün olurlu çevrimleri üretmek yerine, başlangıçta yalnızca bir boyutlu ve iki boyutlu (bir ve iki rota ayrıtı içeren) olası çevrimler üretilir. Daha sonra bu çevrimleri birleştirerek negatif indirgenmiş maliyetli yeni çevrimlerin bulunması hedeflenir. Çevrimlerin birleştirilmesinden negatif indirgenmiş maliyetli yeni çevrim elde edilmediği durumda, fiyatlandırma problemi çözülür. Fiyatlandırma probleminden, negatif indirgenmiş maliyetli yeni çevrimlerin elde edilmesi amaçlanır. Fiyatlandırma problemi tam sayılı programlama modeli olduğu için, negatif indirgenmiş maliyetli çevrim elde etmek uzun zaman alabilir. Bu nedenle fiyatlandırma problemi yalnızca gerektiğinde çözdürülmüştür.

Tam sayılı programlama modellerini çözmek için tek başına sütun türetme yöntemini kullanmak yeterli değildir. Bu nedenle sütun türetme bazlı çözüm yöntemi dışında problemi optimal olarak çözmek için dal-fiyat yöntemi geliştirilmiştir. Dal-fiyat yöntemi dal-sınır ve sütun türetme yaklaşımlarını bir araya getiren bir yaklaşımdır. Dal-fiyat yöntemi kullanılmaya; sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda başlanır. Sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda, son doğrusal gevşetilmiş çözüm ve tam sayılı çözüm, dal-fiyat yöntemine girdi olarak alınır.

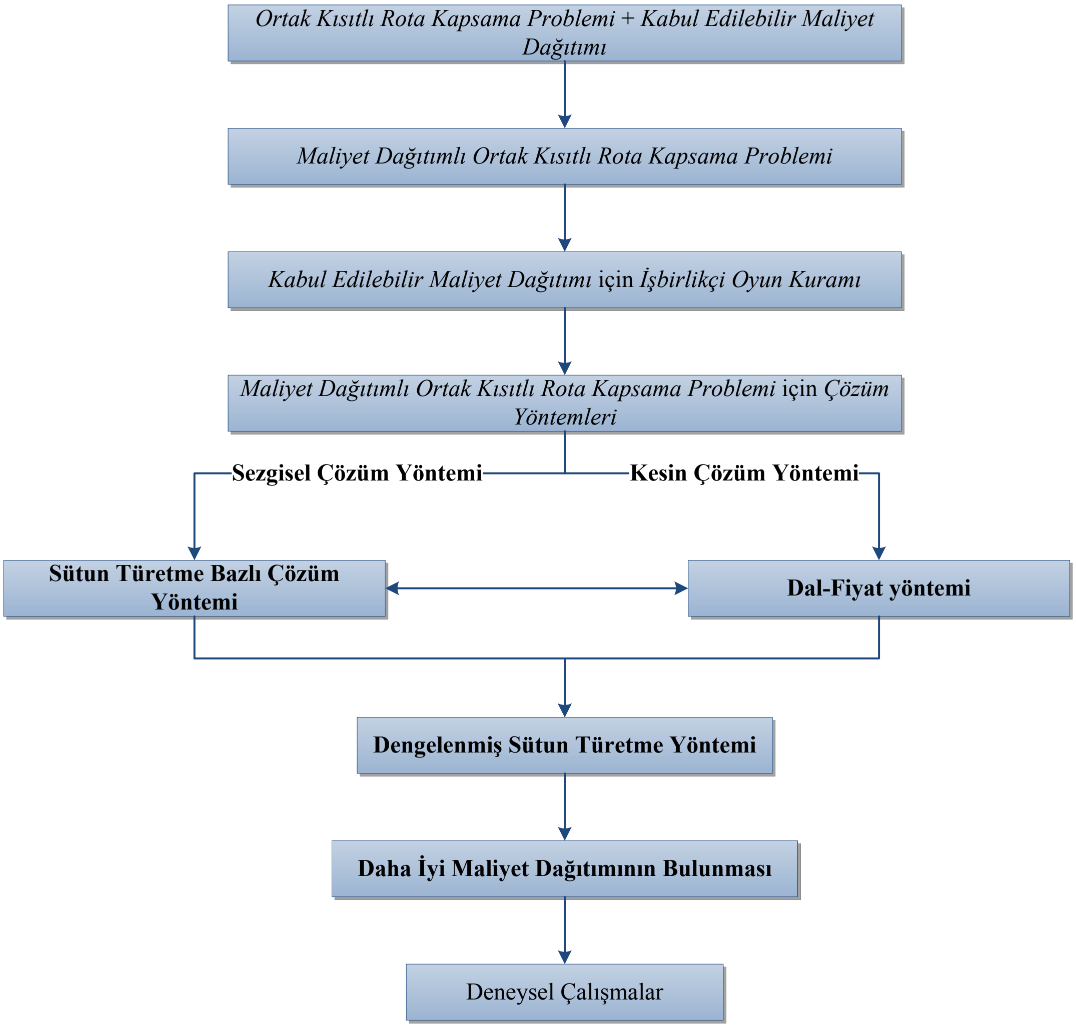
Bu problemin çözümü aşamasında dejenere çözümlere rastlanmıştır. Yani temelde yer alan çevrim karar değişkenleri sıfır değerini almaktadır. Bu dejenere çözümleri azaltmak için literatürde sıklıkla kullanılan "*Dengelenmiş Sütun Türetme*" (*Stabilized Column Generation*) yöntemi modele dâhil edilmiştir. Dengelenmiş sütun türetme yönteminde, eşitlik ve eşitsizlik kısıtlarına sınırlandırılmış artık ve gevşek değişkenler ceza maliyetleriyle eklenerek pertürbasyonun değişmesini sağlanır. Bu uygulama neticesinde modelde çevrim karar değişkenlerini içeren kısıtlara, sınırlandırılmış artık ve gevşek değişkenler ceza maliyetleriyle birlikte eklenmiştir.

Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi geliştirilen çözüm yöntemleriyle çözüldükten sonra maliyet dağıtımları arasında dengesizlik olduğu tespit edilmiştir. Bazı rota ayrıtları garanti edilen en düşük yüzde tasarrufa sahip iken bazıları oldukça yüksek yüzde tasarrufa sahiptir. Bunun tespiti için, seçilen rota ayrıtlarının sahip oldukları yüzde tasarruf miktarlarının standart sapmasına bakılması yeterli olmuştur.

Standart sapmanın yüksek olması, rota ayrıtlarının sahip oldukları yüzde tasarruf miktarları arasında farkın yüksek olmasından kaynaklanmaktadır. Bu farkı ortadan kaldırmak ve seçilen rota ayrıtlarının mümkün olduğunca eşit yüzde tasarruf elde etmelerini sağlamak amacıyla dört yeni matematiksel model geliştirilmiştir. Yeni maliyet dağıtımı; dağıtılan maliyetler, seçilen rota ayrıtları ve seçilen çevrimler üzerinden yapılacaktır. Geliştirilen modellerin bazıları, seçilen güzergâhların yüzde tasarruf miktarlarını temel alırken; bazıları ise seçilen güzergâhlar için kilometre başına düşen maliyetleri temel almaktadır.

Son olarak, geliştirilen modelleri ve çözüm yöntemlerini test etmek için belirli kurallara göre rasgele 18 örnek üretilmiştir. Geliştirilen matematiksel modeller bu 18 örnek için, geliştirilen çözüm yöntemler yardımıyla çözdürülmüştür. Her bir matematiksel model ve çözüm yönteminden elde edilen sonuçlar detaylı olarak tablo ve grafik haline getirilmiştir. Daha sonra bu tablo ve grafikler detaylı olarak analiz edilmiştir. Ayrıca geliştirilen matematiksel modeller ve çözüm yöntemleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

Bu tez çalışması şu şekilde organize edilmiştir: ikinci kısımda literatürede yapılan çalışmalardan, üçüncü kısımda problemin tanımı ve formülasyonundan, dördüncü kısımda bu problemi çözmek için geliştirilen çözüm yöntemlerinden ve bu çözüm yöntemi içerisinde yer alan konulardan, beşinci kısımda yapılan deneysel çalışmalardan ve altıncı kısımda genel değerlendirilmelerden bahsedilmektedir. Tez kapsamında yapılan çalışmalar şematik olarak Şekil 1.1 'de gösterilmektedir.



Şekil 1.1: Tez Kapsamında Çalışılan Konuların Şematik Gösterimi

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Literatürde tam kamyon yükü gönderici işbirliği üzerine yapılmış sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Ancak literatürde, işbirlikçi oyun kuramı üzerine yapılmış çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışma, hem maliyet dağıtımını hem de işbirlikçi oyun kuramını içerdiği için bu konular üzerinde literatür araştırması yapılmıştır. Maliyet dağıtımı konusu, işbirlikçi oyun kuramında sıklıkla rastlanılan bir konudur. İşbirlikçi oyun kuramı dışında, maliyet dağıtımını bağımsız olarak ele alan çalışmalar da literatürde mevcuttur.

Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde sıklıkla karşılaşılan işbirliği türü yatay işbirliğidir. Yatay işbirliği, aynı sektörde faaliyet gösteren firmaların kendi aralarında yaptıkları işbirliği türüdür. Bu çalışmada, firmalar arasında yatay işbirliği olduğu için hem yatay işbirliği hakkında hem de lojistik işbirliği hakkında araştırma yapılmıştır. Lojistik işbirliğinde, işbirlikçi oyun kuramında yer alan bazı kavramlar ele alınmaktadır.

Bu konular dışında, teze katkı sağlayacağı inanılan başka konular da dikkate alınmıştır. Bu bölümde literatürde yapılan çalışmalar üç başlık altında incelenecektir. Bunlar sırasıyla; işbirlikçi oyun kuramı ve maliyet dağıtımı, yatay işbirliği ve yardımcı çalışmalardır.

2.1 İşbirlikçi Oyun Kuramı

İşbirlikçi oyun kuramı üzerine yapılan çalışmalar 1970 'lere kadar dayanmaktadır. İşbirlikçi oyun kuramında, hem maliyet dağıtımıyla ilgili mekanizmalar hem de özellikler yer almaktadır. Maliyet dağıtım mekanizmaları, işbirliğinden elde edilen maliyetin paydaşlar arasında nasıl etkin dağıtılacağını ele alır. Öncelikle işbirliğinden kaynaklanan toplam maliyet hesaplanır. Daha sonra bu maliyetin işbirliğine katılan oyunculara veya katılımcılara nasıl dağıtılacağına karar verilir. Bu aşamalar için önerilmiş çeşitli mekanizmalar ve senaryolar vardır. Bu kısımda, öncelikle işbirlikçi oyun kuramında yer alan bazı iyi bilinen kavramlardan bahsedilecektir. Daha sonra bu kavramların bahsedildiği çalışmalara değinilecektir.

Kabul edilebilir bir maliyet dağıtımı bulmak için sıklıkla, işbirlikçi oyun kuramında kullanılan kavramlara başvurulur. İşbirlikçi oyun kuramı, bencil oyuncuların faydalarını artırmak için bireysel olarak hareket etmek yerine; başka oyuncularla ortak hareket ettiği durumları ele alır. İşbirlikçi oyun kuramında, işbirliğinden elde edilen ortak kazanımın veya maliyetin oyuncular arasında paylaştırılması gerekir. İşbirliğinden elde edilen kazanımın veya maliyetin oyuncular arasında dağıtılmasında, işbirlikçi oyun kuramında kullanılan bazı kavramlardan yararlanılabilir.

Eğer bir maliyet dağıtımında, işbirliğinden elde edilen toplam maliyet; oyunculara dağıtılan toplam maliyete eşit ise bu maliyet dağıtımına *bütçe dengeli* (*budget balanced*) maliyet dağıtımı denir. Eğer her oyuncuya düşen maliyet, kendi bireysel maliyetlerinden düşük veya eşit ise böyle bir maliyet dağıtımına *bireysel rasyonel* (*individual rationality*) maliyet dağıtımı denir. *Grup stratejisine dayanıklı* (*group-strategyproof*) veya *sağlam* (*stable*) bir maliyet dağıtımında, hiçbir oyuncu büyük koalisyondan kopup; bir alt koalisyon oluşturarak mevcut faydasını arttıramaz. Bu kavram işbirliğini bir arada tutan en önemli kavramdır. İşbirliğinin sağlıklı biçimde sürdürülebilmesini sağlar. Bütçe dengeli ve sağlam maliyet dağıtımlarının oluşturduğu kümeye oyunun *çekirdeği* (*core*) denir. Bir oyunun çekirdeği boş olabilir.

Çekirdekte tek bir tane maliyet dağıtımı olmak zorunda değildir. Birden fazla maliyet dağıtımı bulunabilir. Böyle bir durumda, bazı maliyet dağıtımları bazılarına göre daha tercih edilebilir olabilir. Schmeidler tarafından tanımlanan *çekirdekçik* (*nucleolus*) böyle maliyet dağıtımlardan biridir. Çekirdekçik, bütün koalisyonlar üzerinden en düşük faydayı sözlüksel biçimde en büyüklemeye çalışır. Eğer çekirdek boş değilse, çekirdekçik vardır. Çekirdeğin boş olması durumunda da çekirdekçik var olabilir.

İşbirliği kurulduktan sonra işbirliğine dâhil olmak isteyen yeni oyuncular olabilir. Yeni oyuncular işbirliğine dâhil edildikten sonra, mevcut oyuncuların faydalarının olumsuz yönde etkilenmemesi gerekir. Bu durumun önüne geçmek için *çapraz monotonik* (*cross monotonic*) özelliği kullanılabilir. Çapraz monotonik bir maliyet dağıtımı yeni oyuncuların işbirliğine dâhil edilmesi durumunda; mevcut oyuncuların faydalarının olumsuz yönde etkilenmeyeceğini garanti eder. Çapraz monotonik bir maliyet dağıtımı bütçe dengesi özelliğini sağlarsa aynı zamanda grup stratejisine dayanıklıdır. Bütün bu özelliklerin aynı anda sağlanması çok zor olabilir. Bu durumda bazı özelliklerde gevşetme yoluna gidilebilir.

İşbirlikçi oyun kuramında sıklıkla karşılaşılan maliyet dağıtımlarından biri de *Shapley değeridir* (*Shapley Value*). Shapley değeri, her oyuncunun alt koalisyonlara ayrı ayrı yaptığı marjinal katkısının ağırlıklı ortalamasıdır. Başka bir deyişle, işbirliğinin teker teker kurulması halinde her oyuncunun işbirliğine yaptığı ortalama katkıdır. *Eşit olanlara eşit davran* (*equal treatment of equals*) özelliğinde ise, her açıdan aynı olan iki oyuncuya aynı maliyet atanır. Aynı maliyete sahip olan oyuncular, aynı oyuncu olmak zorunda değildir. Eğer bir oyuncu işbirliğine dâhil edildiğinde, herhangi bir maliyet artışı sağlamıyorsa; o oyuncuya *yapay oyuncu* (*dummy player*) denir.

İşbirlikçi oyun kuramının kullanım alanı oldukça geniştir. Telekomünikasyon uygulamalarında dahi kullanılabilir. Bu kısımda işbirlikçi oyun kuramı üzerine yapılan çalışmalar ikiye ayrılacaktır.

2.1.1 Kuramsal Çalışmalar

Young [41] işbirlikçi oyun kuramında yer alan; etkinlik, toplam tekdüzelik, koalisyonlu tekdüzelik, güçlü tekdüzelik, simetri aksiyomu, kukla aksiyomu ve toplanabilirlik aksiyomu gibi kavramları açıklamışlardır. Ayrıca yine işbirlikçi oyun kuramında yer alan; eşitlikçi kuralı, Shapley değeri ve çekirdekçik gibi maliyet dağıtım mekanizmalarını tanımlamışlardır. Ayrıca yukarıda verilen özellikleri sağlayan ve sağlamayan bazı dağıtım mekanizmaları geliştirmişlerdir.

Aumann ve Dreze [7] koalisyon yapılı işbirlikçi oyun kuramı üzerine çalışmışlardır. İşbirlikçi oyun kuramında yer alan bazı iyi bilinen kavramları –çekirdekçik, Shapley değeri, çekirdek, on Neumann-Morgen-Stern çözümü– ve iyi bilinen özellikleri –eşit olana eşit davran, boş oyuncu, üst toplamsal– tanımlamışlarıdır.

2.1.2 Telekomünikasyon Uygulamaları

Bogomolnaia vd. [16] bir iletişim ağını dikkate almışlardır. En büyük maliyetli kapsar ağacı, işbirlikçi oyun kuramında yer alan bazı iyi bilinen kavramları –çekirdek, dengelilik, tekdüzelik ve süreklilik– tanımlamışlardır. Bu özellikleri kullanarak çeşitli maliyet dağıtım mekanizmaları geliştirmişlerdir.

Johari vd. [33] bir ağ formasyon oyununu dikkate almışlardır. Bu çalışmada her bir düğüm bir oyuncuya karşılık gelmektedir. Her düğüm, diğer bir düğüme ürün göndermektedir. Düğümler arasında direk bağlantılar ve bu bağlantıların dengeliliği üzerine çalışmışlarıdır. Mümkün bağlantılar üzerindeki dengeli bağlantıları tanımlamışlar ve bağlantının dengeli olabilmesi için gerekli üç koşul geliştirmişlerdir.

2.2 Lojistik İşbirliği ve Rota Kapsama Problemi

Bu başlık altında, hem kurumlar arası yatay işbirliğiyle alakalı yapılan çalışmalardan hem de lojistik işbirliği üzerine yapılan çalışmalardan ve Rota Kapsama Problemi ve türlerinden bahsedilecektir. Kurumlar arası yatay işbirliği, literatürde kullanılan dört işbirliği türünden birisidir. Diğerleri, *kurum içi dikey*, *kurum içi yatay* ve *kurumlar arası* *dikey* işbirlidir [20]. Kurum içi dikey işbirliğinde kurum tedarik zinciri içerisinde farklı görevleri olan birimler arasında koordinasyonu amaçlar. Kurum içi yatay işbirliğinde, aynı işlevi gören birimler koordineli hareket eder veya bu birimler tek bir birim altında birleştirilir. Kurumlar arası dikey işbirliğinde ise aynı tedarik zinciri içerisindeki farklı ve bağımsız kurumlar karşılıklı menafaatleri doğrultusunda ortak kararlar alırlar. Bu işbirliği türleri, çalışma kapsamında yer almadığı için detaylı şekilde değinilmeyecektir. Bu başlık altında ayrıca maliyet dağıtım mekanizmalarıyla ilgili önerilmiş çözüm yöntemlerinden, yaklaşımlardan ve çeşitli senaryolardan bahsedilecektir.

Lojistik işbirliği üzerine yapılan çalışmalar oldukça geniştir. Bu çalışmalar içerisinde işbirlikçi oyun kuramını içeren birçok çalışma da mevcuttur. Yukarıda *"İşbirlikçi Oyun Kuramı"* başlığında verilen çalışmalardan farklı olarak; bu kısımda verilen çalışmalarda yalnızca işbirlikçi oyun kuramı değil lojistik işbirliğinden de bahsedilmektedir. Tam kamyon yükü iş birliğinde altta yatan eniyileme modeli, Rota Kapsama Problemi olduğu için; bu problem ve türleri hakkında yapılan çalışmalardan ve bu problemlerden bahsedilecektir.

2.2.1 Lojistik İşbirliği

Frisk vd. [32] İsveç'te yer alan sekiz orman firması arasındaki işbirliği üzerine çalışmışlardır. Toplam kazanımın veya maliyetin işbirliğinden nasıl elde edileceğine ve bu maliyetin veya kazanımın firmalar arasında nasıl dağıtılacağına odaklanmışlardır. İşbirlikçi oyun kuramında yer alan ve iyi bilinen bazı dağıtım mekanizmaları –Shapley değeri, çekirdekçik, dağıtılabilir ve dağıtılamaz maliyetlere dayalı dağıtım, gölge fiyatlara dayalı dağıtım, hacim ağırlıklarına dayalı dağıtım– tanımlamışlardır. Ayrıca *"Eşit Getiri Metodu"* (*Equal Profit Method*) adını verdikleri yeni bir maliyet dağıtım metodu geliştirmişlerdir. Bu metot, toplam maliyeti veya kazanımı paydaşlar arasında mümkün olduğunca eşit şekilde dağıtmayı amaçlar. Sekiz orman işletmesiyle birlikte bir vaka çalışması gerçekleştirmişlerdir. Bu vaka çalışmasından elde ettikleri sonuçları bu metotlarla karşılaştırmışlardır.

Le Blanc vd. [34] perakendeci dağıtımda yer alan *"Fabrika Kapısı Fiyatlandırması"* (*Factory Gate Pricing*) konusu üzerine çalışmışlardır. "Fabrika Kapısı Fiyatlandırması 'da", ürünler perakendeciler tarafından; üreticinin kapısından alınarak, dağıtım merkezine taşınır. Perakendecinin tedarik zinciri; birincil dağıtım ve ikinci dağıtım olmak üzere iki kısma ayrılmıştır. "Fabrika Kapısı Fiyatlandırması 'nın" potansiyelini değerlendirmek için yedi farklı lojistik senaryosu geliştirmişlerdir. Birinci, ikinci ve üçüncü senaryo, göndericilerin temel nakliyeyi kontrol ettikleri geleneksel senaryodur.

Diğer senaryolar ise, perakendecinin temel nakliyeyi kontrol ettikleri yeni senaryodur.

Cruijssen vd. [22] nakliye ve lojistikte yer alan yatay işbirliği üzerine bir literatür incelemesi yapmışlardır. İşbirliği ve ortaklık arasındaki farklılıktan bahsetmişlerdir. Yatay işbirliğini üç kategoriye ayırmışlar ve bunları tanımlamışlardır. Bu kategoriler bütünleşmenin seviyesi, merkezileşme ve faaliyet alanı ve yoğunluktur. Deniz taşımacılığında ve havacılıkta yer alan bazı örneklerden bahsetmişlerdir. Ayrıca yatay işbirliğinin faydalarından, engellerinden ve tehditlerinden ve yardımcılarından bahsetmişlerdir. Yatay işbirliğinin faydaları olarak maliyet ve verimlilik sıralanabilir. Engelleri ve tehditleri olarak; ortaklar, kazanımın belirlenmesi ve dağıtılması, pazarlıklar ve koordinasyon olarak gösterilebilir. Yardımcıları olarak da; bilgi paylaşımı, ilişki ve sözleşme yönetimi ve bilgi teknolojisi gösterilmektedir.

Cruijssen vd. [23] yatay işbirliği hakkında fikir sahibi olabilmek için geniş kapsamlı bir anket çalışması gerçekleştirmişlerdir. Yedi hipotez oluşturmuşlardır. Birinci ve ikinci hipotez firma büyüklüğüyle ilgilidir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci hipotez, kamyon firmasının kapsamı ile yatay işbirliği arasındaki ilişkiyle ilgilidir. Altıncı ve yedinci hipotez ise, firmanın etkinlik seviyesiyle ilgilidir. Altıncı ve yedinci hipotezi test etmek için; yargılarını, fırsatlar ve tehditler olarak iki kategoriye ayırmışlardır. Katılımcıları ise, işbirlikçi-işbirlikçi olmayan, ilgili-ilgili olmayan ve tam yetkili-kısıtlı yetkili olarak sınıflandırmışlardır. Daha sonra, geliştirdikleri bu hipotezleri test etmişlerdir.

Audy vd. [5], Kanadalı mobilya üreticileri arasındaki nakliye koordinasyonu üzerine çalışmışlardır. Servis sağlayıcıları için beş farklı lojistik senaryosu oluşturmuşlardır. *"İşbirliğinden elde edilen maliyet firmalar arasında nasıl dağıtılacak?"* sorusunu cevaplamaya çalışmışlardır. Bunun için bir doğrusal matematiksel model geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri bu matematiksel model Firsk vd. [32] 'nin geliştirdiği matematiksel modelin değiştirilmiş halidir. Bu model dengeli bir dağıtım bulmayı amaçlamaktadır. Daha sonra, özel gereksinimlerin olması durumunda maliyet dağıtımın nasıl olacağı üzerine çalışmışlardır.

Audy vd. [6] şu üç soru üzerine yoğunlaşmışlardır: *"İşbirliğinden elde edilecek kazanım nasıl hesaplanacak?"*, *"Bu kazanım firmalar arasında nasıl paylaştırılacak?"* ve son olarak "Firmalar arasında işbirliği nasıl kurulacak". Firmalar arasında *"Lider Firma"* ve *"Lider Olmayan Firma"* sınıflandırmaları yapmışlardır. Dört farklı kazanım paylaştırma kuralı geliştirmişlerdir. Daha sonra, İsveç'te yer alan sekiz orman işletmesiyle birlikte vaka çalışması gerçekleştirmişlerdir.

Audy vd. [3], firmalar arası ilişkinin nasıl kurulması ve yönetilmesi gerektiği üzerine çalışmışlardır. İşbirliğinin amacı, lojistik aktiviteleri, işbirliği seviyesi, işbirliği formları, ortak seçimi, sorumlulukların tanımlanması, işbirliğinin lideri ve işbirliğinin faydaları gibi kavramları tanımlamışlardır. Ayrıca beş farklı koordinasyon mekanizması oluşturmuşlardır.

Audy vd. [4] lojistik aktiviteleri için koordinasyon mekanizmalarını dikkate almışlardır. İşbirliğinin üç boyutundan bahsetmişlerdir. Bunlar yatay, dikey ve yanal boyutlar olarak tarif edilmiştir. Dikkate aldıkları her koordinasyon mekanizmasında, farklı amaç fonksiyonlarıyla birlikte bir eniyileme problemi çözülür.

Cruijssen vd. [24] göndericiler taşıma maliyetlerini azaltmak için dışardan kaynak kullanabileceğini vurgulamışlardır. Göndericiler yerine lojistik aktivitelerini gerçekleştirebilecek *"Lojistik Servis Sağlayıcısı"* kavramını tanımlamışlardır. Kazanımın paylaştırılması için bazı kurallar önermişlerdir. Üç adımlı bir prosedür geliştirmişlerdir. Bunlar; hedef grubun seçimi, maliyet azaltılması ve pazarlıktır. Shapley tek düze yolunu ve rasyonel Shapley tek düze yolunu tanımlamışlardır.

2.2.2 Rota Kapsama Problemi

Ergun vd. [28] varlıkların yeniden konumlandırma maliyetlerini en küçükleyen turların kümesini bulmaya çalışmışlardır. Rota Kapsama Problemini tanımlamışlardır. Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemi ve Uzunluk Kısıtlı Rota Kapsama Problemi üzerine de çalışmışlardır. Bu problemlerin NP-Zor olduğunu göstermişlerdir. Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemini, Küme Kapsama Problemi olarak formüle edip, bir açgözlü algoritma önermişlerdir.

Ergun vd. [29] kamyon hareketlerinin sürekliliğini sağlan turların bulunması amacıyla işbirliğinin kurulmasını amaçlamışlarıdır. Zaman Kısıtlı Rota Kapsama Problemi üzerine çalışmışlardır. Verilen bir rota kümesi için, turların toplam süresini en küçükleyen turların kümesini bulmaya çalışmışlardır. Zaman Kısıtlı Rota Kapsama Problemi için, çözüm yaklaşımları vermişlerdir. Ayrıca, sayısal örneklerle bu yaklaşımları karşılaştırmışlardır.

Ergun ve Özener [30] gönderici işbirlikçi oyunları dikkate almışlardır. Rotaları kapsamanın toplam maliyetini en küçükleyen en iyi turları bulmayı amaçlamışlardır. Rotaları kapsamanın maliyeti, orijinal rota maliyetlerinden ve varların yeniden konumlandırılmasının maliyetlerinden oluşmaktadır. Maliyet hesaplandıktan sonra, hesaplanan bu maliyet oyuncular arasında dağıtılmaya çalışılır. Bu çalışmada oyuncular göndericiler değil, rotalardır. İşbirlikçi oyun kuramında yer alan bazı iyi bilinen özellikleri tanımlamışlardır. Bunlar; etkinlik, dengelilik, çapraz monotonik, eşit olanlara eşit davran ve yapay oyuncudur. Bu özellikleri sağlayan bazı maliyet dağıtım mekanizmaları vermişlerdir. Dengeli bir maliyet dağıtımının, doğrusal problemin dualinin en iyi çözümünden elde edilebileceği gösterilmiştir. Ayrıca, bazı bilinen özeliklerin aynı anda sağlanmasının mümkün olmadığı vurgulanmıştır. Etkinlik ve dengelilik özelliklerinde gevşetmeye gidilmiştir. En düşük borçluluk maliyet dağıtımı ve pozitif faydalı maliyet dağıtımı mekanizmaları geliştirmişlerdir.

Daha öncede belirtildiği gibi, tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde altta yatan eniyileme modeli Rota Kapsama Problemidir. Bu aşamada, Rota Kapsama Problemi ve Rota Kapsama Probleminin farklı türleri hakkında bilgi verilecektir.

Rota Kapsama Problemi sözel bir ifadeyle; rotaların kümesi verilmiş iken bütün rotaları kapsayan en düşük maliyetli turların kümesini bulma problemidir. Rota Kapsama Problemi, matematiksel bir ifadeyle; yönlü bir Öklid çizgesi $G = (N, A)$, N tane düğüm, A tane ayrıt ve $f_a(a \in A)$ ayrıtların maliyetleri ile tanımlanan şebeke ve bu şebekede düzenli gönderileri temsil eden bir alt kümesini $(L \subseteq A)$ kapsayan ve toplam maliyeti en küçükleyen çevrimleri bulma problemi olarak tanımlanabilir.

Rota Kapsama Probleminde kullanılan çevrimler üzerine kısıtlar konulduğunda, ortaya çıkan problemleri çözmek oldukça zordur. Örneğin, çevrimlerin içerisinde yer alan rota ayrıtları üzerine sayı kısıtı konulduğunda ortaya çıkan, sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemi; çevrim uzunluğuyla ilgili bir kısıt konulduğunda ortaya çıkan, Uzunluk Kısıtlı Rota Kapsama Problemi ve çevrimler üzerine konulan zaman penceresi kısıtlarıyla ortaya çıkan Zaman Kısıtlı Rota Kapsama Problemi NP-Zor problemlerdir.

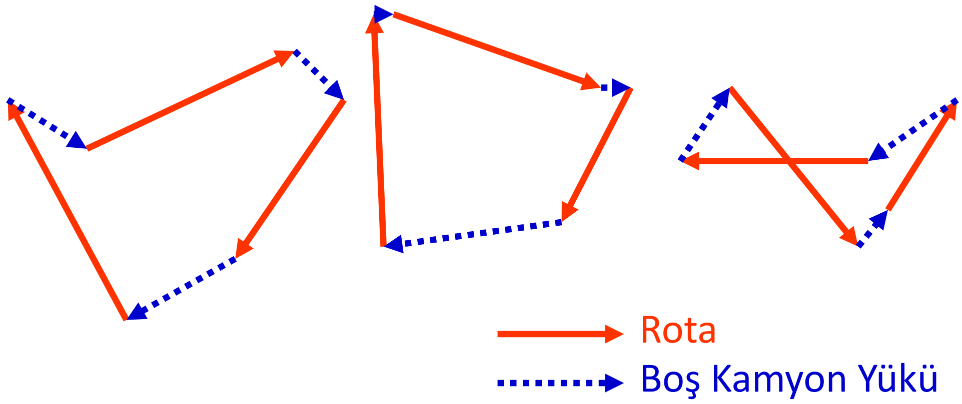
Rota Kapsama Problemi, *Küme Bölmeleme Problemi* (*Set Partitioning Problem*) olarak ifade edilebilir. $(l \in L)$ rota ayrıtlarını ve $(c \in C)$ olurlu çevrimlerini belirtsin. (s_{lc}) bir rota ayrıtının bir çevrim içerisinde olduğunu gösteren parametre ve (f_c) parametresi ise her $(c \in C)$ için olurlu çevrimlerin maliyetlerini göstersin. (x_c) ise bir çevrimin seçilip seçilmediğini gösteren ikili karar değişkeni olsun. Bu durumda küme bölmeleme formülasyonu aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\textbf{Min} \quad \sum_{c \in C} f_c x_c \tag{2.1}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{c \in C} s_{lc} x_c = 1 \qquad \forall l \in L \tag{2.2}$$

$$x_c \in \{0, 1\} \qquad \forall c \in C \tag{2.3}$$

Rota Kapsama Probleminden elde edilebilecek turların nasıl olacağı Şekil 2.1 'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1: Rota Kapsama Probleminden Elde Edilebilecek Turlar

2.2.2.1 Ortak Kısıtlı Rota Kaplama Problemi

Yukarıda verilen kısıtların haricinde, gerçek hayatta kullanılan birçok kısıt Rota Kapsama Problemine dâhil edilebilir. Bunlardan biri de gönderici firmaların işbirliği yapabileceği firma sayısını kısıtlamaktır. Bu durumda ortaya çıkan problem Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi olarak adlandırılır.

Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi de NP-Zor bir problemdir. Eğer Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Probleminde, her firmanın yalnızca bir rota ayrıtı bulunursa; bu durumda problem Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemine dönüşür. Yani, Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemi; Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Probleminin özel bir durumudur ve Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi en az Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemi kadar zor bir problemdir. Sayı Kısıtlı Rota Kapsama Problemi NP-Zor bir problem olduğu için, Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi de NP-Zor bir problemdir.

Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi matematiksel olarak ifade edilecek olursa; yönlü bir Öklid çizgesi $G = (N, A)$, N tane düğüm, A tane ayrıt ve $f_a(a \in A)$ ayrıtların maliyetleri ile tanımlana şebeke ve her firmaya ait rota ayrıtlarını temsil eden rota ayrıtlarının kümesi $L_i \subseteq A$, $i \in P$ verildiğinde rota ayrıtları kümesini kapsayan en fazla k_i tanesinden rota ayrıtı içeren ve toplam maliyeti en küçükleyen çevrimleri bulma problemi olarak tanımlanabilir.

Bu çalışmada, ayrıt kavramı boş kamyon yükü hareketini temsil etmektedir. Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemini ifade etmek için daha fazla parametreye, karar değişkenine ve kısıta ihtiyaç vardır. Problemde kullanılanan kümeler, parametreler ve karar değişkenleri aşağıda tanımlanmıştır.

Kümeler

N : Düğümlerin kümesi.

A : Ayrıtların kümesi.

L : Rota ayrıtlarının kümesi.

P : İşbirliğine aday firmaların kümesi.

L_i : $i \in P$ firmasına ait rota ayrıtlarının kümesi.

C : Bütün olası çevrimlerin kümesi.

Parametreler

f_c : $c \in C$ çevriminin maliyeti.

k_i : $i \in P$ firmasının işbirliği yapabileceği maksimum firma sayısı.

$M_{ij} = \min \{|L_i|, |L_j|\}; \forall \{i, j\} \subseteq P.$

$$s_{lc} = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } l \in L \text{ rota ayrıtı, } c \in C \text{ çevrimi içerisindeyse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$p_{cij} = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } i \in P \text{ firması ve } j \in P - \{i\} \text{ firması } c \in C \text{ çevrimi içerisindeyse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

Karar Değişkenleri

$$u_l = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } l \in L \text{ rota ayrıtı seçilmemişse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$x_c = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } c \in C \text{ çevrimi seçilmişse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } i \in P \text{ firması, } j \in P - \{i\} \text{ firmasıyla işbirliği yapmışsa.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
\textbf{Min} \quad & \sum_{c \in C} f_c x_c & & (2.4) \\
\textbf{S.t.} \quad & \sum_{c \in C} s_{lc} x_c = (1 - u_l) & \forall l \in L & \quad (2.5) \\
& \sum_{c \in C} p_{cij} x_c \leq M_{ij} y_{ij} & \forall \{i,j\} \subseteq P & \quad (2.6) \\
& \sum_{c \in C} p_{cij} x_c \geq y_{ij} & \forall \{i,j\} \subseteq P & \quad (2.7) \\
& \sum_{j \in P - \{i\}} y_{ij} \leq k_i & \forall i \in P & \quad (2.8) \\
& x_c \in \{0,1\} & \forall c \in C & \quad (2.9) \\
& u_l \in \{0,1\} & \forall l \in L & \quad (2.10) \\
& y_{ij} \in \{0,1\} & \forall \{i,j\} \subseteq P & \quad (2.11)
\end{aligned}
$$

2.3 Yardımcı Çalışmalar

Bu kısımda, tez kapsamında değinilen diğer konular hakkında yapılan çalışmalardan bahsedilecektir. Dengeli bir maliyet dağıtımın bulunması oldukça zor ve zaman alıcıdır. Bu nedenle, tez kapsamında dengeli bir maliyet dağıtımı aranmamıştır. Ancak, literatürde, maliyet dağıtımının dengeliliğini ölçen bazı kavramlar mevcuttur. Bunlardan en önemlisi *sağlamlığın bedeli* (*price of stability*) ve *düzensizliğin bedelidir* (*price of anarchy*).

Sağlamlığın bedeli, sistemin olabilicek en iyi durumu ile sağlamlık durumu arasındaki maliyet oranıdır. Düzensizliğin bedeli ise, sistemin olabilecek en iyi durumu ile düzensizlik durumu arasındaki maliyet oranıdır. Bu kısımda sağlamlığın bedeli, düzensizliğin bedeli ve adalet üzerine yapılan çalışmalardan bahsedilecektir.

Ayrıca, bu başlık altında; problemin çözümü esnasında karşılaşılan dejenere çözümlerin çokluğunu azaltmak için literatürde kullanılan “Dengelenmiş Sütun Türetme” yönteminden ve "Sütun Türetme" yaklaşımlarından da bahsedilecektir.

2.3.1 Sağlamlığın Bedeli, Düzensizliğin Bedeli ve Adalet

Banchrach vd. [8] oyunları dengeli hale getirmek için minimum harici ödemeyi tanımlamışlardır. Minimum harici ödeme, sağlamlığın bedelini işaret etmektedir. Oyunun çekirdeği boş olduğunda, oyunculara dışsal bir ödeme teklif edilerek; dengeli bir koalisyon buluna bileceğinden bahsedilmiştir. Ayrıca, koalisyon oyunlarının özel bir türü olan ayarlanmış koalisyon oyununu tanımlamışlardır. Ayarlanmış koalisyon oyunlarında sağlamlığın bedelini tanımlamışlardır.

Bertsimas vd. [15] etkinlik ve adalet arasındaki ödünleşim üzerine çalışmışlardır. Çağrı merkezi, sağlık hizmetlerinin çizelgelenmesi, hava trafiği kontrolü ve kadavra organlarının dağıtılmasında yer alan kaynak dağıtımı üzerine örnekler vermişlerdir. Toplam faydayı en büyüklemeye çalışan fayda ölçütü tanımlamışlardır. Adaletin bedelini tanımlamışlardır. Adaletin bedeli ve sağlamlığın bedeli için en kötü durum örnekleri vermişlerdir. Ayrıca, hava trafiği akış yönetimi üzerine bir vaka çalışması gerçekleştirmişlerdir.

Anshelevich vd. [2] yönlü çizge ağ tasarım oyunlarını dikkate almışlardır. Nash dengesi, sağlamlığın bedeli ve düzensizliğin bedeli gibi kavramları tanımlamışlardır. İyi bir Nash dengesinin en iyi cevap dinamiğiyle başarılabileceğini göstermişlerdir. *Nash dengesi* (*Nash Equilibrium*), her bir oyuncunun karşısındaki oyuncunun seçeneğine karşı verdiği en iyi yanıttır. 1950 yılında John Nash tarafından ortaya atılmıştır.

Chung vd. [19] yönsüz ağ tasarımı için sağlamlığın bedeli üzerine çalışmışlardır. Bu çalışma, Anshelevich vd. [2] 'nin yaptığı çalışmanın farklı bir türüdür. Hatırlanacağı üzere, Anshelevich vd. [2] tek yönlü ağ tasarımı için sağlamlığın bedeli üzerine çalışmışlardır. İki ve üç oyunculu ağ tasarım oyunlarında, sağlamlığın bedeli için sınırlar tanımlamışlardır.

Feldman ve Tamir [31] görevlerin kaynaklara atanmasında yer alan kaynak atama uygulamaları üzerine çalışmışlardır. Kaynak aktivasyon maliyetinin kullanıcılar arasında eşit bir şekilde dağıtıldığında, saf Nash dengesinin var olmayabileceğini göstermişlerdir. Sağlamlığın bedelini ve düzensizliğin bedelini tanımlamışlardır. Saf Nash dengesine yakınsamak için, en iyi cevap dinamiğini kullanmışlardır.

Chen ve Zhang [17] iletişim ağı problemleri için, fiyat mekanizmalarının tasarımı üzerine çalışmışlardır. Yeniden ölçeklendirme, zayıf tutarlılık, toplabilirlik ve pozitiflik aksiyomlarını tanımlamışlardır. Geliştirdikleri aday mekanizmalar, bu aksiyomlarla karakterize edilmektedir. Ademi merkezi sistemi tanımlamışlardır. Kullanıcıların kararlarının bilinmediği durumda, düzensizliğin bedeli üzerinde çalışmışlardır.

Correa vd. [21] bir ağda en büyük gecikmeli akışı, en küçükleyen problem üzerine çalışmışlardır. En büyük gecikmeyi en küçükleyen olurlu bir akışı, en küçük-en büyük akış olarak isimlendirmişlerdir. Dört farklı amaç fonksiyonu kullanmışlardır. Bunlar, en büyük gecikme, ortama geçikme, adaletsizlik ve en büyük gecikmeyi en küçüklemektir. Ayrıca, en büyük akışlı amaç için, düzensizliğin bedeline sınırlar önermişlerdir.

Chen ve Gürel [18] yük dengeleme modeli ve maliyet dağıtım modeli üzerine çalışmışlardır. Bu problemler için, sağlamlığın bedelini ve düzensizliğin bedelini tanımlamışlardır. Sağlamlığın bedeli ve düzensizliğin bedeliyle birlikte saf Nash dengesini değerlendirmişlerdir.

Resnick vd. [38] sağlamlığın bedelini, oyunları sağlamlaştıran minimum ödeme olarak tanımlamışlardır. Ayrıca, eşik ağ akışı oyunlarında, sağlamlığın bedeli üzerine çalışmışlardır. Sağlamlığın bedeli için, sınır ve yaklaşım vermişlerdir.

Barnhart vd. [10] trafik akış yönetim programları üzerine çalışmışlardır. Adalet metriği geliştirmişlerdir. Daha sonra, bu metriği en küçükleyecek bir tam sayılı programlama formulasyonu geliştirmişlerdir.

Bertsimas vd. [11] böbrek naklinde, organ dağıtımındaki adalet üzerine çalışmışlardır. Böbrek dağıtımıyla ve dağıtım politikalarıyla ilgili bazı prosedürlerden bahsetmişlerdir. Böbrek dağıtım prosedürünün tasarımın zor olabileceği vurgulanmıştır. Üç aşamalı bir dağıtım politikası geliştirmişlerdir. İlk aşamada, bir eşleştirme problemi tanımlanır. İkinci aşamada, eşlenik (dual) bilgileri tanımlanır. Üçüncü aşamada ise, yaklaşık dinamik programlama tanımlanır. Geliştirilen modelle amaçlanan, nakilden sonraki yaşam yılını en büyüklemektir. Bununla ilgili, dört gerçekçi durum çalışması gerçekleştirmiştir.

Bertsimas vd. [13] kaynak dağıtım problemleriyle ilgilenmişlerdir. Kabul edilebilir kavramlar olan, oransal adalet ve en büyük-en küçük adalet kavramlarını dikkate almışlardır. Bertimas vd. [11] ‘de olduğu gibi faydalı ve adil çözüm için formülasyon vermişlerdir. Literatürde iyi bilinen bazı adalet yaklaşımlarının –Aristo ‘nun eşitlik prensibi, klasik faydacılık, Kalai-Smorodinsky ve Nash standartları– tanımlarını vermişlerdir. İki oyunculu bir problem için oransal adaleti, Nash çözümünün genelleştirilmiş hali olarak tanımlamışlardır. Oransal adalet ve en büyük-en küçük adalet altında, adaletin sağlamlığını tanımlamışlar ve adaletin sağlamlığı için sınır belirlemişlerdir. İletişim ağları için bant genişliği dağıtım problem üzerine çalışmışlardır.

Cui vd. [25] adalet ve kanal koordinasyonu üzerine çalışmışlardır. Bir perakendecili ve bir üreticili kanal yapısında, üreticinin ve perakendecinin tarafsız olduğu durumda kararlarının nasıl olacağı gösterilmiştir. İlk önce, perakendecinin tarafsız olması durumunda perakendecinin kararını formülüze etmişlerdir. Daha sonra, üreticinin tarafsız olması durumunda üreticinin kararını formülüze etmişlerdir. Son olarak da her ikisinin de tarafsız olduğu durumu ele alarak, kararlarını analiz etmişlerdir.

Bertsimas vd. [12] hava trafiği akış yönetimi üzerine çalışmışlardır. Literatürde bu konuda yapılmış olan birçok çalışma olmasına rağmen; birçoğunun uygulanabilir olmadığından bahsetmişlerdir. İki önemli kavram olan geçiş ve geri dönüş kavramlarını açıklamışlardır. Daha sonra, farklı amaç fonksiyonlarına sahip ayrık en iyileme modelleri geliştirmişlerdir. Bunlardan ilki, toplam geçiş miktarını en küçüklemek; ikincisi ise toplam geri dönüş miktarını en küçüklemektedir.

Bertsimas vd. [14] hava trafiği akış yönetimi için yeni bir tam sayılı program önermişlerdir. Bu çalışma, Bertimas vd. [10] yaptığı çalışmanın farklı bir türüdür. Bu çalışmadan farklı olarak, üç farklı kısıt önerilen modele dâhil edilmiştir.

Leus ve Herroelen [35] proje planlamasında kaynakların dağıtılması ve dengelenmesi üzerine çalışmışlardır. Bir kaynak atama modeli önermişlerdir. Ayrıca önerdikleri bu modeli çözmek için dal ve sınır algoritması geliştirmişlerdir. Aktivitelerin zamanlarını temsil etmek için stokastik değişkenler tanımlamışlardır.

2.3.2 Sütun Türetme ve Dengelenmiş Sütun Türetme

Lübbecke ve Desrosiers [36] sütun türetme ve Dantzing-Wolfe ayrıştırması üzerine bir çalışma yapmıştır. Tam sayılı programlar için sütun türetme tekniğinden bahsetmişlerdir. Sınırlandırılmış ana problem (restricted master problem) ve onun çözümü hakkında bilgi vermişlerdir. Ayrıca fiyatlandırma problemi ve alternatif fiyatlandırma kuralları hakkında bilgi vermişlerdir. Simpleks bazlı sütun türetmenin yakınsama hızının yavaş olduğunu vurgulamışlardır. Bu istenilmeyen durumu engellemek için, dengelenmiş sütun türetme yönteminin nasıl uygulanacağını göstermişlerdir. Ayrıca, dengelenmiş sütun türetme yönteminde kullanılan parametrelerin nasıl güncelleneceği hakkında bilgi vermişlerdir.

Du Merle vd. [27] dengelenmiş sütun türetme yönteminin, dejenere tam sayılı probleme nasıl uygulanacağı üzerine çalışmışlardır. Sütun türetme yöntemi uygulandıktan sonra parametrelerin nasıl güncelleneceği ve algoritmayı durdurma kriterlerinin neler olduğu hakkında bilgi vermişlerdir. Daha sonra, sütun türetme yöntemini havayolları mürettebat eşleştirme, çok kaynaklı Weber problemi ve p-ortanca problemine uygulamışlardır.

Oukil vd. [39] çoklu depolu araç çizelgeleme problemi (multiple-depot vehicle scheduling problem) üzerinde çalışmışlardır. Büyük boyutlu problemler için, dejenere çözümleri azaltmak için dengelenmiş sütun türetme yöntemini uygulamışlardır. Çoklu depolu araç çizelgeleme probleminin doğrusal gevşetilmiş halini çözmek için etkin bir yaklaşım geliştirmişlerdir.

Xu vd. [40] gerçek hayat lojistik operasyonlarında sıklıkla karşılaşılan toplamalı ve teslimatlı araç rotalama problemini dikkate almışlardır. Çalıştıkları problemde çoklu taşıyıcı ve çoklu araç türleri bulunmaktadır. Her toplanması ve teslim edilmesi gereken ürünün zaman penceresi mevcuttur. Yükleme ve boşaltma işlemi bellirli sıraya ve kurala uygun yapılmalıdır. Problem küme bölmeleme problemi olarak formüle edilmiştir. Problemin gevşetilmiş halini çözmek için sütun türetme prosedürünü uygulamışlardır. Ayrıca, bu problemi çözmek için sütun türetme bazlı sezgisel bir algoritma geliştirmişlerdir.

Amor vd. [1] büyük boyutlu problemler için, yakınsama işlemini hızlandıran ve dengeleyen iki tip çifteş en iyileme eşitsizlikleri (dual-optimal inequalities) üzerine çalışmışlardır. Çifteş probleme kısıt eklendiğinde, birincil probleme yeni bir sütun yani değişken eklemiş oluruz. Bu da, çözümün olurluluğunun kaybedilmesine neden olacağını vurgulamışlardır. Birincil problemin olurluluğunun kaybedilmemesi için iki metot önermişlerdir. İkili ve klasik kesim artığı problemi (cutting-stock problem) üzerine deneyler yapmışlardır.

Desrosiers vd. [26] dejenere çözümleri avantaja çevirebilecek satırca indirgenmiş sütun türetme (row-reduced column generation) metodunu önermişlerdir. Metodun ana fikri kısıt sayısını azaltmaktır. Satırca indirgemenin avantajı, daha küçük temelde çalışma imkanı vermesidir.

Muter vd. [37] büyük boyutlu problemlere uygulanabilen sütun ve satır türetme algoritması (column and row generation) geliştirmişlerdir. Büyük boyutlu problemleri çözmek için, hem sütunun hem de satırın üretilmesine ihtiyaç duyulabileceği vurgulanmıştır.

3. PROBLEM TANIMI ve ENİYİLEME MODELİ

Bu tez çalışmasında, işbirlikçi çözümün bulunması ve elde edilen kazanımların paylaştırılması aşamaları birleştirilerek entegre bir model oluşturulmuştur. Bu model işbirliği yapmak isteyen göndericileri ve göndericilerin rota ayrıtlarını girdi olarak kullanarak işbirlikçi çözümü oluşturacaktır. Modelin amacı, işbirlikçiler arasında adil maliyet paylaşımına sahip en düşük maliyetli çözümü bulmaktır. Geliştirilen bu modelle ortakların ve turların seçildiğinde; bu seçime karşılık gelen adil veya kabul edilebilir bir maliyet dağıtımı sağlanacaktır.

Maliyet dağıtımının kabul edilebilirlik kriterleri; işbirlikçi oyun kuramında yer alan bütçe dengesi, dengelilik, bireysel rasyonellik, çapraz monotonik gibi kriterlerin arasından seçilebilir. Yapılan bu çalışmada kabul edilebilirlik kriterleri olarak bütçe dengeli ve bireysel rasyonellik kriterleri seçilmiştir. Bunların yanında, işbirliğine katılan her işbirlikçinin belirli oranda tasarruf edecekleri garanti edilmekte ve işbirliğine dâhil olan her işbirlikçiye düşen maliyetin sıfırdan farklı olması sağlanmaktadır. Ayrıca benzer rota ayrıtlarına benzer maliyetin atanması sağlanabilir. Diğer kriterlerinin seçilmemesinin temel nedeni, bu kriterlerin tamamının aynı anda sağlanmasının çok zor ve/veya imkansız olmasıdır.

Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemine maliyet dağıtımın eklenmesiyle Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi ortaya çıkar. Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi matematiksel olarak ifade edilecek olursa; yönlü bir Öklid çizgesi $G = (N, A)$, N tane düğüm, A tane ayrıt ve $f_a(a \in A)$ ayrıtların maliyetleri ile tanımlanan şebeke ve her firmaya ait rota ayrıtlarını temsil eden rota ayrıtlarının kümesi $L_i \subseteq A$, $i \in P$ verildiğinde, rota ayrıtları kümesini kapsayan en fazla k_i tanesinden rota ayrıtı içeren, toplam maliyeti en küçükleyen çevrimleri bulma ve kabul edilebilirlik kriterlerini sağlayan, seçilen rota ayrıtlarına düşen maliyeti bulma problemi olarak tanımlanabilir.

Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi dikkate alınan kriterler ve kısıtlar dâhilinde değiştirilmiştir. Bu kısıtların ve kriterlerin dâhil edilebilmesi için yeni parametrelerin ve karar değişkeninin tanımlanması gerekir. Aşağıda tanımlanan θ ve λ parametreleri sırasıyla yukarıda tanımlanan kısıtları oluşturmakta kullanılır. Bu aşamada kullanılan yeni parametreler ve karar değişkeni sırasıyla aşağıda tanımlanmaktadır.

$\theta:$ Yüzde tasarrufu garanti eden katsayı. $\theta \in [0, 1)$.

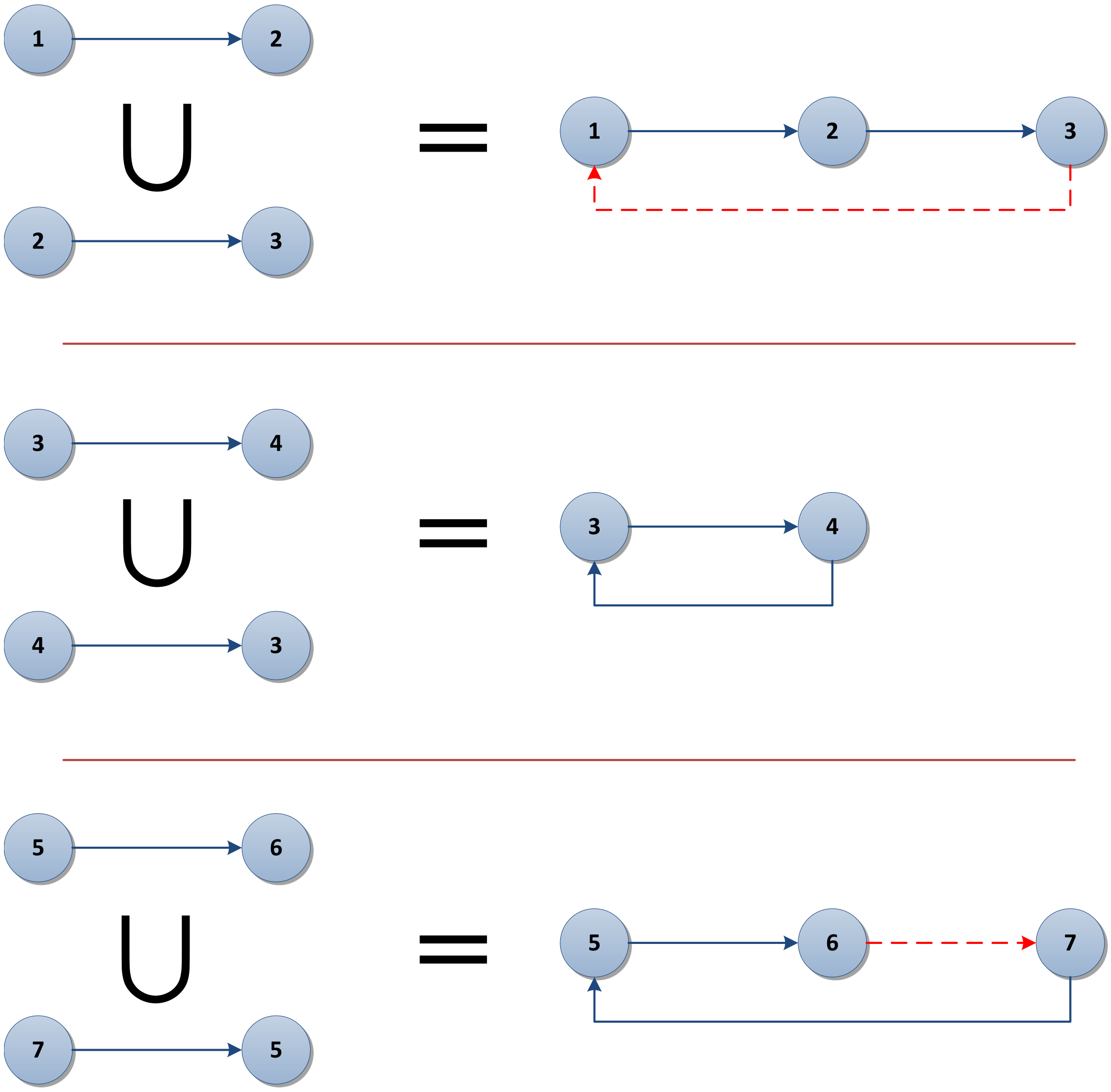
$\lambda:$ Alt sınır katsayısı. $\lambda \in [0, 1)$.

d_l : $l \in L$ rota ayrıtının uzunluğu.

g_l : $l \in L$ rota ayrıtının işbirliği dışı maliyeti.

w_l : $l \in L$ rota ayrıtına düşen maliyet.

Yukarıda verilen ayrıtlar kümesi, hem gönderileri hem de boş kamyon yükü hareketini temsil etmektedir. Rota ayrıtlarının kümesi ise yalnızca gönderileri yani tam dolu kamyon yükü hareketini temsil etmektedir. Çevrimlerin kümesi, her bir rota ayrıtından başlayarak, rota ayrıtları uç uca eklenerek oluşturulur. Gerekli durumlarda düğümler arasında boş hareket ayrıtları kullanılır. Rota ayrıtları uç uca eklendiğinde bir yol oluşur. Bu yolun son düğümünden ilk düğümüne bir boş hareket ayrıtı eklenerek çevrimler oluşturulmuş olur. Rota ayrıtları ve boş hareket ayrıtları kullanılarak oluşturulabilecek çevrimlerin şematik gösterimi Şekil 3.1 'de gösterilmektedir. Şekil 3.1 'de, düğümler arasındaki sürekli çizgi gönderileri yani tam kamyon yükü hareketini temsil ederken; kesikli çizgiler boş kamyon yükü hareketini temsil etmektedir.



Şekil 3.1: İki Ayrık Çevrimin Birleştirilmesi

Bu çalışma yapılırken, bazı varsayımlarda bulunmaya ihtiyaç duyulmuştur. Yapılan bu varsayımlar aşağıda listelendiği gibidir:

- Her firmanın birden fazla rota ayrıtı olabilir. Ancak, her rota ayrıtı yalnızca bir firmaya aittir.
- İşbirliğine katılacak olan rota ayrıtları önceden belirlidir. İşbirliği oluşturulduktan sonra, kurulan işbirliğine yeni bir rota ayrıtı eklenemez.
- Düğümler, iki boyutlu bir uzayda (x, y) koordinatlarıyla tanımlanmıştır.
- Düğümler arasındaki uzaklıkların hesaplanmasında Öklid mesafesi kullanılmıştır.
- İki düğüm arasındaki taşıma maliyeti, düğümler arasındaki uzaklıkla doğru orantılıdır. Ayrıca, düğümler arasındaki uzaklık simetriktir ve üçgensel eşitsizliğe uygundur.
- Güzergahlar arasındaki taşıma bir kamyonla yapılmaktadır.
- Altta yatan yönlü çizge tam çizgedir.
- Gönderiler üzerinde herhangi bir zaman kısıtı yoktur.
- Sürücüler üzerinde herhangi bir zaman kısıtı yoktur.
- Firmaların yapabilecekleri işbirliği sayısı sınırlıdır.
- İşbirliği maliyetinin, yalnızca çevrimlerin uzunluğuna bağlı olduğu varsayılmıştır.

Bu yeni parametrelerin ve karar değişkeninin tanımlanmasıyla oluşan Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi aşağıda verilmektedir.

$$\textbf{Min} \quad \sum_{c\in C} f_c x_c + \sum_{l\in L} g_l u_l \tag{3.1}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{l\in L} w_l - \sum_{c\in C} f_c x_c = 0 \tag{3.2}$$

$$w_l \leq (1-\theta) g_l (1-u_l) \qquad \forall l \in L \tag{3.3}$$

$$w_l \geq \lambda d_l (1-u_l) \qquad \forall l \in L \tag{3.4}$$

$$\sum_{c\in C} s_{lc} x_c = (1-u_l) \qquad \forall l \in L \tag{3.5}$$

$$\sum_{c\in C} p_{cij} x_c \leq M_{ij} y_{ij} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \tag{3.6}$$

$$\sum_{c \in C} p_{cij} x_c \geq y_{ij} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \tag{3.7}$$

$$\sum_{j \in P - \{i\}} y_{ij} \leq k_i \qquad \forall i \in P \tag{3.8}$$

$$x_c \in \{0,1\} \qquad \forall c \in C \tag{3.9}$$

$$u_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \in L \tag{3.10}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \tag{3.11}$$

$$w_l \geq 0 \qquad \forall l \in L \tag{3.12}$$

Yukarıdaki model; çevrimlerin toplam maliyetini ve işbirliği dışı toplam maliyeti en küçüklemeyi amaçlanmaktadır. Kısıt (3.2) bütçe denge kısıtıdır. Bütçe denge kısıtı, işbirliğinden elde edilen toplam maliyetin dağıtılan toplam maliyete eşit olması gerektiğini söyler. Bu durumda bütçe, fazla veya eksik vermez. Kısıt (3.3) hem bireysel rasyonelliği hem de yüzde tasarrufu garanti eder. Başka bir değişle, eğer bir rota ayrıtı işbirliğine dâhil edilmişse; o rota ayrıtına düşen maliyet kendi bireysel maliyetinin belirli bir yüzdesinden fazla olamaz. Bu kısıt sayesinde, işbirliğine dâhil olan rota ayrıtı yüzde θ kadar tasarruf sağlar.

Kısıt (3.4) modele sonradan ilave edilmiştir. Bu kısıt, rota ayrıtlarına sıfır maliyet atanmasını engeller. Başka bir ifadeyle, rota ayrıtlarına atanan maliyetler için bir alt sınır verir. Seçilen rota ayrıtlarına düşebilecek en düşük maliyet; o rota ayrıtının uzunluğu ile orantılıdır. Kısıt (3.5) rota kapsama kısıtıdır. Eğer bir çevrim seçilmişse o çevrim içerisindeki rota ayrıtlarının da seçilmesini sağlar. Kısıt (3.6) ve kısıt (3.7) işbirliğiyle ilgili kısıtlardır. Eğer bir çevrim seçilmişse, o çevrim içerisindeki firmaların birbirleriyle işbirliği yapmasını sağlar. Kısıt (3.8) bir firmanın yapabileceği işbirliği sayısını kısıtlar. Diğer kısıtlar ise tam sayı olma ve işaret kısıtıdır.

Yukarıda verilen kısıtların haricinde modele iki ek kısıt ilave edilmiştir. Bu kısıtlar aşağıdaki gibidir:

1. Eğer bir çevrim içerisinde tek bir firma varsa, bu çevrime karşılık gelen değişken sıfır değerini alır.

2. Eğer bir çevrim içerisinde tek bir rota ayrıtı varsa, bu çevrime karşılık gelen değişken sıfır değerini alır.

Yukarıda belirtilen iki durumda da işbirliği söz konusu değildir. Dolayısıyla, böyle çevrimlerin çözümde yer almasına gerek yoktur. Ancak, böyle çevrimler yine de üretilirler. Bunun nedenini, *"Sütun Türetme Bazlı Çözüm Yöntemi"* bölümünde açıklanacaktır.

Yukarıdaki formülasyonda, firma ve rota ayrıtı sayısı arttıkça satır ve sütun sayısı üssel olarak artar. Polinom sayıda firma çifti olduğu için, toplam sütun sayısını olurlu çevrimlerin sayısı belirler. Olurlu çevrim sayısını da, rota ayrıtının sayısı belirler. Bu nedenle, rota ayrıtı sayısının artması, sütun sayısını üssel olarak arttırır. En kötü durumda, rota ayrıtları kümesi; boş olmayan her bir alt kümesine karşılık gelen bir olurlu çevrim olur ve toplam $2^{|L|} - 1$ tane sütun oluşur.

Problemin çözümü için üretilen çevrimlerin basit çevrim kısıtına uyması gerekir. Basit çevrim kısıtı, her bir düğümün yalnızca bir kere ziyaret edilmesini sağlar. Basit olmayan bir çevrim, toplam uzunlukları aynı olacak şekilde birden fazla basit çevrime bölünebilir. Dolayısıyla, basit olmayan çevrimler en iyi çözümde yer almayacaktır.

Düğümleri farklı sıralarda ziyaret eden benzer çevrimlerin üretilmesi mümkündür. Bu gibi durumlarda, benzer çevrimler arasından en düşük maliyete sahip çevrim dikkate alınır. Çünkü, en düşük maliyete sahip çevrim eniyi çözümde yer alabilir. Olurlu çevrim oluştururken bu gibi kısıtlar koymak, üretilecek çevrimlerin sayısını azaltırken bu kurallara uyan olurlu çevrimleri bulmak zorlaşacaktır.

4. GELİŞTİRİLEN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemini çözmek için akla gelen ilk yaklaşım bütün olurlu çevrimleri üretilmesi ve daha sonra modelin tam sayılı programlama çözücüsü ile en iyi çözümün bulunmasıdır. Bu yaklaşımda her bir rota ayrıtından başlayarak, rota ayrıtları uç uca eklenerek olurlu çevrimler oluşturulur. Gerekli durumlarda düğümler arasında boş hareket ayrıtları kullanılır. Rota ayrıtları uç uca eklendiğinde bir yol oluşur. Bu yolun son düğümünden ilk düğümüne bir boş hareket ayrıtı eklenerek çevrimler oluşturulmuş olur. Bu yolla elde edilen bütün olurlu çevrimler modelde yer alan C kümesine eklenir.

Bu nedenle, yukarıda verilen Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi çok sayıda karar değişkeni içerebilir. Çünkü rota ayrıtları sayısı artıkça üretilecek muhtemel çevrimlerin sayısı üssel olarak artacaktır. Çevrimlerin sayısının üssel bir şekilde artması demek karar değişkenlerinin sayısının da üssel sayıda artması demektir. Çünkü üretilecek her bir çevrim bir değişkene karşılık gelir. Dolayısıyla bu problemin en iyi çözümünü elde etmek oldukça zordur. Bu gibi çok sayıda karar değişkeni içeren matematiksel modelleri çözmek için sütun türetme yöntemi kullanılır. Bu nedenle sütun türetme bazlı bir çözüm yöntemi geliştirilmiştir.

Sütun türetmede, karar değişkenlerine karşılık gelen bütün sütunlar yerine; sütunların sınırlı sayıdaki alt kümelerini modele dâhil ederek, gerçek modelin en iyi çözümünün bulunması hedeflenir. Sütun türetme, matematiksel modelin sınırlı sayıda sütun için çözülmesi ile başlar. Elde edilen en iyi çözüm kullanılarak, modele henüz dâhil olmayan ancak temele girebilecek yani negatif indirgenmiş maliyetli bir sütun bulunur, modele eklenir ve pivotlama işlemi yapılır. Negatif indirgenmiş maliyetli bir değişken/sütun bulunamadığında çözüm yöntemi durdurulur. Elde edilen son çözüm en iyi çözümdür.

Sütun türetme, sınırlı sayıda sütun üzerinden çözülür. Sınırlı sayıda sütun üzerinden çözülen orjinal modele *sınırlandırılmış model* (*restricted model*) denir. Negatif indirgenmiş maliyetli yeni sütunlar bulunamadığında, negatif indirgenmiş maliyetli yeni sütunlar bulmayı amaçlayan ikinci bir eniyileme modeli çözülür. Bu ikinci eniyileme modeline *fiyatlandırma modeli* (*pricing model*) denir.

4.1 Fiyatlandırma Problemi

Tam sayılı programlama modellerini çözmek için tek başına sütun türetme yöntemini kullanmak yeterli değildir. Dal-sınır ve sütun türetme yaklaşımlarını bileştiren dal-fiyat yaklaşımı kullanılır [9]. Bu yaklaşımla, doğrusal gevşetilmiş model sütun türetme yardımıyla çözülür; yeni sütun bulunamadığında fiyatlandırma işlemi gerçekleştirilir. Problemi kesin (exact) olarak çözmek için; sütun türetme bazlı çözüm yöntemi ile birlikte dal-sınır yaklaşımı kullanılarak dal-fiyat yöntemi geliştirilmiştir.

Fiyatlandırma probleminin formülasyonu, türetilecek sütunların/çevrimlerin indirgenmiş maliyetlerine göre oluşturulur. Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Probleminin formülasyonunda, firmaların işbirliğine karar veren değişenlere (y_{ij}) karşılık gelen sütunlar sınırlı sayıdadır ve bunlar sabit tutulur. Çevrimlerin seçilip seçilmediğine karşılık gelen değişkenler (x_c) üzerinden fiyatlandırma yapılır. Bir çevrim ($c \in C$) için indirgenmiş maliyet matematiksel modelin kısıtlarına karşılık gelen dual değişkenler üzerinden tanımlanır. Bunun için önce, modelde yer alan ve (x_c) değişkenini içeren eşitsizliklerin; büyük eşittir şeklinde düzenlenmesi gerekir.

μ, π_l ($l \in L$), β_{ij} ($\{i,j\} \subseteq P$) ve γ_{ij} ($\{i,j\} \subseteq P$) sırasıyla ana modeldeki (x_c) değişkenini içeren, (3.2), (3.5), (3.6) ve (3.7) kısıtlarına karşılık gelen dual değişkenler olsunlar. Her çevrim için ($c \in C$) indirgenmiş maliyet ($\overline{f_c}$) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\overline{f_c} = f_c + \mu f_c - \sum_{l \in L} s_{lc}\pi_l - \left(- \sum_{c \in C} p_{cij}\beta_{ij} \right) - \left(\sum_{c \in C} p_{cij}\gamma_{ij} \right) \tag{4.1}$$

Her çevrim içerisinde her alan firmalar kümesi (h_c) şeklinde ifade edilirse; yeni indirgenmiş maliyet aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\overline{f_c} = (1+\mu) f_c - \sum_{l \in c} \pi_l + \sum_{\{i,j\} \subseteq h_c} \beta_{ij} - \sum_{\{i,j\} \subseteq h_c} \gamma_{ij} \tag{4.2}$$

Fiyatlandırma problemi genel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} \textbf{Min} \quad & \overline{f_c} \\ \textbf{S.t.} \quad & c \in C \end{aligned} \tag{4.3}$$

Fiyatlandırma problemini daha açık ifade edebilmek için yeni kümelere, parametrelere ve karar değişkenlerine ihtiyaç vardır. Temelde olmadığı halde, bazı çevrimler negatif indirgenmiş maliyete sahip olabilirler. Bunun sebebi yukarıda belirtilen, çevrim içerisindeki firma üzerine konulan kısıtlardır. Temelde olmayan çevrimlerin negatif indirgenmiş maliyetli olması, daha önce üretilen çevrimlerin tekrar üretilmesine sebep olur. Bunun önüne geçmek için *"negatif indirgenmiş maliyetli çevrimlerin kümesi (NR)"* tanımlanmıştır. Fiyatlandırma probleminde kullanılanan kümeler, parametreler ve karar değişkenleri aşağıda tanımlanmıştır.

Kümeler

NR : Negatif indirgenmiş maliyetli çevrimlerin kümesi.

R_c : $c \in NR$ çevrimi içerisindeki rota ayrıtlarının kümesi.

A_c : $c \in NR$ çevrimi içerisindeki ayrıtların kümesi.

S_c : $c \in NR$ çevrimleri içerisindeki düğümlerin kümesi.

L_i : $i \in P$ firmasına ait rota ayrıtlarının kümesi.

Parametreler

f_l : $l \in L$ rota ayrıtı için dolu gitme maliyeti.

f_a : $a \in A$ ayrıtı için boş gitme maliyeti.

$M_i = |L_i|; \forall i \in P.$

Karar Değişkenleri

$$r_l = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } l \in L \text{ rota ayrıtı, tam dolu kamyon hareketi için seçilmişse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$t_a = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } a \in A \text{ ayrıtı, boş kamyon hareketi için seçilmişse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$q_i = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } i \in P \text{ firmasına ait bir rota ayrıtı seçilmişse.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$z_{ij} = \begin{cases} 1; & \text{Eğer } i \in P \text{ firması, } j \in P - \{i\} \text{ firmasıyla işbirliği yapmışsa.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$\mathbf{Min}(1+\mu)\sum_{l\in L} f_l r_l + (1+\mu)\sum_{a\in A} f_a t_a - \sum_{l\in L}\pi_l r_l + \sum_{\{i,j\}\subseteq P}\beta_{ij}z_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq P}\gamma_{ij}z_{ij} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{S.t.}\quad & \sum_{(m,n)\in L} r_{(m,n)} - \sum_{(n,m)\in L} r_{(n,m)} = 0 && \forall n \in N && (4.5)\\
& \sum_{(m,n)\in A} t_{(m,n)} - \sum_{(n,m)\in A} t_{(n,m)} = 0 && \forall n \in N && (4.6)\\
& -\sum_{(n,m)\in L} r_{(n,m)} - \sum_{(n,m)\in A} t_{(n,m)} \geq -1 && \forall n \in N && (4.7)\\
& -\sum_{(n,m)\in A} t_{(n,m)} - \sum_{(m,n)\in A} t_{(m,n)} \geq -1 && \forall n \in N && (4.8)\\
& -\sum_{j\in P-\{i\}} z_{ij} \geq -k_i && \forall i \in P && (4.9)\\
& \sum_{i\in P} q_i \geq 2 && \forall i \in P && (4.10)\\
& -\sum_{l\in L_i} r_l + M_i q_i \geq 0 && \forall i \in P && (4.11)\\
& \sum_{l\in L_i} r_l - q_i \geq 0 && \forall i \in P && (4.12)\\
& q_i - z_{ij} \geq 0 && \forall \{i,j\} \subseteq P && (4.13)\\
& q_j - z_{ij} \geq 0 && \forall \{i,j\} \subseteq P && (4.14)\\
& -q_i - q_j + z_{ij} \geq -1 && \forall \{i,j\} \subseteq P && (4.15)\\
& -\sum_{l\in R_c} r_l - \sum_{a\in A_c} t_a \geq -|S_c| + 1 && \forall c \in NR && (4.16)\\
& r_l \in \{0,1\} && \forall l \in L && (4.17)\\
& t_a \in \{0,1\} && \forall a \in A && (4.18)\\
& q_i \in \{0,1\} && \forall i \in P && (4.19)\\
& z_{ij} \in \{0,1\} && \forall \{i,j\} \subseteq P && (4.20)
\end{aligned}$$

Kısıt (4.5) ve kısıt (4.6) akış denge kısıtı olarak düşünülebilir. Bu kısıtlar, bir düğüme giren ve çıkan toplam ayrıtların eşit olması gerektiğini söyler. Kısıt (4.7) basit çevrim kısıtıdır. Basit çevrim kısıtı, her düğümün yalnızca bir defa ziyaret edilmesini sağlar.

Kısıt (4.8) art arda iki ayrıtın seçilmesini engeller. Kısıt (4.9) bir firmanın yapabileceği işbirliği sayısını kısıtlar. Kısıt (4.10) tek bir firma içeren çevrimlerin üretilmesini engeller. Kısıt (4.11) ve kısıt (4.12) bir rota ayrıtının seçilmesi durumunda; o rota ayrıtına sahip olan firmanın da seçilmesini sağlar. Kısıt (4.13), kısıt (4.14) ve kısıt (4.15) işbirliğiyle ilgili olan kısıtlardır. Bu kısıtlar, seçilen firmaların kendi aralarında işbirliği yapmasını sağlar. Kısıt (4.16) eş çevrimlerin üretilmesini engeller. Diğer kısıtlar ise tam sayı olma kısıtıdır.

Olurlu çevrimler üzerine uzunluk kısıtı uygulandığında fiyatlandırma problemine kısıt (4.21) eklenir. Olurlu çevrimler üzerine sayı kısıtı uygulandığında fiyatlandırma problemine kısıt (4.22) eklenir.

$$\sum_{l \in L} f_l r_l + \sum_{a \in A} f_a t_a \leq L_{max} \tag{4.21}$$

$$\sum_{l \in L} r_l \leq K_{max} \tag{4.22}$$

Yukarıda verilen fiyatlandırma problemi bir tam sayılı programlama modelidir. Eklenecek her değişken/sütun için bu problemin çözülmesi zorlaşacaktır. Bu nedenle, fiyatlandırma problemi yalnızca negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler bulunamadığında çözülecektir.

4.2 Sütun Türetme Bazlı Çözüm Yöntemi

Geliştirilen sütun türetme bazlı çözüm yöntemi 10 adımdan oluşmaktadır. İlk önce, bütün olası çevrimleri üretmek yerine; bir boyutlu ve iki boyutlu (bir ve iki rota ayrıtı içeren) olası çevrimler üretilir. Böylelikle, bütün olası çevrimleri üretmek için harcanan süre ciddi şekilde azaltılmış olur. Daha sonra, bu çevrimler, C kümesine eklenir ve bu C kümesinde bulunan çevrimler kullanılarak problemin gevşetilmiş hali çözülür.

İkinci adımda, durma koşullarının sağlanıp sağlanmadığına bakılır. Eğer durma koşulları sağlanırsa; problem C kümesinde bulunan çevrimler kullanılarak tam sayılı olarak çözülür. Eğer sağlanmıyorsa, üçüncü adıma geçilir. Üçüncü adımda dual değişkenler güncellenir. Dual değişkenler; indirgenmiş maliyet hesabında, fiyatlandırma probleminde ve dengelenmiş sütun türetmede kullanılır. Dördüncü aşamada, dengelenmiş sütun türetme kısmında kullanılan parametreler güncellenir. Dual değişkenlerin ve parametrelerin nasıl güncelleneceği sonraki başlıklarda açıklanacaktır.

Beşinci, altıncı ve yedinci aşamada; sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü sezgisel yöntem denenir. Eğer, negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler bulunmuşsa; en negatif indirgenmiş maliyetli çevrim, C kümesine eklenir. Burada, herhangi bir sezgisel yöntemde negatif indirgenmiş çevrim bulunursa, birinci adıma tekrar dönülür ve problemin gevşetilmiş hali çözülür.

Eğer bu üç sezgisel yöntemde negatif indirgenmiş maliyetli bir çevrim bulunamazsa, fiyatlandırma problemi çözülür. Sezgisel yöntemlerde olduğu gibi; eğer, negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler bulunmuşsa; en negatif indirgenmiş maliyetli çevrim C kümesine eklenir.

Dokuzuncu adımda, problem C kümesindeki çevrimler kullanılarak tam sayılı olarak çözülür. Daha sonra çözüm yöntemi durdurulur. Yukarıda anlatılan adımlar, algoritmik olarak aşağıda verilmektedir.

Adım 0: Bir boyutlu ve iki boyutlu çevrimleri üret ve $''C''$ kümesine ekle.

Adım 1: $''C''$ kümesindeki çevrimleri kullanarak; doğrusal gevşetilmiş problemi çöz.

Adım 2: Durma koşullarını kontrol et. Eğer durma koşullarını sağlıyorsa; **"Adım 9 'a"** git.

Adım 3: Dual değişkenleri güncelle.

Adım 4: Dengelenmiş sütun türetme yönteminde kullanılan parametreleri güncelle.

Adım 5: Birinci sezgisel yöntemi dene. Eğer indirgenmiş maliyetli yeni sütun varsa $''C''$ kümesine ekle ve **"Adım 1 'e"** git.

Adım 6: İkinci sezgisel yöntemi dene. Eğer indirgenmiş maliyetli yeni sütun varsa $''C''$ kümesine ekle ve **"Adım 1 'e"** git.

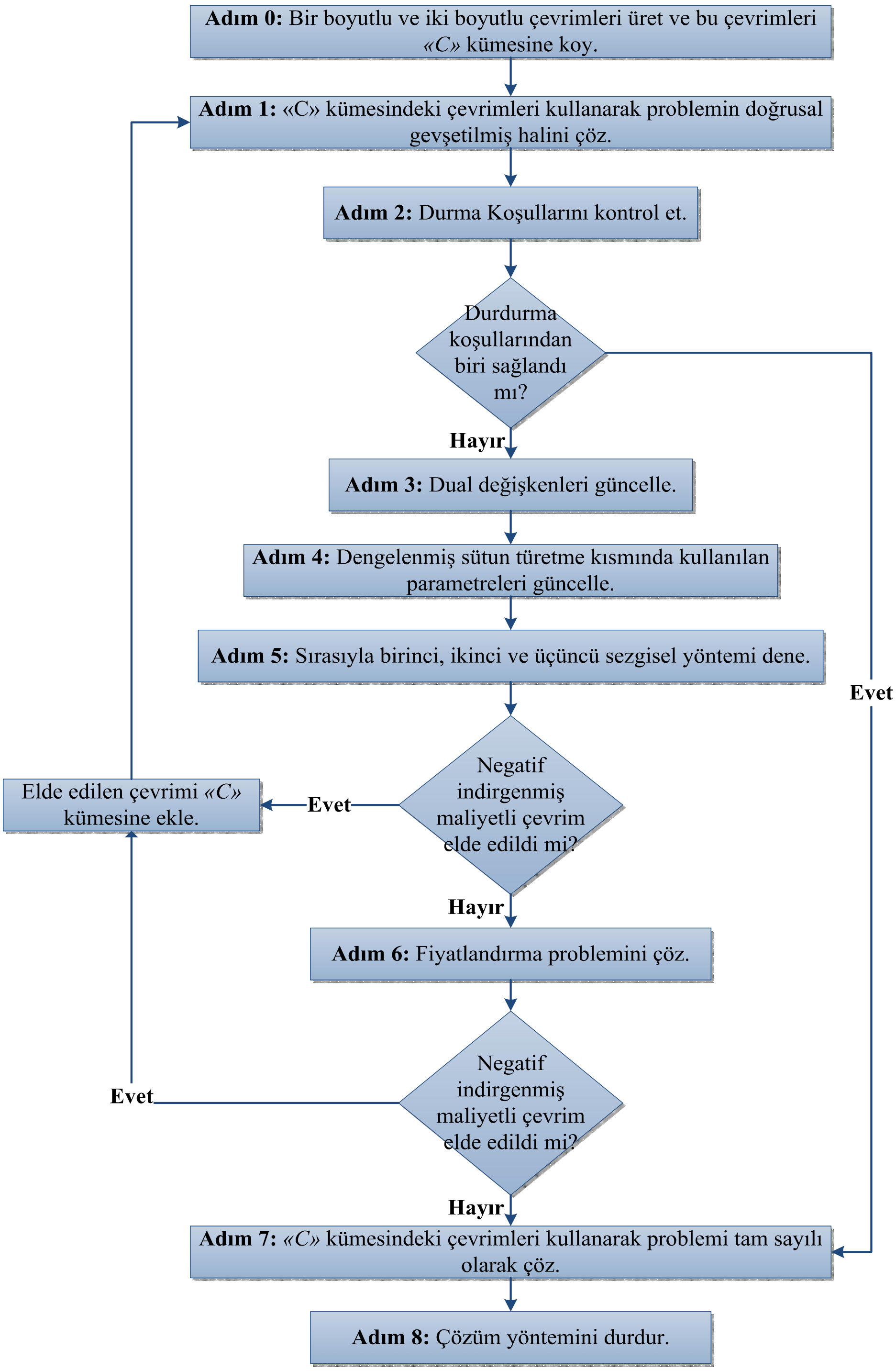
Adım 7: Üçüncü sezgisel yöntemi dene. Eğer indirgenmiş maliyetli yeni sütun varsa $''C''$ kümesine ekle ve **"Adım 1 'e"** git.

Adım 8: Fiyatlandırma problemini çöz. Eğer indirgenmiş maliyetli yeni sütun varsa $''C''$ kümesine ekle ve **"Adım 1 'e"** git.

Adım 9: $''C''$ kümesindeki çevrimleri kullanarak; tam sayılı problemi çöz.

Adım 10: Dur!

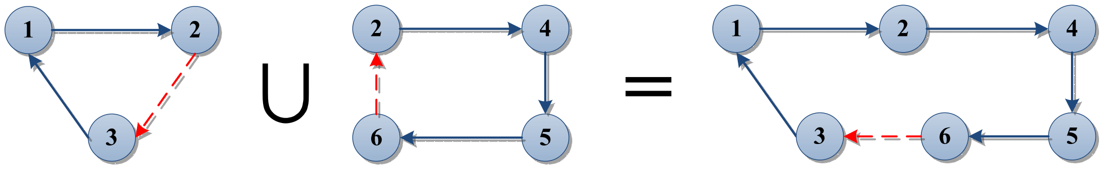
Geliştirilen çözüm yönteminin şematik gösterimi Şekil 4.1 'de verilmektedir.



Şekil 4.1: Geliştirilen Çözüm Yönteminin Şematik Gösterimi

4.2.1 Birinci Sezgisel Yöntem: Birleştirme

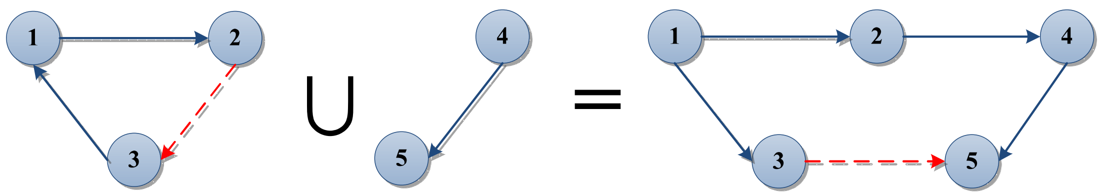
Bu yöntemde sınırlandırılmış problemin en iyi çözümünden elde edilen ve temelde bulunan sütunlara karşılık gelen çevrimler birbirleriyle birleştirilir. Sınırlandırılırmış problemin en iyi çözümde yer alan çevrimler birleştirilerek negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler türetilmeye çalışılır. Eğer birleştirme sonucunda negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler üretilirse, içlerinden en negatif olanı modele eklenir. Yani, Simpleks tablosundaki pivotlama işleminde olduğu gibi; en negatif indirgenmiş maliyetli çevrim temele girer. İki ayrık çevrimin nasıl birleştirilebileceği Şekil 4.2 'de gösterilmektedir.



Şekil 4.2: İki Ayrık Çevrimin Birleştirilmesi

4.2.2 İkinci Sezgisel Yöntem: Ekleme

Bu yöntemde sınırlandırılmış problemin en iyi çözümünden elde edilen ve temelde bulunan sütunlara karşılık gelen çevrimlere, rota ayrıtları yani tek boyutlu çevrimler (tek bir rota ayrıtından oluşan) sırayla eklenerek; negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler türetilmeye çalışılır. Eğer birleştirme sonucunda negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler üretilirse, içlerinden en negatif olanı modele eklenir. Temelde olan bir çevrime bir rota ayrıtının nasıl eklenebileceği Şekil 4.2 'de gösterilmektedir.



Şekil 4.3: Temelde Olan Bir Çevrime Bir Rota Ayrıtının Eklenmesi

4.2.3 Üçüncü Sezgisel Yöntem: Çapraz Birleştirme

Bu yöntemde sınırlandırılmış problemin en iyi çözümünden elde edilen ve temelde bulunan sütunlara karşılık gelen çevrimler ile temelde olmayan ve tek boyutlu olamayan çevrimler sırayla birleştirilerek; negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler türetilmeye çalışılır. Eğer birleştirme sonucunda negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler üretilirse içlerinden en negatif olanı modele eklenir.

Yukarıda verilen üç sezgisel yöntemde de, bütün olası birleştirmeler ve eklemeler sırayla denenir. Bunun için başka bir alternatif daha kullanılabilir. Örneğin, temel içerisindeki her çevrim; temelde olmayan ve belirli sayıda rasgele geçilen çevrimlerle birleştirilebilir. Bu kuralla, iki ayrık çevrimin birleştirilmesinden elde edilen çevrim sayısı ciddi şekilde azaltılacaktır. Bu nedenle bu kural, birleştirme ve ekleme işleminde kullanılmamıştır.

En negatif indirgenmiş maliyetli çevrimin modele eklenmesinde de farklı bir yol izlenebilir. Örneğin, belirli sayıda en negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler modele eklenebilir ya da bütün negatif indirgenmiş maliyetli çevrimler modele eklenebilir. Ancak bu kural da kullanılmamıştır. Çünkü bu kuralla daha fazla çevrim modele eklendiği için; modeli ciddi oranda büyütecektir.

4.2.4 Yeni Çevrimlerin İndirgenmiş Maliyetlerinin Hesaplanması

İki ayrık çevirmin birleşmesinden oluşan yeni çevrimin indirgenmiş maliyeti (4.2) 'de verilen formülle hesaplanamaz. Bu formülün güncellenmesi gerekir. Yeni formülasyonu elde etmek için aşağıdaki adımlar izlenir.

Sınırlandırılmış problemin optimal çözümünde yer alan c ve d çevrimlerinin indirgenmiş maliyetleri sıfır olduğu için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$0 = (1+\mu)f_c - \sum_{l \in c} \pi_l + \sum_{\{i,j\} \subseteq h_c} \beta_{ij} - \sum_{\{i,j\} \subseteq h_c} \gamma_{ij} \tag{4.23}$$

$$0 = (1+\mu)f_d - \sum_{l \in d} \pi_l + \sum_{\{i,j\} \subseteq h_d} \beta_{ij} - \sum_{\{i,j\} \subseteq h_d} \gamma_{ij} \tag{4.24}$$

$$\sum_{l \in c} \pi_l = (1+\mu)f_c + \sum_{\{i,j\} \subseteq h_c} \beta_{ij} - \sum_{\{i,j\} \subseteq h_c} \gamma_{ij} \tag{4.25}$$

$$\sum_{l \in d} \pi_l = (1+\mu)f_d + \sum_{\{i,j\} \subseteq h_d} \beta_{ij} - \sum_{\{i,j\} \subseteq h_d} \gamma_{ij} \tag{4.26}$$

Bu iki ayrık çevrimin birleştirilmesinden elde edilen yeni çevrimin indirgenmiş maliyeti ($\overline{f_e}$) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\overline{f_e} = (1+\mu)f_e - \sum_{l\in c}\pi_l - \sum_{l\in d}\pi_l + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cup h_d}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cup h_d}\gamma_{ij} \tag{4.27}$$

Bu iki çevrimin indirgenmiş maliyetlerinin sıfır olmasından faydalanarak yukarıdaki eşitlik yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki ifade karşımıza çıkar.

$$\begin{aligned}\overline{f_e} = f_e - f_c - f_d + \mu\left(f_e - f_c - f_d\right) + \left(\sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cup h_d}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\beta_{ij}\right)\\ - \left(\sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cup h_d}\gamma_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\gamma_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\gamma_{ij}\right)\end{aligned} \tag{4.28}$$

Bu ifade sadeleştirildiğinde ise yeni çevrimin indirgenmiş maliyeti ($\overline{f_e}$) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\overline{f_e} = f_e - f_c - f_d + \mu\left(f_e - f_c - f_d\right) - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cap h_d}\beta_{ij} + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cap h_d}\gamma_{ij} \tag{4.29}$$

Yukarıda verilen indirgenmiş maliyet hesabı, temelde yer alan iki çevrim çiftinin birleştirildiği durum için geçerlidir. Temelde yer alan bir çevrim ile temelde yer almayan bir çevrim birleştirildiğinde yeni çevrimin indirgenmiş maliyeti yukarıdaki gibi hesaplanamaz. Bu durumda, temelde yer alan çevrimin indirgenmiş maliyeti sıfırdır. Ancak temelde yer almayan çevrimin indirgenmiş maliyeti sıfırdan farklı olabilir. Temelde yer alan c çevrimi ve temelde yer almayan d çevrimi için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$0 = (1+\mu)f_c - \sum_{l\in c}\pi_l + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\gamma_{ij} \tag{4.30}$$

$$\overline{f_d} = (1+\mu)f_d - \sum_{l\in d}\pi_l + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\gamma_{ij} \tag{4.31}$$

$$\sum_{l\in c}\pi_l = (1+\mu)f_c + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\gamma_{ij} \tag{4.32}$$

$$\sum_{l\in d}\pi_l = -\overline{f_d} + (1+\mu)f_d + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\gamma_{ij} \tag{4.33}$$

Yukarıdaki adımlar burada da uygulanırsa, bu çevrim çiftlerinin birleştirilmesinden elde edilen yeni çevrimin indirgenmiş maliyeti ($\overline{f_e}$) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}\overline{f_e} = f_e - f_c - f_d + \mu\left(f_e - f_c - f_d\right) + \overline{f_d} + \left(\sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cup h_d}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\beta_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\beta_{ij}\right)\\ - \left(\sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cup h_d}\gamma_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c}\gamma_{ij} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_d}\gamma_{ij}\right)\end{aligned} \tag{4.34}$$

Bu ifade sadeleştirildiğinde ise yeni çevrimin indirgenmiş maliyeti ($\overline{f_e}$) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\overline{f_e} = f_e - f_c - f_d + \mu\left(f_e - f_c - f_d\right) + \overline{f_d} - \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cap h_d}\beta_{ij} + \sum_{\{i,j\}\subseteq h_c\cap h_d}\gamma_{ij} \tag{4.35}$$

4.3 Dengelenmiş Sütun Türetme

Ana model çözülmeye başlandığında, dejenere çözümlerin olduğu tespit edilmiştir. Yani, temelde bulunan karar değişkenlerinden bazıları sıfır değerini almaktadır. Bunun sebebi rota ayrıtlarının sayısının firma sayısına göre oldukça fazla olmasıdır. Bu durumu ortadan kaldırmak için literatürde yer alan dengelenmiş sütun türetme yöntemi modele dâhil edilmiştir. Bu yaklaşım pertürbasyonu gerektiğinde arttırmayı, gerektiğinde azaltmayı amaçlar.

P olurlu ve sınırlı doğrusal bir program olsun. D ise P 'nin dual problemi olsun. Bu durumda P ve D 'nin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \textbf{(P)} \quad \textbf{Min} \quad & c^T x \\ \textbf{S.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned} \textbf{(D)} \quad \textbf{Max} \quad & b^T \pi \\ \textbf{S.t.} \quad & A^T \pi \leq c \\ & \pi : urs \end{aligned} \tag{4.37}$$

Birincil probleme, kısıtlandırılmış gevşek ve artık değişkenler; ceza maliyetleriyle birlikte eklenir. ω_- ve ω_+ gevşek ve artık değişkenler olsunlar. ε_- ve ε_+ gevşek ve artık değişkenlerin sınırları; δ_- ve δ_+ ise gevşek ve artık değişkenlerin ceza maliyetleri olsun. Artık ve gevşek değişkenler, birincil probleme eklenmesiyle oluşan yeni birincil ve dual model aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \textbf{(P)} \quad \textbf{Min} \quad & c^T x - \delta_- \omega_- + \delta_+ \omega_+ \\ \textbf{S.t.} \quad & Ax - \omega_- + \omega_+ = b \\ & \omega_- \leq \varepsilon_- \\ & \omega_+ \leq \varepsilon_+ \\ & x, \omega_-, \omega_+ \geq 0 \end{aligned} \tag{4.38}$$

$$\begin{aligned} \textbf{(D)} \quad \textbf{Max} \quad & b^T \pi - \varepsilon_-^T u_- + \varepsilon_+^T u_+ \\ \textbf{S.t.} \quad & A^T \pi \leq c \\ & -\pi - u_- \leq \delta_- \\ & \pi - u_+ \leq \delta_+ \\ & \pi : urs \\ & u_-, u_+ \geq 0 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Sınırlandırılmış artık ve gevşek değişkenler yalnızca (x_c) değişkenlerini içeren kısıtlara eklenmiştir. Bu durumda ortaya çıkan formülasyon aşağıda verilmektedir:

$$\textbf{Min} \quad \sum_{c \in C} f_c x_c + \sum_{l \in L} g_l u_l + \delta^{1(+)}\omega^{1(+)} - \delta^{1(-)}\omega^{1(-)} + \sum_{l \in L} \delta_l^{4(+)}\omega_l^{4(+)} - \sum_{l \in L} \delta_l^{4(-)}\omega_l^{4(-)}$$

$$+ \sum_{\{i,j\} \in P} \delta_{ij}^{5(+)}\omega_{ij}^{5(+)} - \sum_{\{i,j\} \in P} \delta_{ij}^{5(-)}\omega_{ij}^{5(-)} + \sum_{\{i,j\} \in P} \delta_{ij}^{6(+)}\omega_{ij}^{6(+)} - \sum_{\{i,j\} \in P} \delta_{ij}^{6(-)}\omega_{ij}^{6(-)} \quad (4.40)$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{l \in L} w_l - \sum_{c \in C} f_c x_c + \omega^{1(+)} - \omega^{1(-)} = 0 \quad (4.41)$$

$$w_l \leq (1-\theta) g_l (1-u_l) \qquad \forall l \in L \quad (4.42)$$

$$w_l \geq \lambda d_l (1-u_l) \qquad \forall l \in L \quad (4.43)$$

$$\sum_{c \in C} s_{lc} x_c + \omega_l^{4(+)} - \omega_l^{4(-)} = (1-u_l) \qquad \forall l \in L \quad (4.44)$$

$$\sum_{c \in C} p_{cij} x_c + \omega_{ij}^{5(+)} - \omega_{ij}^{5(-)} \leq M_{ij} y_{ij} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \quad (4.45)$$

$$\sum_{c \in C} p_{cij} x_c + \omega_{ij}^{6(+)} - \omega_{ij}^{6(-)} \geq y_{ij} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \quad (4.46)$$

$$\sum_{j \in P - \{i\}} y_{ij} \leq k_i \qquad \forall i \in P \quad (4.47)$$

$$x_c \in \{0,1\} \qquad \forall c \in C \quad (4.48)$$

$$u_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \in L \quad (4.49)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \quad (4.50)$$

$$w_l \geq 0 \qquad \forall l \in L \quad (4.51)$$

$$\omega^{1(+)} \leq \varepsilon^{1(+)} \quad (4.52)$$

$$\omega^{1(-)} \leq \varepsilon^{1(+)} \quad (4.53)$$

$$\omega_l^{4(+)} \leq \varepsilon_l^{4(+)} \qquad \forall l \in L \quad (4.54)$$

$$\omega_l^{4(-)} \leq \varepsilon_l^{4(-)} \qquad \forall l \in L \quad (4.55)$$

$$\omega_{ij}^{5(+)} \leq \varepsilon_{ij}^{5(+)} \qquad \forall \{i,j\} \subseteq P \quad (4.56)$$

$$\omega_{ij}^{5(-)} \leq \varepsilon_{ij}^{5(-)} \qquad \forall\{i,j\} \subseteq P \tag{4.57}$$

$$\omega_{ij}^{6(+)} \leq \varepsilon_{ij}^{6(+)} \qquad \forall\{i,j\} \subseteq P \tag{4.58}$$

$$\omega_{ij}^{6(-)} \leq \varepsilon_{ij}^{6(-)} \qquad \forall\{i,j\} \subseteq P \tag{4.59}$$

Yukarıdaki formülasyonda $\omega^{(+)}$ ve $\omega^{(-)}$ artık ve gevşek değişkenleri kısıtlara $[\varepsilon^{(-)}, \varepsilon^{(+)}]$ aralığında pertürbasyon yapılmasını sağlamaktadır. Bu değişkenleri kullanmanın maliyetleri ise $\delta^{(+)}$ ve $\delta^{(-)}$ ile tanımlanmaktadır. Dengelenmiş sütun türetme yöntemi negatif maliyetli sütun türetilemediğinde ve $\omega^{(+)} = \omega^{(-)} = 0$ olduğunda sonlandırılır.

Bu aşamada kullanılan $\varepsilon^{(+)}$, $\varepsilon^{(-)}$, $\delta^{(+)}$ ve $\delta^{(-)}$ parametrelerin güncellenmesi gerekir. δ 'ların güncellenmesinde, genellikle kutu-adım yöntemi kullanılır. δ 'ların sınırladığı artık ve gevşek değişkenlerinin bulunduğu kısıta karşılık gelen dual değişkenin, $[\delta^{(-)}, \delta^{(+)}]$ aralığında olup olmadığına bakılır. Eğer ilgili dual değişken, bu aralık içerisindeyse aralık azaltılır ve ceza maliyetleri arttırılır. Tersi durumda ise, aralık arttırılır ve ceza maliyetleri azaltılır.

Aralıkların azaltılması veya arttırılması; dual değişkenin, aralığın merkezinde olacakmış şekilde yapılır. Bu güncelleştirmeler, her iterasyonda yapılabileceği gibi birtakım kurallara göre de yapılabilir.

ε 'ların güncellenmesinde ise, negatif maliyetli yeni sütun olup olmadığına bakılır. Eğer negatif maliyetli yeni sütun varsa, ε 'larda herhangi bir güncelleme yapılmaz. Eğer negatif maliyetli yeni sütun yoksa, ε 'lar yarı yarıya azaltılır. Dengelenmiş sütun türetme yönteminde kullanılan parametrelerin nasıl güncellendiği ayrıntılı olarak "Sütun Türetme Bazlı Çözüm Yöntemi" kısmında anlatılmaktadır.

4.3.1 Parametrelerin ve Dual Değişkenlerin Güncellenmesi

Bu kısımda dengelenmiş sütun türetme kısmında kullanılan parametrelerin ve dual değişkenlerin nasıl güncelleneceği açıklanacaktır. Dual değişkenler, her iterasyondan sonra; ilgili kısıta karşılık gelen dual değişkenin yeniden hesaplanmasıyla güncellenir. Dual değişkenlerinin her aşamada güncellenmesinin sebebi, iki ayrık çevriminin birleştirilmesiyle elde edilen çevrimlerin indirgenmiş maliyetlerinin hesaplanmasının gerekli olmasıdır.

Başlangıçta, modelde yer alan δ 'lar ve ε 'lar sıfırdır. Sütun türetme bazlı çözüm yönteminin birinci iterasyonundan sonra; δ 'lar dual değişkenlerin değerlerine ve ε 'lar ise bire sabitlenir. δ 'lar ve ε 'lar güncelleninceye kadar bu değerler değişmez.

δ 'ların güncellenmesinde, kutu-adım yöntemi kullanılmıştır. Bu güncelleme işlemini, her iterasyonda yapmak yerine bellirli bir kural dahilinde yapılmaktadır. Öncelikle boyutu sınırlı bir liste oluşturulur. Listenin sınırı parametre olarak alınır. Bu liste içerisine, her iterasyondan sonra ana modelin amaç fonksiyonu değeri eklenir. Liste boyutu sınıra ulaştığında, listenin ilk elemanı ile son elemanı arasındaki fark alt sınıra oranlanır. Eğer bu oran belirlenen değerden düşük ise yani bir iyileşme söz konusu değilse δ 'lar güncellenir. Eğer bu oran belirlenen değerden büyük ise yani bir iyileşme söz konusu ise δ 'lar olduğu gibi bırakılır.

Eğer δ 'ların güncellenmesi gerekiyorsa; δ 'ların sınırladığı artık ve gevşek değişkenlerinin bulunduğu kısıta karşılık gelen dual değişkenin, $[\delta^{(-)}, \delta^{(+)}]$ aralığında olup olmadığına bakılır. Eğer ilgili dual değişken bu aralık içerisindeyse, sınırların azaltılması gerekir. Bunun içinse, ilk önce aralığın orta noktası hesaplanır ve bu değerin yarısı alınır. Daha sonra bu dual değişken; aralığın merkezinde olacak şekilde, aralığın boyutunun orta noktasının yarısı kadar sağa ve sola kaydırılarak yeni sınırlar oluşturulur.

Eğer ilgili dual değişken bu aralık içerisinde değil ise, sınırların arttırılması gerekir. Bunun içinse, ilk önce aralığın orta noktası hesaplanır ve bu değerin iki katı alınır. Daha sonra bu dual değişken; aralığın merkezinde olacak şekilde, aralığın orta noktasının iki katı kadar sağa ve sola kaydırılarak yeni sınırlar oluşturulur.

ε 'ların güncellenmesinde ise, negatif maliyetli yeni sütun olup olmadığına bakılır. Eğer fiyatlandırma problemini çözdükten sonra, negatif indirgenmiş maliyetli bir sütun bulunamazsa; bu durumda bütün ε değerleri yarı yarıya azaltılır. Negatif indirgenmiş maliyetli sütunun bulunması durumunda, ε değerlerinin güncellenmesine gerek yoktur. ε 'lar olduğu gibi bırakılır. δ 'ların ve ε 'ların güncellenmesi algoritmik olarak aşağıda verilmektedir.

Algoritma 1 δ 'ların Güncellenmesi

Girdi: μ, π_l, β_{ij}, γ_{ij}, $\delta^{(+)}$, $\delta^{(-)}$, $\delta_l^{4(+)}$, $\delta_l^{4(-)}$, $\delta_{ij}^{5(+)}$, $\delta_{ij}^{5(-)}$, $\delta_{ij}^{6(+)}$, $\delta_{ij}^{6(-)}$.
Çıktı: $\delta^{(+)}$, $\delta^{(-)}$, $\delta_l^{4(+)}$, $\delta_l^{4(-)}$, $\delta_{ij}^{5(+)}$, $\delta_{ij}^{5(-)}$, $\delta_{ij}^{6(+)}$, $\delta_{ij}^{6(-)}$.
Eğer belirli bir iterasyondan sonra iyileşme sağlanamazsa;

Eğer $\mu \in [\delta^{(-)}, \delta^{(+)}]$ **ise**
ortala $\leftarrow (\delta^{(+)} - \delta^{(-)})/2$
$\delta^{(-)} \leftarrow \mu - ortala/2$
$\delta^{(+)} \leftarrow \mu + ortala/2$
Değilse
ortala $\leftarrow (\delta^{(+)} - \delta^{(-)}) * 2$
$\delta^{(-)} \leftarrow \mu - ortala/2$
$\delta^{(+)} \leftarrow \mu + ortala/2$

Eğer $\pi_l \in [\delta_l^{4(-)}, \delta_l^{4(+)}]$ **ise**
ortala $\leftarrow (\delta_l^{4(+)} - \delta_l^{4(-)})/2$
$\delta_l^{4(-)} \leftarrow \pi_l - ortala/2$
$\delta_l^{4(+)} \leftarrow \pi_l + ortala/2$
Değilse
ortala $\leftarrow (\delta_l^{4(+)} - \delta_l^{4(-)}) * 2$
$\delta_l^{4(-)} \leftarrow \pi_l - ortala/2$
$\delta_l^{4(+)} \leftarrow \pi_l + ortala/2$

Eğer $\beta_{ij} \in [\delta_{ij}^{5(-)}, \delta_{ij}^{5(+)}]$ **ise**
ortala $\leftarrow (\delta_{ij}^{5(+)} - \delta_{ij}^{5(-)})/2$
$\delta_{ij}^{5(-)} \leftarrow \beta_{ij} - ortala/2$
$\delta_{ij}^{5(+)} \leftarrow \beta_{ij} + ortala/2$
Değilse
ortala $\leftarrow (\delta_{ij}^{5(+)} - \delta_{ij}^{5(-)}) * 2$
$\delta_{ij}^{5(-)} \leftarrow \beta_{ij} - ortala/2$
$\delta_{ij}^{5(+)} \leftarrow \beta_{ij} + ortala/2$

Eğer $\gamma_{ij} \in [\delta_{ij}^{6(-)}, \delta_{ij}^{6(+)}]$ **ise**
ortala $\leftarrow (\delta^{6(+)_{ij}} - \delta_{ij}^{6(-)})/2$
$\delta_l^{6(-)} \leftarrow \gamma_{ij} - ortala/2$
$\delta_{ij}^{6(+)} \leftarrow \gamma_{ij} + ortala/2$
Değilse
ortala $\leftarrow (\delta_{ij}^{6(+)} - \delta_{ij}^{6(-)}) * 2$
$\delta_{ij}^{6(-)} \leftarrow \gamma_{ij} - ortala/2$
$\delta_{ij}^{6(+)} \leftarrow \gamma_{ij} + ortala/2$

Algoritma 2 ε 'ların Güncellenmesi

Girdi: Güncelleme sayısı (n), $\varepsilon^{(+)}$, $\varepsilon^{(-)}$, $\varepsilon_l^{4(+)}$, $\varepsilon_l^{4(-)}$, $\varepsilon_{ij}^{5(+)}$, $\varepsilon_{ij}^{5(-)}$, $\varepsilon_{ij}^{6(+)}$, $\varepsilon_{ij}^{6(-)}$.
Çıktı: $\varepsilon^{(+)}$, $\varepsilon^{(-)}$, $\varepsilon_l^{4(+)}$, $\varepsilon_l^{4(-)}$, $\varepsilon_{ij}^{5(+)}$, $\varepsilon_{ij}^{5(-)}$, $\varepsilon_{ij}^{6(+)}$, $\varepsilon_{ij}^{6(-)}$.
Eğer negatif maliyetli bir çevrim bulunamazsa;

n $\leftarrow$ n + 1
bölüm $\leftarrow 2^n$
$\varepsilon^{(+)} \leftarrow \varepsilon^{(+)}$ / bölüm
$\varepsilon^{(-)} \leftarrow \varepsilon^{(-)}$ / bölüm

$\varepsilon_l^{4(+)} \leftarrow \varepsilon_l^{4(+)}$ / bölüm
$\varepsilon_l^{4(-)} \leftarrow \varepsilon_l^{4(-)}$ / bölüm

$\varepsilon_{ij}^{5(+)} \leftarrow \varepsilon_{ij}^{5(+)}$ / bölüm
$\varepsilon_{ij}^{5(-)} \leftarrow \varepsilon_{ij}^{5(-)}$ / bölüm

$\varepsilon_{ij}^{6(+)} \leftarrow \varepsilon_{ij}^{6(+)}$ / bölüm
$\varepsilon_{ij}^{6(-)} \leftarrow \varepsilon_{ij}^{6(-)}$ / bölüm

4.3.2 Durdurma Koşulları

Çözüm yönteminin durdurulması için birkaç farklı koşul kullanılabilir. Bu çalışma kapsamında, iki farklı durdurma koşulu kullanılmaktadır. İlk durdurma koşulu; negatif maliyetli sütun türetilemediğinde ve bütün artık ve gevşek değişkenlerin yani bütün $\omega^{(+)} = \omega^{(-)} = 0$ olduğunda çözüm yöntemi durdurulur. Diğer bir durdurma koşulu ise, zaman sınırdır. Eğer çözüm yönteminin çalışma süresi belirli bir zamanı aşarsa, çözüm yöntemi durdurulur. Bunların dışında; problem tam sayılı olarak çözdürüldüğü sırada Simpleks süresi ve iyileştirme boşluğu (improving GAP) üzerine de kısıt konulmuştur.

Bu durdurma koşullarının haricinde, başka koşullar da kullanılabilir. Örneğin; eğer üretilen çevrimler belirli bir değeri aşarsa çözüm yöntemi durdurulsun, eğer iterasyon sayısı belirli bir değeri aşarsa durdurulsun, eğer başlangıçtaki çözüme göre belirli bir oranda iyileşme sağlanırsa çözüm yöntemi durdurulsun gibi koşullar kullanılabilir. Verilen bu örneklerin hiçbiri bu tez kapsamında kullanılmamıştır.

4.4 Dal-Fiyat Yöntemi

Dal-fiyat yöntemi kullanılmaya; sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda başlanır. Sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda, son doğrusal gevşetilmiş çözüm *kök düğüm* (*root node*) olarak kullanılır. *Mevcut en iyi çözüm* (*incumbent solution*) olarak da son gevşetilmiş modelin en iyi çözümü olarak alınır.

Daha sonra, hangi değişkenlerin kesirli değere sahip oldukları belirlenir. Bu kesirli değişkenler arasından, hangi değişkenin dallandırılacağı belirlenir. Bu dallandırma işleminin nasıl yapıldığı ileride detaylı olarak açıklanacaktır. Dallandırılacak değişken belirlendikten sonra; bu değişkenin bulunduğu düğümün; *çocuk düğümleri* (*child node*), bu çocuk düğümlerin *atası* (*parent*) ve onların *kimlikleri* (*ID*) belirlenir. Sol çocuk düğümde bulunan dallandırılmış değişken bire, sağ çocuk düğümde bulunan dallandırılmış değişken sıfıra sabitlenir. Daha sonra bu çocuk düğümler; aktif düğüm ve düğümler listesine eklenir.

Aktif düğümler arasından aktif düğüm belirlenmeden önce, aktif düğümler içerisinde yer alan düğümlerin atalarının sahip oldukları amaç fonksiyonu değerleri kontrol edilir. Eğer bir düğümün atasının sahip olduğu amaç fonksiyonu değeri, mevcut en iyi çözümden büyük ise bu düğüm veya düğümler aktif düğümler listesinden çıkartılır. Bu kontrol işleminden sonra; aktif düğüm, aktif düğümler arasından seçilir. Bu seçme işleminin nasıl yapıldığı ileride detaylı olarak açıklanacaktır.

Bir sonraki aşamada, ana problemde ve fiyatlandırma probleminde yer alan değişkenlerin üst ve alt sınırlarının yeniden ayarlanması ve sabitlenmesi gerekir. İlk önce, ana problemde ve fiyatlandırma probleminde yer alan değişkenlerin üst ve alt sınırları sıfır ve bire tekrar ayarlanır. Daha sonra, aktif düğümden başlayarak kök düğüme kadar; bu düğümlerde yer alan değişkenler hem ana modelde hem de fiyatlandırma probleminde gerekli değerlere sabitlenir.

Sütun türetme bazlı çözüm yöntemini tekrar aktif hale getirmeden, bu yöntemde kullanılan bazı parametreler yeniden ayarlanır. Daha sonra, sütun türetme bazlı çözüm yöntemi kullanılarak, negatif indirgenmiş maliyetli sütun olup olmadığına bakılır. Sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda kesme koşulları kontrol edilir. Daha sonra, kesirli değerlere sahip değişkenler ve değerleri belirlenir. Kesirli değerlere sahip değişkenler belirlendikten sonra dallandırılacak değişken belirlenir. Bu aşamadan sonra yukardaki aşamalara tekrar geçilir. Yukarıdaki aşamalar, durdurma koşulları sağlanana kadar tekrar edilir. Dal-fiyat yönteminin algoritmik adımları aşağıda verilmektedir.

Adım 0: Sütun türetme bazlı çözüm yöntemi çöz. Çözüm yöntemi durduğundaki tam sayılı çözüm mevcut en iyi çözüm olarak al. En son tam sayılı olmayan çözümü ise kök düğüm olarak al.

Adım 1: Hangi değişkenlerin kesirli değer aldığını belirle. Bu kesirli değerler arasından dallandırılacak değişkeni belirle.

Adım 2: Dallandırılacak değişkenin çocuklarını oluştur ve onlara kimlik ata.

Adım 3: Bu çocukları *"Aktif Düğümler"* listesine ekle.

Adım 4: *"Aktif Düğümler"* listesini kullanarak, aktif düğümü belirle.

Adım 5: Ana problemde ve fiyatlandırma probleminde yer alan karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını yeniden ayarla ve sabitle.

Adım 6: Sütun türetme bazlı çözüm yöntemini tekrar çağır. Sabitlenmiş karar değişkeniyle sütun türetme bazlı çözüm yöntemini durana kadar çöz.

Adım 7: Kesme koşullarını kontrol et.

Adım 8: Durma koşullarını kontrol et. Eğer durma koşulları sağlanıyorsa, **"9.Adım 'a"** geç. Sağlanmıyorsa **"1.Adım 'a"** geri dön.

Adım 9: Dal-fiyat yöntemini durdur.

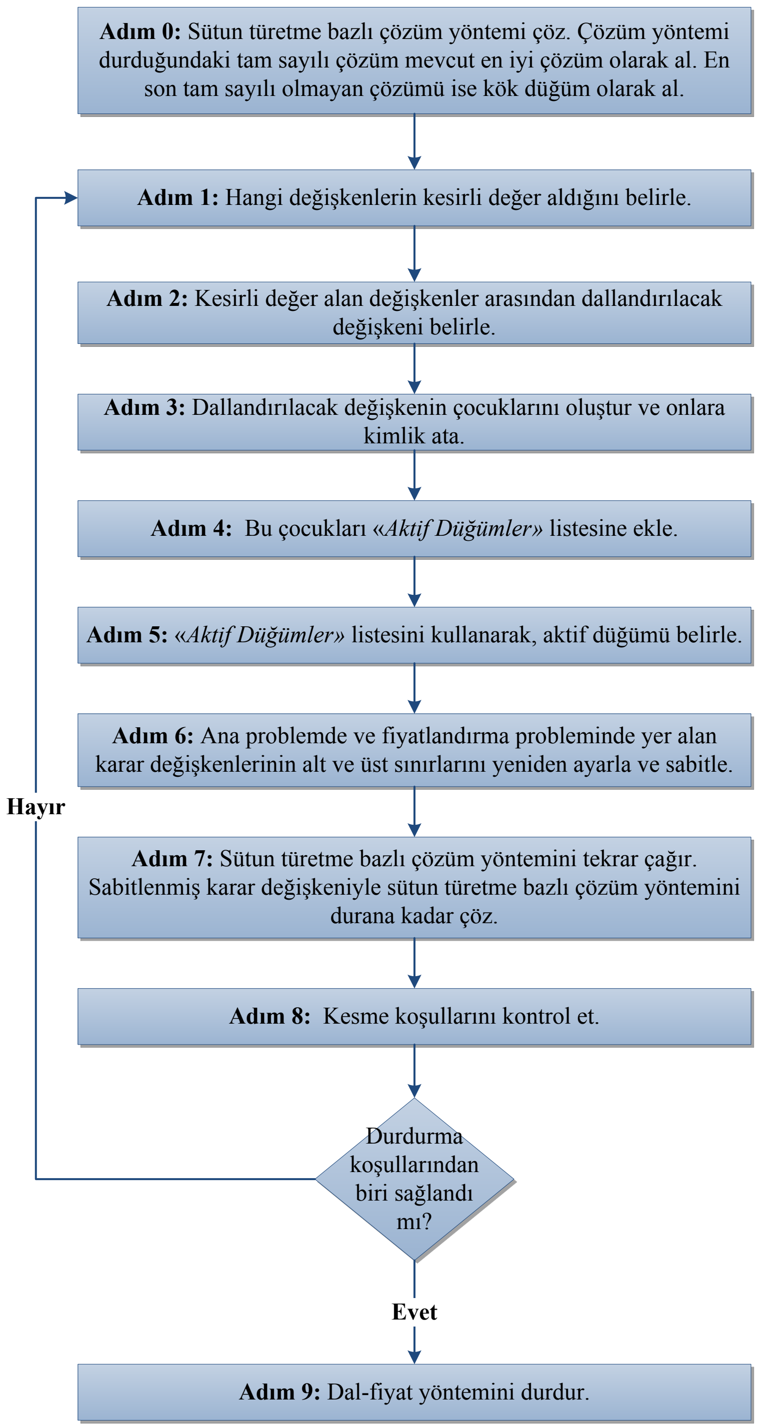
Dal-fiyat yönteminin şematik gösterimi Şekil 4.4 'de verilmektedir.

4.4.1 Aktif Düğümün Seçimi

Aktif düğümün seçimi, aktif düğümler listesinden yapılır. Hangi düğümün aktif düğüm olarak seçileceğine karar verilebilmesi için; aktif düğümlerin listesinde bulunan düğümlerin atalarının amaç fonksiyonu değerlerine bakılır. En küçük amaç fonksiyonu değeri belirlenir. Bir ailenin iki çocuğu olduğu için, en az iki düğümün ailesinin amaç fonksiyonu değeri en küçük değere sahip olacaktır. Bu düğümler arasından kesirli değeri tam sayıya en yakın olan düğüm aktif düğüm olarak seçilecektir.

4.4.2 Dallandırılacak Değişkenin Seçimi

Dallandırılacak kesirli değere sahip değişkenin seçimi belirli kurallar dahilinde yapılır. Seçilecek değişkenler arasında öncelik ilişkisi vardır. İlk dallandırılacak değişken (u_l) değişkenleridir. Eğer, (u_l) değişkenleri kesirli değere sahip değilse, (y_{ij}) değişkenleri denenir. Son olarak; eğer (y_{ij}) değişkenleri kesirli değere sahip değilse, (x_c) değişkenleri denenir. Bu öncelik ilişkisi kurulurken, hangi değişken türü tam sayılı değere sabitlendiğinde dışarıda daha fazla çevrim bırakacağı göz önüne alınmıştır. Bu değişkenler arasından, kesirli değeri tam sayıya en yakın olan değişken dallandırılır.



Şekil 4.4: Dal-Fiyat Yönteminin Şematik Gösterimi

4.4.3 Kesme Koşulları

Dal-fiyat yönteminde üç farklı kesme koşulu kullanılır. İlk olarak problemin olurluluğuna bakılır. Eğer problem olursuzsa, olursuzluğu sağlayan düğüm; aktif düğümler listesinden çıkartılır. Ancak bu aşamada, olursuzluğun neden kaynaklandığının araştırılması gerekir. Eldeki sütunlarla problemin olursuz olması, problemin en iyi çözümü için bu sütunların olursuzluk oluşturmasını gerektirmez. Problemin gerçekten olurlu olup olmadığının nasıl araştırılacağı; *"Olursuzluğun Belirlenmesi"* kısmında detaylarıyla açıklanmıştır.

İkinci kesme işlemi, gevşetilmiş modelin amaç fonksiyonu değeri ile mevcut en iyi çözümün karşılaştırmasıyla yapılır. Eğer modelin amaç fonksiyonu, mevcut en iyi çözümünden büyük ise ilgili düğüm aktif düğümler listesinden çıkartılır. Üçüncü kesme işleminde ise, problemin gevşetilmiş çözümünde; kesirli değer olup olmadığına bakılır. Eğer problemin gevşetilmiş çözümünde kesirli değerlere sahip karar değişkenleri yoksa dal-fiyat yöntemi durdurulur.

4.4.4 Olursuzluğun Belirlenmesi

Yukarıda da belirtildiği gibi; eldeki sütunlarla problemin olursuz olması, problemin en iyi çözümü için bu sütunların olursuzluk oluşturmasını gerektirmez. Problemin olursuzluğu, eldeki sütunların yetersizliğinden kaynaklanıyor olabilir. Bu nedenle, ilk önce dual değişkenler güncellenir ve fiyatlandırma problemi yeniden çözülür. Eğer fiyatlandırma probleminden bir sütun (çevrim) elde edilebilirse; problemin olursuzluğu mevcut sütunların yetersizliğinden kaynaklanmaktadır. Fiyatlandırma probleminden olurlu bir çevrim elde edilimesi durumda, bu çevrim modele eklenerek dal-fiyat yöntemi devam ettirilir. Dallın budanmasına gerek yoktur. Aksi durumda, problem gerçekten olursuztur. Bu durumda dal budanır.

4.4.5 Durdurma Koşulları

Dal-fiyat yöntemini durdurmak için kullanılan iki kural vardır. Bunlardan ilki, aktif düğümler listesinin boş olmasıdır. Eğer aktif düğümler listesi boş ise; bu durumda modelde kullanılan bütün değişkenler tam sayılı değerler almıştır. Böylece kesin çözüm elde edilmiş olur. Dal-fiyat yöntemini durdurmak için kullanılan diğer bir kural ise zaman kısıtıdır. Eğer dal-fiyat yöntemi için harçanan süre belirli bir değeri aşarsa yöntem durdurulur. Şimdiye kadar elde edilmiş tam sayılı çözümler ve amaç fonksiyonu değeri, son çözüm olarak alınır.

Zaman kısıtına alternatif olarak bir durma koşullu daha kullanılmıştır. Bu durma koşulu, mevcut en iyi çözümün güncellenemesine bakar. Eğer belirli bir iterasyon sonra mevcut en iyi çözüm güncellenmiyorsa, dal-fiyat yöntemi durdurulur. Burada iterasyon sayısının yüksek tutulması önemlidir. İterasyon sayısının küçük tutulması, mevcut en iyi çözüm ile en iyi alt sınır arasındaki farkın yüksek olmasına sebep olabilir.

4.5 Daha İyi Maliyet Dağıtımının Bulunması

Ana model, belirli kurallara göre üretilen örneklerle çözdürüldüğünde; rota ayrıtlarına düşen maliyetler arasında dengesizlik olduğu gözlenmiştir. Bazı rota ayrıtları fazla tasarruf sağlarken bazıları az tasarruf sağlamıştır. Yüzde tasarruflar arasındaki standart sapma analiz edildiğinde, standart sapmanın oldukça yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bunun sebebi yukarıda da belirtildiği gibi, rota ayrıtlarının elde ettikleri tasarruflar arasındaki farkın fazla olmasıdır. Bu nedenle, dağıtılan maliyetlerin yeniden düzenlenmesi gerekir.

Dağıtılan maliyetlerin dengelenmesi için dört farklı matematiksel model geliştirilmiştir. Bu aşamada; dağıtılan maliyetler, seçilen rota ayrıtları ve çevrimler üzerinden yapılacaktır. Ayrıca bu aşamada, toplam maliyet de bilinmektedir.

Geliştirilen dört modelde ortak olan dört kısıt vardır. İlk üç kısıt ana modele sadık kalmak için yazılan kısıtlardır. Sırasıyla; bütçe dengesi, bireysel rasyonellik ve rota ayrıtlarına düşen maliyetler için alt sınır kısıtları geliştirilen modellere de dâhil edilmiştir. Dördüncü kısıt ise, çevrim içerisindeki rota ayrıtlarına düşen toplam maliyetin; o çevrimin maliyetinden fazla olmasını engeller. Ancak, bu kısıdın gevşetilmesi gerekir. Eğer bu gevşetme yapılmazsa, modeller olursuz olabilmektedir. Çevrimin maliyetini yüzde 10 oranında arttırmak; bu olursuzluğu ortadan kaldırmaktadır.

Yukarıda belirtildiği gibi, bu aşamada seçilen rota ayrıtları ve çevrimler bilinmektedir. Geliştirilen modeller için yalnızca bir parametre ve bir karar değişkeni yeterlidir. Kullanılan parametre, dördüncü kısıtta kullanılan gevşetme katsayısıdır. Burada kullanılan karar değişkeni, rota ayrıtlarına düşen yeni maliyetleri temsil etmektedir.Bu bölümde kullanılan kümeler, parametreler ve karar değişkenleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

L' : Seçilen rota ayrıtlarının kümesi.

$C^{'}$: Seçilen çevrimlerin kümesi.

α : Gevşetme katsayısı.

w_l^* : $l \in L$ rota ayrıtına düşün yeni maliyet.

Geliştirilen matematiksel modeller sırasıyla; *"Kilometre Başına Eşit Dağıtım Metodu"*, *"En Yüksek-En Düşük Yüzde Tasarruf Metodu"*, *"Eşit Getiri Metodu"* ve *"En Düşük Yüzde Tasarruftan Sapma Metodu"* olarak isimlendirilmiştir.

Kilometre başına eşit dağıtım metodu, seçilen rota ayrıtlarına atanan maliyetlerin mümkün olduğunca; rota ayrıtlarının dolu gitme maliyetine yakın olmasını sağlar. En yüksek-en düşük yüzde tasarruf metodu, en düşük yüzde tasarrufu en büyüklemeye çalışır. Bu çalışmada kullanılan eşit getiri metodu, Frisk vd. [32] önerdiği eşit getiri metodunun farklı bir şekilde formüle edilmiş halidir. Geliştirilen modelde, daha az kısıt mevcuttur. Eşit getiri metodu, yüzde tasarruflar arasındaki farkı en küçüklemeye çalışır. En düşük yüzde tasarruftan sapma metodu ise, yüzde tasarruflar arasındaki toplam farkı en küçüklemeye çalışır. Bu model, yüzde tasarruflar arasındaki toplam farkı en küçüklediği için; bu modelden daha iyi bir maliyet dağıtımı vermesi beklenir.

4.5.1 Kilometre Başına Eşit Dağıtım Metodu

Bu metotta kullanılan ts_{max} ve ts_{min} ifadeleri karar değişkenlerine karşılık gelmektedir. Her iki karar değişkeni de sıfırdan büyük eşit değerler alabilmektedir. Ayrıca, ts_{max} ve ts_{min} karar değişkenleri arasındaki fark daima sıfırdan büyük eşittir. Bu metotla seçilen rota ayrıtlarına, atanacak maliyetin; mümkün olduğunca o rota ayrıtının dolu gitme maliyetine yakın olması amaçlanmaktadır. ts_{max} ve ts_{min} karar değişkenleri bu amaçla tanımlanmıştır.

$$\textbf{Min} \quad ts_{max} - ts_{min} \tag{4.60}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{l \in L'} w_l^* - \sum_{l \in L'} w_l = 0 \tag{4.61}$$

$$w_l^* \leq (1-\theta) g_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.62}$$

$$w_l^* \geq \lambda d_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.63}$$

$$\sum_{l \in L'} s_{lc} w_l^* \leq (1+\alpha) f_c \qquad \forall c \in C^{'} \tag{4.64}$$

$$w_l^* \geq f_l ts_{min} \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.65}$$

$$w_l^* \leq f_l ts_{max} \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.66}$$

$$ts_{max} - ts_{min} \geq 0 \tag{4.67}$$

$$ts_{max} \geq 0 \tag{4.68}$$

$$ts_{min} \geq 0 \tag{4.69}$$

$$w_l^* \geq 0 \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.70}$$

4.5.2 En Büyük-En Düşük Yüzde Tasarruf Metodu

Bu metotla amaçlanan, en düşük yüzde tasarruf miktarı değerini en büyüklemektir. Dolayısıyla model, doğrusal olmayan bir modeldir. Bu modeli doğrusal yapmak için ts karar değişkeni tanımlanmıştır.

$$\textbf{Max} \quad ts \tag{4.71}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{l \in L^{'}} w_l^* - \sum_{l \in L^{'}} w_l = 0 \tag{4.61}$$

$$w_l^* \leq (1-\theta) g_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.62}$$

$$w_l^* \geq \lambda d_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.63}$$

$$\sum_{l \in L^{'}} s_{lc} w_l^* \leq (1+\alpha) f_c \qquad \forall c \in C^{'} \tag{4.64}$$

$$ts \leq \frac{g_l - w_l^*}{g_l} \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.72}$$

$$ts \geq 0 \tag{4.73}$$

$$w_l^* \geq 0 \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.74}$$

4.5.3 Eşit Getiri Metodu

Bu metotta kullanılan ts_{max} ve ts_{min} ifadeleri karar değişkenlerine karşılık gelmektedir. Her iki karar değişkeni de sıfırdan büyük eşit değerler alabilmektedir. Ayrıca, ts_{max} ve ts_{min} karar değişkenleri arasındaki fark daima sıfırdan büyük eşittir. Bu metotla, seçilen rota ayrıtlarının sahip oldukları yüzde tasarruf değerleri arasındaki farkı en küçüklemek amaçlanmaktadır. ts_{max} ve ts_{min} karar değişkenleri bu amaçla tanımlanmıştır.

$$\textbf{Min} \quad ts_{max} - ts_{min} \tag{4.75}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{l \in L'} w_l^* - \sum_{l \in L'} w_l = 0 \tag{4.61}$$

$$w_l^* \leq (1-\theta) g_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.62}$$

$$w_l^* \geq \lambda d_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.63}$$

$$\sum_{l \in L'} s_{lc} w_l^* \leq (1+\alpha) f_c \qquad \forall c \in C^{'} \tag{4.64}$$

$$ts_{min} \leq \frac{g_l - w_l^*}{g_l} \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.76}$$

$$ts_{max} \geq \frac{g_l - w_l^*}{g_l} \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.77}$$

$$ts_{max} - ts_{min} \geq 0 \tag{4.78}$$

$$ts_{max} \geq 0 \tag{4.79}$$

$$ts_{min} \geq 0 \tag{4.80}$$

$$w_l^* \geq 0 \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.81}$$

4.5.4 En Düşük Yüzde Tasarruftan Sapma Metodu

Bu metotla, seçilen rota ayrıtlarının sahip oldukları yüzde tasarruf değerleri arasındaki toplam farkı en küçüklemek amaçlanmaktadır. ts_{lm} karar değişkenleri bu nedenle tanımlanmıştır.

$$\textbf{Min} \quad \sum_{l \in L'} \sum_{m \in L'} ts_{lm} \tag{4.82}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{l \in L'} w_l^* - \sum_{l \in L'} w_l = 0 \tag{4.61}$$

$$w_l^* \leq (1-\theta) g_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.62}$$

$$w_l^* \geq \lambda d_l \qquad \forall l \in L^{'} \tag{4.63}$$

$$\sum_{l \in L'} s_{lc} w_l^* \leq (1+\alpha) f_c \qquad \forall c \in C' \tag{4.64}$$

$$ts_{lm} \geq \frac{w_l^*}{g_l} - \frac{w_m^*}{g_m} \qquad \forall l, m \in L' \tag{4.83}$$

$$ts_{lm} \geq 0 \qquad \forall l, m \in L' \tag{4.84}$$

$$w_l^* \geq 0 \qquad \forall l \in L' \tag{4.85}$$

4.6 Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi İçin İyi Bir Alt Sınır Bulunması

Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Probleminde, en iyi tam sayılı çözümün elde edilmesi oldukça zordur. Özellikle rota ayrıtlarının sayısının artması, üretilecek olurlu çevrimlerin sayısını üssel olarak arttıracaktır. Dolayısıyla modeldeki sütun sayısı da üssel biçimde artacaktır. Bu nedenle geliştirilen sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen sonuçların; en iyi tam sayılı çözümle karşılaştırılması pek mümkün değildir. Bu nedenle, maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi için iyi bir alt sınır elde edilmesi üzerine çalışılmıştır.

İyi bir alt sınır elde etmek için basit bir atama probleminin çözülmesi gereklidir. Bu atama problemi, toplam boş gitme maliyetini en küçükleyerek her rota ayrıtını bir rota ayrıtına atar. Bu atama işleminin nasıl olduğu Şekil 4.5 'de gösterilmektedir. Alt sınırı elde etmek için, bu problemin amaç fonksiyonu değerine rota ayrıtlarının toplam uzunluğu eklenir. Bu problemi çözmek için yalnızca bir parametre ve bir karar değişkenine ihtiyaç vardır. Bunlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

c_{ij} : $i \in L$ rota ayrıtı ile $j \in L$ rota ayrıtı arasındakı boş gitmenin maliyeti.

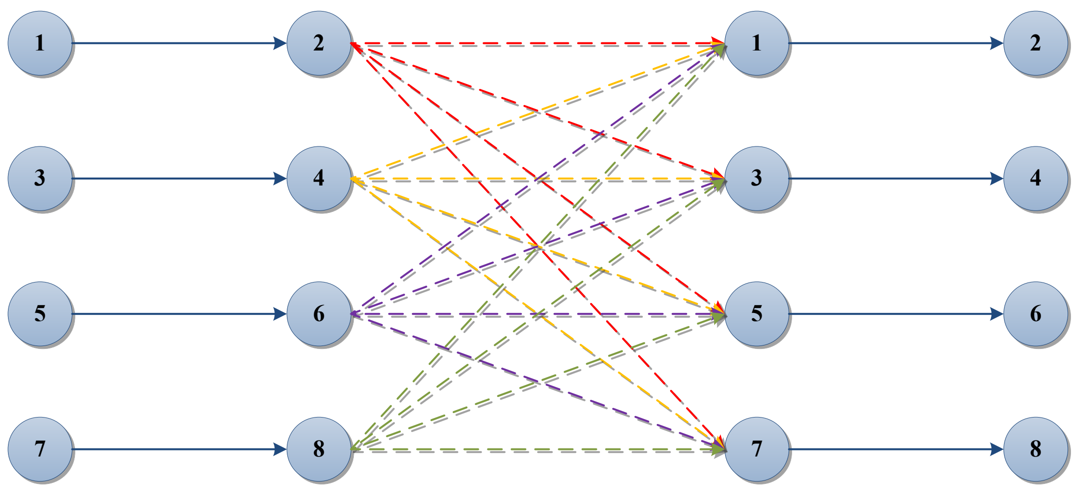
$$x_{ij} = \begin{cases} 1; & i \in L \text{ rota ayrıtı, } j \in L \text{ rota ayrıtına atanmışsa.} \\ 0; & \text{Diğer durumda.} \end{cases}$$

$$\textbf{Min} \quad \sum_{i \in L} \sum_{j \in L} c_{ij} x_{ij} \tag{4.86}$$

$$\textbf{S.t.} \quad \sum_{i \in L} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in L \tag{4.87}$$

$$\sum_{j \in L} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in L \tag{4.88}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, j \in L \tag{4.89}$$



Şekil 4.5: Bir Rota Ayrıtının Diğer Bir Rota Ayrıtına Atanması

5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Geliştirilen sütun türetme bazlı çözüm yöntemi, matematiksel modeller ve dal ve fiyat yöntemi, belirli kurallara göre rasgele üretilmiş örneklerle değerlendirilmiştir. Bu örnekler şu parametreler ile üretilmiştir: nokta sayısı, her kümedeki kesir sayısı, her kümedeki nokta sayısı ve rota ayrıtı sayısı. Kümeler noktaların coğrafik yoğunluklarını temsil etmektedir. Nokta sayısı, kümedeki noktaların kesri ve her kümedeki nokta sayısı belirlendikten sonra, küme sayısı ve kümenin yarıçapı belirlenir.

Kümeler, noktaların çoğrafik yoğunluklarını temsil ederek tanımlanır. Tedarikçi, fabrika ve dağıtım merkezi ve müşteriler tarafından temsil edilen üç ayrı sınıftaki noktalar kümesine ayrılan bir tedarik zinciri yapısı oluşuturulmuştur. Her bir sınıfa ait olan noktaların kesri ve herhangi iki sınıf içerisindeki noktalar arasındaki rotaların kesri verilmektedir. Bu tür örnekler, tedarik zinciri örnekleri olarak adlandırılmaktadır.

Kümelerin merkezler, 1.800×1.800 metrekarelik bir alan içerisinden tek biçimli (uniform) olarak belirlenir. Küme içerisindeki noktalar, koordinatlar ve kümenin yarıçapı kullanılarak belirlenir. Rota ayrıtları ise, tam bir serimin ayrıtları arasından rasgele seçilerek belirlenir. Bütün rota ayrıtları, yalnızca bir başlangıç (origin) bir de bitiş (destination) düğümünden oluşur. Bu noktalar aynı küme içerisinde değildir. Düğümler ise büyük şehirleri temsil edecek şekilde kümelenmiş halde üretilmiştir.

Üretilen her örnekte; nokta sayısı, küme içerisindeki noktaların kesri, küme içerisindeki nokta sayısı ve rota ayrıtlarının sayısı çeşitlilik göstermektedir. Örnekler; 100, 200, ve 300 düğümlü, 0.5 ile 0.8 arasında değişen nokta kesirli ve her kümede ortalama 20 düğüm olacak şekilde üretilmiştir. Bütün firmalar için, en fazla işbirliği yapabilecekleri firma sayısı; iki ile beş arasında değişen bir biçimli dağılım (unifrom distribution) $U(2,5)$ kullanılarak üretilmiştir.

Bu tez kapsamında çalışılan bütün matematiksel modeller, sütun türetme bazlı çözüm yöntemi ve dal ve fiyat yöntemi, Java programlama diliyle kodlanmıştır ve *2 Adet 2.00 GHz Intel Xeon CPU E5-2650 işlemcili, 128 GB Ram* kapasiteli iş istasyonu üzerinde koşturulmuştur.

Bütün matematiksel modeller, sütun türetme bazlı çözüm yöntemi ve dal ve fiyat yöntemi, yukarıda verilen kurallara göre rasgele üretilmiş 18 örnek üzerinde test edilmiştir. Çözdürülen örneklerin boyutlarıyla ilgili bilgiler Tablo 5.1' de verilmektedir. 100, 200 ve 300 düğümlük problemler; 100 rota ayrıtlı problemden 1200 rota ayrıtlı probleme farklı firma sayılarıyla çeşitlendirilmiştir.

Tablo 5.1: Çözdürülen Örnekler Hakkında Bilgiler

Örnek	Düğüm Sayısı	Rota Ayrıtı Sayısı	Firma Sayısı
1	100	100	5
2	100	100	5
3	100	200	10
4	100	200	10
5	100	400	20
6	100	400	20
7	200	200	10
8	200	200	10
9	200	400	20
10	200	400	20
11	200	800	40
12	200	800	40
13	300	300	15
14	300	300	15
15	300	600	30
16	300	600	30
17	300	1200	60
18	300	1200	60

Rasgele üretilen örneklerin çözümünde kullanılan parametrelerin değerleri Tablo 5.2 ‘de verilmektedir. Burada kullanılan f_l ve f_a ifadesi sırasıyla; rota ayrıtı başına birim dolu gitme maliyetini ve birim boş gitme maliyetini ifade etmektedir ve sırasıyla 1 ve 0.8 değerlerini almaktadır [30]. Ana modeldeki, kısıt (3.4) ’de yer alan λ ifadesi rota ayrıtı başına birim dolu gitme maliyeti ile birim boş gitme maliyeti arasındaki farkı ifade eder.

"*Liste Boyutu*" parametresi çözüm yönteminde "*İyileşme Kısıtı*" parametresiyle birlikte kullanılmaktadır. Bu iki parametre δ ’ların güncellenmesinde kullanılır. "*Zaman Kısıtı*" parametresi sütun türetme bazlı çözüm yöntemini durdurmak için kullanılır. Eğer çözüm için harçanan süre bu değeri geçerse çözüm yöntemi durdurulur.

"*Son Zaman Kısıtı*" ve "*Boşluk Kısıtı*", sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda; eldeki sütunlarla problemi tam sayılı çözerken kullanılır. Sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda, elde çok fazla sütun/değişken olabilir. Bu nedenle tam sayılı çözümü elde etmek uzun zaman alabilir. Bu süreyi kısaltmak içi bu iki parametre kullanılır. "*Son Zaman Kısıtı*" parametresi, problemi eldeki sütunlarla tam sayılı olarak çözerken harcanacak süreyi kısıtlar. "*Boşluk Kısıtı*" ise, Cplex çözücüsünün problemi çözerken kontrol ettiği boşluk değeri üzerine konulmuş bir kısıttır.

Tablo 5.2: Örneklerin Çözümünde Kullanılan Parametrelerin Değerleri

Parametre	**Değeri**
f_l	1
f_a	0,8
θ	0,05
λ	0,2
α	0,1
Liste Boyutu	20
Yüzde	0,01
Zaman Kısıtı	10800 sn
İyileşme Kısıtı	%1
Son Zaman Kısıtı	10800 sn
Boşluk Kısıtı	%1

Tablo 5.3 'de her örnekte üretilen çevrim sayıları, seçilen rota ayrıtı ve çevrim sayıları verilmektedir. Üretilecek çevrim sayısı rota ayrıtı sayısıyla orantılı olarak değişecektir. Üretilen çevrim sayısı; algoritmanın ilk adımında üretilen bir boyutlu ve iki boyutlu çevrimlerin ve çözüm yönteminden elde edilen çevrimlerin toplamından oluşmaktadır. Çevrimler en fazla başlangıç aşamasında üretilmektedir. Rota ayrıtı sayısı arttıkça üretilecek çevrim sayısında ciddi bir arttış olması beklenir. Tablo 5.3 'e bakıldığında bu beklentinin gerçekleştiği görülmektedir. Aynı düğüm sayısına sahip örneklerde, rota ayrıtı sayısı arttığında üretilen olurlu çevrimlerin sayısı da artmaktadır. Bir olurlu çevrim en az iki rota ayrıtı içerdiği için; seçilen çevrim sayısı seçilen rota ayrıtı sayısından azdır.

Tablo 5.3: Örneklere Göre Üretilen Çevrim Sayıları, Seçilen Rota Ayrıtı ve Çevrim Sayıları

Örnek	**Üret. Çevrim Say.**	**Seç. Rota Ayrıtı Say.**	**Seç. Çevrim Say.**
1	2.641	87	35
2	3.040	97	34
3	10.531	187	84
4	11.446	194	87
5	42.172	360	174
6	44.393	375	181
7	11.813	187	85
8	12.016	192	78
9	44.162	375	184
10	43.901	379	163
11	170.293	732	366
12	172.667	711	346
13	22.218	286	125
14	22.298	279	112
15	90.030	556	248
16	89.112	555	244
17	359.872	1076	538
18	366.696	1076	538

Tablo 5.4' de her örnek için, üç sezgisel yöntemden ve fiyatlandırma probleminden elde edilen çevirm sayıları verilmektedir. Geliştirilen çözüm yönteminde, ilk önce sezgisel yöntemler sırayla denenir. Eğer bu sezgisel yöntemlerde negatif indirgenmiş maliyetli bir çevrim bulunamazsa fiyatlandırma problemi çözülür. Fiyatlandırma problemi, kesin çözüm yöntemi olduğu için ve çözüm süresi uzun olabileceği için son aşama olarak dikkate alınmıştır. Tabloya bakıldığında en fazla çevrimin fiyatlandırma probleminden elde edildiği görünmektedir. Bunun nedeni, fiyatlandırma problemi kesin çözüm yöntemi olduğu için; negatif indirgenmiş maliyetli çevrimleri üretme şansının oldukça yüksek olmasıdır.

Tablo 5.4: Sezgisel Yöntemlerde ve Fiyatlandırma Probleminde Üretilen Çevrim Sayıları

Örnek	**1.Sezgisel**	**2.Sezgilsel**	**3.Sezgilsel**	**Fiyat. Problemi**	**Toplam**
1	4	2	2	63	71
2	10	4	4	119	137
3	5	2	2	114	123
4	14	3	1	200	218
5	1	0	0	232	233
6	1	3	3	244	251
7	6	9	7	198	220
8	4	15	13	281	313
9	9	8	6	239	262
10	14	2	2	389	407
11	4	4	4	93	105
12	2	2	2	86	92
13	5	16	12	251	284
14	10	19	20	285	334
15	15	6	3	81	105
16	7	10	7	88	112
17	3	2	3	15	23
18	6	1	0	15	22

Tablo 5.5 'de her örnek için, alt sınırdan ve tam sayılı çözümden elde edilen sonuçlar verilmektedir. Daha önce de ifade edildiği gibi, kesin çözümü elde etmek oldukça uzun zaman alacağı için, sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen sonuçlar alt sınırlar ile karşılaştırılmıştır. Her örnek için elde edilen tam sayılı çözümler ve alt sınırlar grafiksel olarak Şekil 5.1 'de gösterilmektedir.

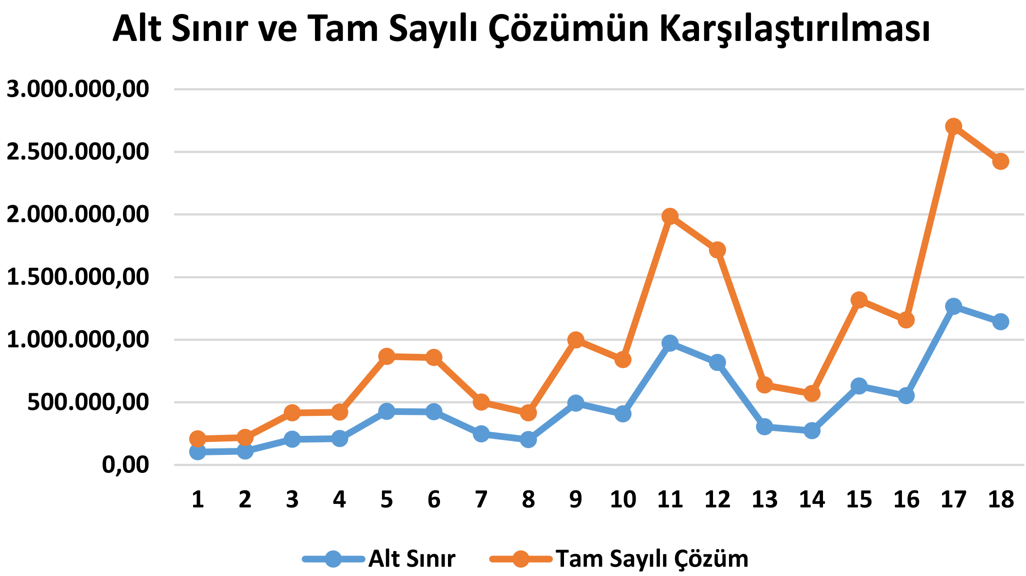
Üçüncü sütunda verilen yüzde boşluk ifadesi, sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen çözümün, alt sınıra olan uzaklığını ifade etmektedir. Rota ayrıtı sayısı fazla olan örneklerde daha fazla çevrim üretildiği için bu örneklerde yüzde boşluk değeri, diğer örneklere kıyasla daha fazladır. Bunun temel nedeni, bu örnekler çok fazla çevrim içerdiği için, iki ayrık çevrimi birleştirmek için harcanan toplam süre oldukça fazladır. Bu nedenle üç saatlik zaman sınırının birçoğu bu aşamada harcanmaktadır.

Dördüncü sütunda verilen oran ifadesi ise, rota ayrıtlarının uzunlukları toplamının, toplam maliyete oranını ifade etmektedir. Bu oran elde edilen çözümün kalitesini ölçmek için kullanılan bir diğer ölçüttür. Bu oranın yüksek olması, elde edilen çözümün iyi olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Son sütunda ise çözüm için harcanan toplam süre verilmektedir. Bazı örnekler, çözüm süresine takılmadan; indirgenmiş maliyetli sütun bulunmadığından ve bütün artık ve gevşek değişkenlerin değerleri sıfır olduğundan durmuştur. Büyük boyutlu örneklerde ise, çözüm yöntemi zaman kısıdına takıldığı için durmuştur. Yüzde boşluk değeri ve çözüm süresi birlikte değerlendirildiğinde; makul sürelerde makul sonuçlar elde edildiği söylenebilir. Hatırlatmak gerekirse, her ne kadar çözüm süresi yaklaşık altı saat görünse de; bu sürenini üç saati sütun türetme bazlı çözüm yöntemi için, diğer üç saati ise çözüm yöntemi durduğunda problemi tam sayılı olarak çözmek için harcanan süredir.

Tablo 5.5: Her Örnek İçin Sütun Türetme Bazlı Çözüm Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

Örnek	**Alt Sınır**	**Tam Say. Çöz.**	**%Boşluk**	**Oran**	**Çöz. Süre. (Sn)**
1	102.939,96	104.668,61	1,68	0,80	44,55
2	108.986,27	110.649,77	1,53	0,83	94,14
3	204.455,21	209.550,59	2,49	0,82	159,46
4	208.700,23	212.329,43	1,74	0,82	366,95
5	426.301,61	438.475,02	2,86	0,80	5.404,28
6	424.211,97	434.248,01	2,37	0,83	9.982,99
7	247.374,91	253.698,08	2,56	0,81	1.799,60
8	202.514,05	213.522,82	5,44	0,85	2.462,29
9	490.816,74	505.452,73	2,98	0,78	11.087,07
10	407.383,63	432.582,81	6,19	0,83	21.674,65
11	970.925,32	1.012.547,52	4,29	0,77	21.953,38
12	817.949,63	898.103,06	9,80	0,80	21.903,95
13	304.326,60	333.481,66	9,58	0,82	18.994,51
14	272.842,66	295.809,67	8,42	0,83	15.295,96
15	628.495,61	687.892,27	9,45	0,81	21.875,16
16	551.660,26	603.734,28	9,44	0,82	21.722,99
17	1.264.198,69	1.437.129,24	13,68	0,89	23.480,28
18	1.143.037,60	1.279.462,45	11,94	0,79	23.094,85



Şekil 5.1: Alt Sınır ve Tam Sayılı Çözümün Grafiksel Görünümü

Ana problem sütun türetme yaklaşımıyla çözüldükten sonra, maliyet dağıtımlarının istenildiği gibi olmadığı görülmüştür. Bu nedenle, maliyet dağıtımlarını iyileştirmek için dört yeni model geliştirilmiştir. Bu modellerin isimleri ve kısaltmaları Tablo 5.6' da verilmektedir.

Tablo 5.6: Geliştirilen Modellerin İsimlerinin Kısaltmaları

Kilometre Başına Eşit Dağıtım Metodu	KBEDM
En Yüksek En Düşük Yüzde Tasarruf Metodu	EBYTM
Eşit Getiri Metodu	EGM
En Düşük Yüzde Tasarruftan Sapma Metodu	EDYDSM

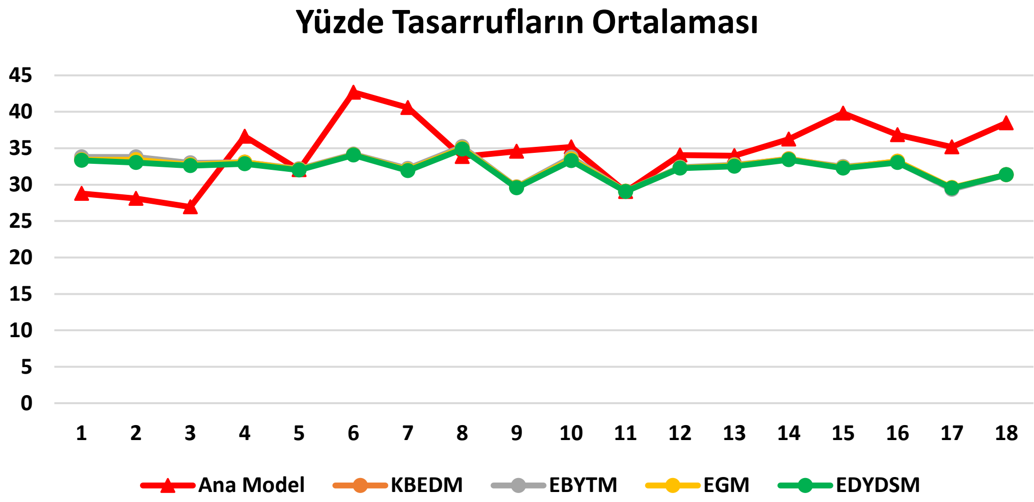
Kilometre başına eşit dağıtım metoduyla; seçilen her rota ayrıtına düşün maliyetin; rota ayrıtının dolu gitme maliyetine mümkün olduğunca yakın atanması amaçlanmıştır. En yüksek en düşük yüzde tasarruf metoduyla, en düşük yüzde tasarrufun en yüksek yapılması amaçlanmıştır. Eşit getiri metoduyla, en yüksek yüzde tasarruf miktarı ve en düşük yüzde tasarruf miktarı arasındaki farkı en küçüklemek amaçlanmaktadır. Bu metot, Frisk [32] vd. 'in önerdiği eşit getiri metodunun farklı modellenmiş halidir. Geliştirilen bu metotta, Frisk [32] vd. 'in önerdiği metoda kıyasla daha az kısıt mevcuttur. En düşük yüzde tasarruftan sapma metoduyla, rota ayrıtı çiftlerinin yüzde tasarrufları arasındaki toplam farkı en küçüklemeyi amaçlar.

Geliştirilen modellerin bazıları, seçilen rota ayrıtlarının yüzde tasarruf miktarlarını temel alırken; bazıları ise seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen maliyetleri temel almaktadır. Bu nedenle geliştirilen modelleri birbirleriyle karşılaştırmak için birkaç ölçüt kullanılacaktır. Her bir ölçüt için elde edilen sonuçlar; her bir model ve her bir örnek için tablo haline getirilip aşağıda verilmektedir.

Tablo 5.7 'de, seçilen rota ayrıtlarının ortalama yüzde tasarruf miktarları verilmektedir. Tabloya bakıldığında, birçok örnek için; seçilen rota ayrıtlarının ortalama yüzde tasarrufları, en yüksek başlangıçtaki çözümde elde edilmiştir. Diğer modellere bakıldığında, üç model için ortalama yüzde tasarruf bir birlerine çok yakın çıkmıştır. Bu tablo tek başına bir anlam ifade etmemektedir. Bu tabloyu anlamlı hale getirebilmek için bir sonraki tabloya bakılması gerekir. Ana modelden ve geliştirilen matematiksel modellerden elde edilen, seçilen rota ayrıtlarının ortalama yüzde tasarruf miktarları Şekil 5.2 'de gösterilmektedir.

Tablo 5.7: Seçilen Rota Ayrıtlarının Elde Ettikleri Yüzde Tasarruf Miktarlarının Ortalaması

Örnek	**Ana Model**	**KBEDM**	**EBYTM**	**EGM**	**EDYDSM**
1	28,77	33,38	33,79	33,40	33,33
2	28,11	33,42	33,80	33,39	33,04
3	26,93	32,71	32,97	32,71	32,59
4	36,61	33,06	33,07	33,08	32,86
5	32,05	32,07	32,15	32,07	32,00
6	42,68	34,10	34,16	34,09	34,05
7	40,58	32,04	32,20	32,04	31,92
8	33,83	35,02	35,21	35,01	34,86
9	34,56	29,61	29,68	29,62	29,56
10	35,18	33,50	33,77	33,48	33,30
11	29,04	29,08	29,09	29,09	29,06
12	34,07	32,31	32,36	32,29	32,27
13	33,96	32,65	32,72	32,64	32,52
14	36,23	33,53	33,44	33,49	33,41
15	39,79	32,34	32,45	32,35	32,24
16	36,82	33,18	33,07	33,18	33,04
17	35,18	29,55	29,33	29,58	29,53
18	38,45	31,35	31,34	31,35	31,33
Ortalama	**34,60**	**32,38**	**32,48**	**32,38**	**32,27**



Şekil 5.2: Matematiksel Modellerden Elde Edilen Ortalama Yüzde Tasarruf Miktarlarının Grafiksel Görünümü

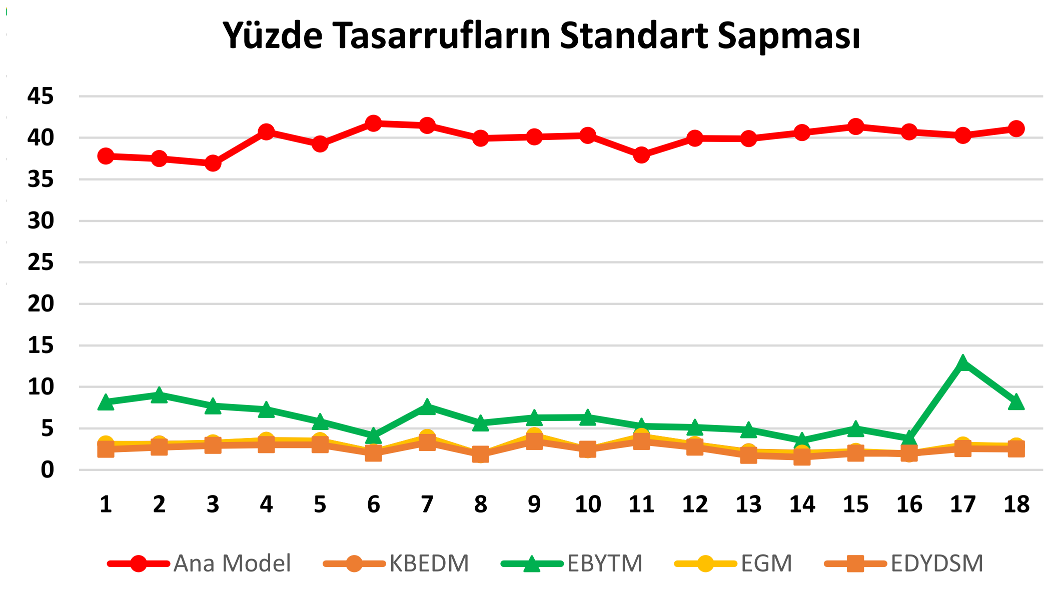
Tablo 5.8 'de, rota ayrıtlarının yüzde tasarruflarının standart sapmaları verilmektedir. Standart sapma, bir veri kümesinin ortalamadan ne kadar saptığını gösteren istatistiksel bir ölçüttür. Her örnek için başlangıçta, seçilen rota ayrıtlarının ortalama yüzde tasarrufları yüksek olmasına rağmen standart sapmaları da oldukça yüksektir. Yani seçilen rota ayrıtlarının yüzde tasarrufları arasında oldukça fark vardır. Geliştirdiğimiz modellerle bu durumun aşılması amaçlanmıştır.

Geliştirilen modeller, başlangıçtaki ortalama yüzde tasarruf miktarını aşağı çekerek, yüzde tasarruflar arasındaki farkı azaltmaya çalışmaktadır. Tabloda görüldüğü gibi geliştirilen modeller; seçilen rota ayrıtlarının yüzde tasarrufları arasındaki farkı oldukça azaltmaktadır. Yani, seçilen rota ayrıtlarının yüzde tasarruf miktarları birbirlerine oldukça yakındır. En çok azaltan modeller sırasıyla; en düşük yüzde tasarruftan sapma metodu ve kilometre başına eşit dağım metodu ile eşit getiri metotlarıdır.

Seçilen rota ayrıtlarının yüzde tasarruflarının standart sapmaları, en yüksek en düşük yüzde tasarruf metodunda biraz daha yüksektir. Ana modelden ve geliştirilen matematiksel modellerden elde edilen, seçilen rota ayrıtlarının yüzde tasarruf miktarlarının standart sapması Şekil 5.3 'de gösterilmektedir.

Tablo 5.8: Seçilen Rota Ayrıtlarının Elde Ettikleri Yüzde Tasarruf Miktarlarının Standart Sapması

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	37,78	3,07	8,18	3,09	2,46
2	37,48	3,11	9,02	3,08	2,71
3	36,91	3,21	7,70	3,22	2,94
4	40,71	3,52	7,25	3,52	3,02
5	39,25	3,49	5,83	3,49	3,02
6	41,73	2,14	4,12	2,14	2,00
7	41,47	3,87	7,62	3,87	3,27
8	39,93	1,83	5,62	1,82	1,87
9	40,1	4,11	6,27	4,11	3,42
10	40,26	2,43	6,32	2,41	2,45
11	37,93	4,01	5,24	4,01	3,39
12	39,92	3,04	5,12	3,03	2,74
13	39,89	2,15	4,82	2,13	1,75
14	40,59	2,03	3,54	2,01	1,54
15	41,33	2,19	4,97	2,19	1,99
16	40,7	1,93	3,79	1,93	1,99
17	40,27	2,92	12,93	2,97	2,56
18	41,09	2,83	8,23	2,84	2,52



Şekil 5.3: Matematiksel Modellerden Elde Edilen Yüzde Tasarruf Miktarlarının Standart Sapmalarının Grafiksel Görünümü

Tablo 5.9 'da, seçilen rota ayrıtları arasından belirlenen, en yüksek yüzde tasarruf değeri verilmektedir. Her örnek için başlangıçta, seçilen bir rota ayrıtının elde ettiği en yüksek yüzde tasarruf değerleri birbirine eşittir. Diğer modellere bakıldığında en düşük, en yüksek yüzde tasarruf değeri; kilometre başına eşit dağım metodu ve eşit getiri metodundan elde edilmiştir. Bu sonuçları almadan beklenen, en düşük, en yüksek yüzde tasarruf değerinin; eşit getiri metodundan elde edileceği yönünde olacaktı. Çünkü eşit getiri metodu en yüksek yüzde tasarruf ile en düşük yüzde tasarruf arasındaki farkı en küçüklemeyi amaçlar.

Tablo 5.9: Seçilen Rota Ayrıtlarının En Yüksek Yüzde Tasarruf Miktarı

Örnek	**Ana Model**	**KBEDM**	**EBYTM**	**EGM**	**EDYDSM**
1	88,89	38,16	88,89	38,16	38,50
2	88,89	38,28	88,89	38,28	47,28
3	88,89	38,25	88,89	38,25	40,70
4	88,89	38,76	88,89	38,76	42,36
5	88,89	38,81	88,89	38,81	40,62
6	88,89	38,72	88,89	38,72	47,42
7	88,89	38,70	88,89	38,70	45,54
8	88,89	38,36	88,89	38,36	47,45
9	88,89	38,78	80,91	38,78	44,64
10	88,89	38,56	88,89	38,56	53,71
11	88,89	38,57	50,32	38,57	38,83
12	88,89	38,75	88,89	38,75	38,75
13	88,89	38,66	88,89	38,66	38,66
14	88,89	38,72	71,76	38,72	41,52
15	88,89	38,28	88,89	38,28	56,99
16	88,89	38,74	88,89	38,74	64,95
17	88,89	38,59	88,89	38,59	38,76
18	88,89	38,69	88,89	38,69	38,69
Ortalama	**88,89**	**38,58**	**85,35**	**38,58**	**44,74**

Tablo 5.10 'da seçilen rota ayrıtları arasından belirlenen, en düşük yüzde tasarruf değeri verilmektedir. Her örnek için başlangıçta, seçilen bir rota ayrıtının elde ettiği en düşük yüzde tasarruf değerleri birbirine eşittir. Bu durum modeldeki ikinci kısıttan kaynaklanmaktadır. Modelde, eğer bir rota ayrıtı seçilmiş ise, seçilen rota ayrıtı en az yüzde beş oranında tasarruf edeceği garanti edilmektedir. Diğer modellere bakıldığında bütün örnekler için; en düşük yüzde tasarruf değerlerinin eşit olduğu görülmektedir. Bunun nedeni geliştirilen her modelde, aynı rota ayrıtlarına aynı maliyetin atanmasıdır.

Tablo 5.10: Seçilen Rota Ayrıtlarının En Düşük Yüzde Tasarruf Miktarı

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	5,00	31,24	31,24	31,24	31,24
2	5,00	31,33	31,33	31,33	31,33
3	5,00	30,60	30,60	30,60	30,60
4	5,00	30,57	30,57	30,57	29,72
5	5,00	29,90	29,90	29,90	29,90
6	5,00	32,89	32,89	32,89	32,89
7	5,00	29,47	29,47	29,47	29,47
8	5,00	33,95	33,95	33,95	33,95
9	5,00	27,34	27,34	27,34	27,34
10	5,00	32,19	32,19	32,19	32,19
11	5,00	26,98	26,98	26,98	26,98
12	5,00	30,60	30,60	30,60	30,60
13	5,00	31,78	31,78	31,78	31,78
14	5,00	32,62	32,62	32,62	32,62
15	5,00	31,41	31,41	31,41	31,41
16	5,00	32,40	32,40	32,40	32,40
17	5,00	28,36	24,77	28,36	28,36
18	5,00	30,02	28,77	30,02	30,02
Ortalama	**5,00**	**30,76**	**30,49**	**30,76**	**30,71**

Tablo 5.11 'de seçilen rota ayrıtları arasından belirlenen, en yüksek yüzde tasarruf değeri ile en düşük yüzde tasarruf değeri arasındaki fark verilmektedir. Sonuçlara bakıldığında kilometre başına eşit dağıtım metodu ile eşit getiri metodunun aynı değerleri verdiği görülmektedir. Başlangıçtaki çözüme kıyasla geliştirilen modeller, en yüksek yüzde tasarruf değeri ile en düşük yüzde tasarruf değeri arasındaki farkı azalttığı söylenebilir. Bu farkın başlangıçtaki çözüme kıyasla daha düşük çıkacağı, Tablo 5.8 yorumlandığında beklenilen bir durumdur. Çünkü geliştirilen modellerden elde edilen çözümlerin standart sapmaları oldukça düşüktür.

Tablo 5.11: Seçilen Rota Ayrıtlarının En Yüksek ve En Düşük Yüzde Tasarruf Miktarları Arasındaki Fark

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	83,89	6,92	57,65	6,92	7,25
2	83,89	6,95	57,56	6,95	15,95
3	83,89	7,65	58,29	7,65	10,10
4	83,89	8,20	58,32	8,20	12,64
5	83,89	8,91	58,99	8,91	10,72
6	83,89	5,83	56,00	5,83	14,53
7	83,89	9,23	59,42	9,23	16,07
8	83,89	4,42	54,94	4,42	13,51
9	83,89	11,43	53,57	11,43	17,30
10	83,89	6,37	56,70	6,37	21,52
11	83,89	11,59	23,34	11,59	11,85
12	83,89	8,16	58,29	8,16	8,16
13	83,89	6,88	57,11	6,88	6,88
14	83,89	6,10	39,13	6,10	8,89
15	83,89	6,88	57,48	6,88	25,58
16	83,89	6,34	56,49	6,34	32,55
17	83,89	10,23	64,11	10,23	10,40
18	83,89	8,67	60,12	8,67	8,67

Tablo 5.12 'de seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin ortalaması verilmektedir. Sonuçlara bakıldığında, seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin ortalamasının başlangıç çözümleri için daha düşük olduğu görülmektedir. Genel olarak bakıldığında bütün değerlerin 1,8 (kilometre başına birim dolu gitme maliyeti + kilometre başına birim boş gitme maliyeti) değerinden daha düşük olduğu görülmektedir. Geliştirilen modellerden elde edilen çözümlere bakıldığında, bütün örnekler için aynı sonuç verdiği görülmektedir. Bu tablo tek başına bir anlam ifade etmemektedir. Bu tabloyu anlamlı hale getirebilmek için bir sonraki tabloya bakılması gerekir.

Tablo 5.12: Seçilen Rota Ayrıtları İçin Kilometre Başına Düşen Maliyetlerin Ortalaması

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	1,28	1,20	1,19	1,20	1,20
2	1,29	1,20	1,19	1,20	1,21
3	1,32	1,21	1,21	1,21	1,21
4	1,14	1,20	1,20	1,20	1,21
5	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22
6	1,03	1,19	1,19	1,19	1,19
7	1,07	1,22	1,22	1,22	1,23
8	1,19	1,17	1,17	1,17	1,17
9	1,18	1,27	1,27	1,27	1,27
10	1,17	1,20	1,19	1,20	1,20
11	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28
12	1,19	1,22	1,22	1,22	1,22
13	1,19	1,21	1,21	1,21	1,21
14	1,15	1,20	1,20	1,20	1,20
15	1,08	1,22	1,22	1,22	1,22
16	1,14	1,20	1,20	1,20	1,21
17	1,17	1,27	1,27	1,27	1,27
18	1,11	1,24	1,24	1,24	1,24

Tablo 5.13 'de seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin standart sapmaları verilmektedir. Her örnek için başlangıçta, seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin ortalaması düşük olmasına rağmen standart sapmaları yüksektir. Yani, seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetler arasında oldukça fark vardır. Geliştirilen modellerde ise bu fark oldukça azdır.

Tablo 5.13: Seçilen Rota Ayrıtları İçin Kilometre Başına Düşen Maliyetlerin Standart Sapması

Örnek	**Ana Model**	**KBEDM**	**EBYTM**	**EGM**	**EDYDSM**
1	1,28	1,20	1,19	1,20	1,20
2	1,29	1,20	1,19	1,20	1,21
3	1,32	1,21	1,21	1,21	1,21
4	1,14	1,20	1,20	1,20	1,21
5	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22
6	1,03	1,19	1,19	1,19	1,19
7	1,07	1,22	1,22	1,22	1,23
8	1,19	1,17	1,17	1,17	1,17
9	1,18	1,27	1,27	1,27	1,27
10	1,17	1,20	1,19	1,20	1,20
11	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28
12	1,19	1,22	1,22	1,22	1,22
13	1,19	1,21	1,21	1,21	1,21
14	1,15	1,20	1,20	1,20	1,20
15	1,08	1,22	1,22	1,22	1,22
16	1,14	1,20	1,20	1,20	1,21
17	1,17	1,27	1,27	1,27	1,27
18	1,11	1,24	1,24	1,24	1,24
Ortalama	**1,18**	**1,22**	**1,22**	**1,22**	**1,22**

Tablo 5.14 'de seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin en yüksek değerleri verilmektedir. Sonuçlara bakıldığında, seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin en yükseklerinin; başlangıçtaki çözümler için daha yüksek olduğu görülmektedir. Genel olarak bakıldığında bütün değerlerin 1,8 (kilometre başına birim dolu gitme maliyeti + kilometre başına birim boş gitme maliyeti) değerinden daha düşük olduğu görülmektedir. Yani eğer bir rota ayrıtı seçilmiş ise o rota ayrıtının tasarruf ettiği söylenebilir. Geliştirilen modellerden elde edilen çözümlere bakıldığında, bütün örnekler için aynı sonuç verdiği görülmektedir. Bunun nedeni geliştirilen her modelde, aynı rota ayrıtlarına aynı maliyetin atanmasıdır.

Tablo 5.14: Seçilen Rota Ayrıtları İçin En Yüksek Kilometre Başına Düşen Maliyet

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	1,71	1,24	1,24	1,24	1,24
2	1,71	1,24	1,24	1,24	1,24
3	1,71	1,25	1,25	1,25	1,25
4	1,71	1,25	1,25	1,25	1,25
5	1,71	1,26	1,26	1,26	1,26
6	1,71	1,21	1,21	1,21	1,21
7	1,71	1,27	1,27	1,27	1,27
8	1,71	1,19	1,19	1,19	1,19
9	1,71	1,31	1,31	1,31	1,31
10	1,71	1,22	1,22	1,22	1,22
11	1,71	1,31	1,31	1,31	1,31
12	1,71	1,25	1,25	1,25	1,25
13	1,71	1,23	1,23	1,23	1,23
14	1,71	1,21	1,21	1,21	1,21
15	1,71	1,23	1,23	1,23	1,23
16	1,71	1,22	1,22	1,22	1,22
17	1,71	1,29	1,35	1,29	1,29
18	1,71	1,26	1,28	1,26	1,26

Tablo 5.15 'de seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin en düşük değerleri verilmektedir. Sonuçlara bakıldığında, seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin en düşükleri başlangıç çözümleri için daha düşük olduğu görülmektedir. Geliştirilen modellere bakıldığında, seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin en düşük değeri; kilometre başına eşit dağım metodu, eşit getiri metodu ve en düşük yüzde tasarruftan sapma metodu için aynı olduğu görülmektedir. Bunun nedeni bu modeller için, aynı rota ayrıtlarına aynı maliyetin atanmasıdır.

Tablo 5.15: Seçilen Rota Ayrıtları İçin En Düşük Kilometre Başına Düşen Maliyet

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	0,20	1,11	0,20	1,11	1,11
2	0,20	1,11	0,20	1,11	0,95
3	0,20	1,11	0,20	1,11	1,07
4	0,20	1,10	0,20	1,10	1,04
5	0,20	1,10	0,20	1,10	1,07
6	0,20	1,10	0,20	1,10	0,95
7	0,20	1,10	0,20	1,10	0,98
8	0,20	1,11	0,20	1,11	0,95
9	0,20	1,10	0,34	1,10	1,00
10	0,20	1,11	0,20	1,11	0,83
11	0,20	1,11	0,89	1,11	1,10
12	0,20	1,10	0,20	1,10	1,10
13	0,20	1,10	0,20	1,10	1,10
14	0,20	1,10	0,51	1,10	1,05
15	0,20	1,11	0,20	1,11	0,77
16	0,20	1,10	0,20	1,10	0,63
17	0,20	1,11	0,20	1,11	1,10
18	0,20	1,10	0,20	1,10	1,10

Tablo 5.16 'da seçilen rota ayrıtları için kilometre başına düşen birim maliyetlerin en yükseği ile en düşüğü arasındaki fark verilmektedir. Sonuçlara bakıldığında, seçilen rota ayrıtları için bu farkın başlangıç çözümleri için daha yüksek olduğu görülmektedir. Geliştirilen modellere bakıldığında, seçilen rota ayrıtları için bu farkın en düşük olduğu modeller; en düşük yüzde tasarruftan sapma metodu ve kilometre başına eşit dağım metodu ile eşit getiri metotlarıdır. Başlangıçtaki çözüme kıyasla, geliştirilen modellerin bu farkı azalttığı söylenebilir. Bu farkın başlangıçtaki çözüme kıyasla daha düşük çıkacağı, Tablo 5.13 yorumlandığında beklenilen bir durumdur. Çünkü geliştirilen modellerden elde edilen çözümlerin standart sapmaları oldukça düşüktür.

Tablolar genel olarak yorumlandığında; en düşük yüzde tasarruftan sapma metodu, kilometre başına eşit dağım metodu ve eşit getiri metodundan elde edilen maliyet dağıtımlarının; başlangıca kıyasla daha adil ve daha dengeli oldukları söylenebilir. En yüksek en düşük yüzde tasarruf metodundan elde edilen maliyet dağıtımları, diğer metotlardan elde edilenlere kıyasla daha kötü; başlangıçtaki maliyet dağıtımlarına göre daha iyi sonuç vermiştir.

Her bir metot için çözüm süreleri tablo halinde verilmemiştir. Bunun temel nedeni, dört modelinde çözümlerinin kısa sürmüş olmasıdır. En uzun çözüm süresi; en düşük yüzde tasarruftan sapma metodunda gözlemlenmiştir. Bu sürede, en büyük boyutlu örnek için üç dakikanın altındadır. Diğer modeller için bu süre bir saniyenin altındadır.

Tablo 5.16: Seçilen Rota Ayrıtları İçin Kilometre Başına Düşen Birim Maliyetlerin En Yükseği ve En Düşüğü Arasındaki Fark

Örnek	Ana Model	KBEDM	EBYTM	EGM	EDYDSM
1	1,51	0,12	1,04	0,12	0,13
2	1,51	0,13	1,04	0,13	0,29
3	1,51	0,14	1,05	0,14	0,18
4	1,51	0,15	1,05	0,15	0,21
5	1,51	0,16	1,06	0,16	0,19
6	1,51	0,10	1,01	0,10	0,26
7	1,51	0,17	1,07	0,17	0,29
8	1,51	0,08	0,99	0,08	0,24
9	1,51	0,21	0,96	0,21	0,31
10	1,51	0,11	1,02	0,11	0,39
11	1,51	0,21	0,42	0,21	0,21
12	1,51	0,15	1,05	0,15	0,15
13	1,51	0,12	1,03	0,12	0,12
14	1,51	0,11	0,70	0,11	0,16
15	1,51	0,12	1,03	0,12	0,46
16	1,51	0,11	1,02	0,11	0,59
17	1,51	0,18	1,15	0,18	0,19
18	1,51	0,16	1,08	0,16	0,16

Dal ve fiyat yöntemini test etmek için ilk dokuz örnek çözdürülmüştür. İlk dokuz örneğin çözülmesinin nedeni, diğer örneklerin çözümü üç saatlik zaman kısıtına takıldığı için; bu problemlerin doğrusal gevşetilmiş halinin optimal değerine tam olarak ulaşılamamasıdır. İki farklı durdurma kriteri ve aktif düğümlerin seçimi için iki farklı kural olmak üzere dört farklı durum analiz edilmiştir. Dal ve fiyat yöntemi için harcanan süre üç saati aşdığında ve belirli iterasyon sonra iyileşme sağlanmamışsa yöntem durdurulur. Sonuçlar elde edilirken iterasyon sayısı 5000 olarak alınmıştır. Eğer 5000 iterasyon sonra en iyi mevcut çözüm güncellenmezse yöntem durdurulur.

Hangi düğümün aktif düğüm olacağına karar vermek için iki kural kullanılmıştır. İlk olarak *"Aktif Düğümler"* listesine son eklenen düğüm bir sonraki iterasyonda aktif düğüm olarak seçilir. İkinci kural olarak, *"Aktif Düğümler"* listesi içerisinde yer alan düğümlerin atalarının sahip olduğu amaç fonksiyonu değerlerine bakılır. Atalar arasından en düşük amaç fonksiyonu değerine sahip düğüm belirlenir. Daha sonra bu düğümün iki çocuğuna bakılır. Hangi düğümün sahip olduğu kesirli değer, tam sayılı değere yakınsa o düğüm aktif düğüm olarak seçilir.

Yukarıda belirtilen dört farklı durum dört senaryo olarak ifade edilmiştir. İlk senaryoda durdurma koşulu olarak üç saatlik zaman kısıtı; aktif düğümlerin seçimi olarak da listeye eklenen son düğümün aktif düğüm seçilmesi kuralları temel alınmıştır. İkinci senaryoda durdurma koşulu olarak belirli iterasyonda iyileşme olup olmadığının kontrol edilmesi; aktif düğümlerin seçimi olarak da listeye eklenen son düğümün aktif düğüm seçilmesi kuralları temel alınmıştır.

Üçüncü senaryoda, durdurma koşulu olarak üç saatlik zaman kısıtı; aktif düğümlerin seçimi olarak da listedeki aktif düğümlerin atalarının amaç fonksiyonu değerinin kontrol edilmesi temel alınmıştır. Dördüncü senaryoda, durdurma koşulu olarak belirli iterasyonda iyileşme olup olmadığının kontrol edilmesi; aktif düğümlerin seçimi olarak da listedeki aktif düğümlerin atalarının amaç fonksiyonu değerinin kontrol edilmesi temel alınmıştır.

Tablo 5.17 'de birinci senaryo için, dal ve fiyat yönteminden elde edilen yeni tam sayılı çözüm ile sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda elde edilen tam sayılı çözüm verilmektedir. İlk iki örnek için dal ve fiyat yöntemini çözmek mevcut çözümü iyileştirmiştir. Diğer örnekler için herhangi bir iyileşme söz konusu değildir. Bunun sebebi sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen çözümün optimal çözüm olması olabilir.

Tablo 5.17: Birinci Senaryo İçin Yeni Tam Sayılı Çözüm ile Eski Tam Sayılı Çözümün Karşılaştırılması

Örnek	**Yeni Tam Sayılı Çözüm**	**Eski Tam Sayılı Çözüm**	**%Fark**
1	103.954,19	104.668,61	0,68
2	110.534,78	110.649,77	0,10
3	209.550,59	209.550,59	0,00
4	212.329,43	212.329,43	0,00
5	438.475,02	438.475,02	0,00
6	434.248,01	434.248,01	0,00
7	253.698,08	253.698,08	0,00
8	213.522,82	213.522,82	0,00
9	505.452,73	505.452,73	0,00

Tablo 5.18 'de birinci senaryo için, dal ve fiyat yönteminden elde edilen yeni yüzde boşluk değeri ve modelde yer alan yeni çevrim sayıları verilmektedir. Bu tabloda yer alan yüzde boşluk değerleri, tam sayılı çözüm ile alt sınır değerinin karşılaştırılmasıyla elde edilmiştir. İlk iki örnek dışında, diğer örneklerin yüzde boşluk değerleri değişmemiştir. Çünkü sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen tam sayılı çözümlerde değişim olmamıştır. Dal ve fiyat yöntemi uygulandığında modelde yer alan çevirim sayı beklenildiği gibi artış göstermiştir. Ancak çevrim sayısının artış göstermesi tam sayılı çözümde iyileştirmeye sebep olmamıştır.

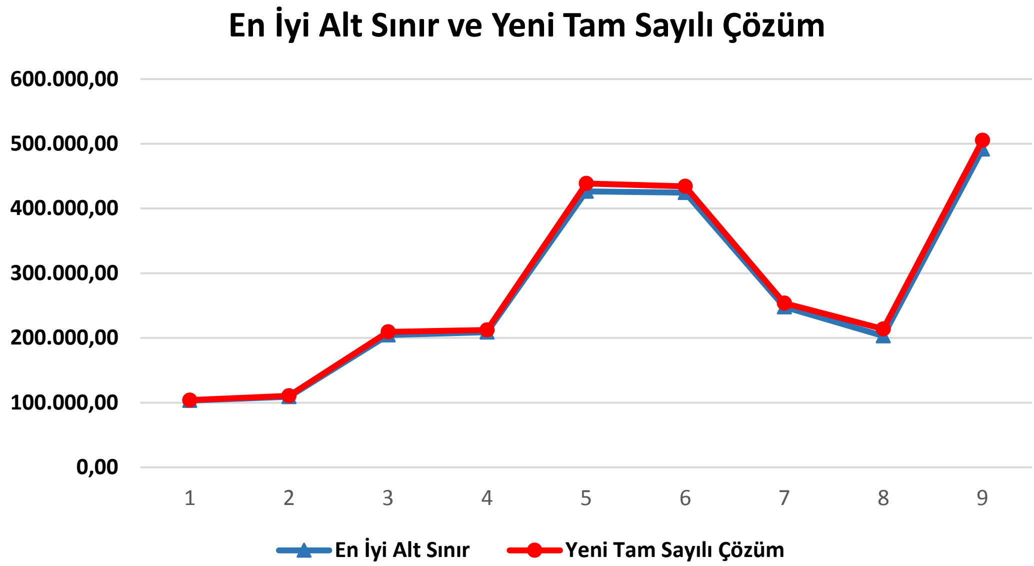
Tablo 5.18: Birinci Senaryodan Elde Edilen Sonuçlar

Örnek	Yeni %Boşluk	Eski %Boşluk	Yeni Çev. Say.	Eski Çev. Say.
1	0,99	1,68	3.149	2.641
2	1,42	1,53	3.393	3.040
3	2,49	2,49	10.683	10.531
4	1,74	1,74	11.648	11.446
5	2,86	2,86	42.281	42.172
6	2,37	2,37	44.610	44.393
7	2,56	2,56	11.920	11.813
8	5,44	5,44	12.162	12.016
9	2,98	2,98	44.240	44.162

Tablo 5.19 'da birinci senaryo için, en iyi alt sınır değeri ile yeni tam sayılı çözüm arasındaki fark gösterilmektedir. En iyi alt sınır değeri, *"Aktif Düğümler"* listesinde yer alan düğümlerden elde edilir. Dal ve fiyat yöntemi durduğunda, *"Aktif Düğümler"* listesinde yer alan düğümlerin atalarının sahip olduğu amaç fonksiyonu değerleri arasından en düşük olan değer; en iyi alt sınır olarak alınır. Her örnek için, mevcut alt sınır değeri; dal ve fiyat yönteminden sonra artış göstermiştir. Şekil 5.4 'da en iyi alt sınır değeri ile yeni tam sayılı çözümün grafiksel ifadesi verilmektedir.

Tablo 5.19: Birinci Senaryo İçin En İyi Alt Sınır ile Yeni Tam Sayılı Çözümün Karşılaştırılması

Örnek	Alt Sınır	En İyi Alt Sınır	Yeni Tam Sayılı Çözüm	%Boşluk
1	102.939,96	103.206,19	103.954,19	0,72
2	108.986,27	109.167,91	110.534,78	1,25
3	204.455,21	204.718,94	209.550,59	2,36
4	208.700,23	208.864,90	212.329,43	1,66
5	426.301,61	426.677,94	438.475,02	2,76
6	424.211,97	424.484,22	434.248,01	2,30
7	247.374,91	247.886,70	253.698,08	2,34
8	202.514,05	202.987,80	213.522,82	5,19
9	490.816,74	491.595,20	505.452,73	2,82



Şekil 5.4: En İyi Alt Sınır ile Yeni Tam Sayılı Çözümün Grafiksel Görünümü

Tablo 5.20 'de ikinci senaryo için, dal ve fiyat yönteminden elde edilen yeni tam sayılı çözüm ile sütun türetme bazlı çözüm yöntemi durduğunda elde edilen tam sayılı çözüm verilmektedir. Birinci senaryoda olduğu gibi, ilk iki örnek için dal ve fiyat yöntemini çözmek mevcut çözümü iyileştirmiştir. Diğer örnekler için herhangi bir iyileşme söz konusu değildir. Birinci senaryo ile karşılaştırıldığında, daha uzun sürelerde aynı sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 5.20: İkinci Senaryo İçin Yeni Tam Sayılı Çözüm ile Eski Tam Sayılı Çözümün Karşılaştırılması

Örnek	Yeni Tam Sayılı Çözüm	Eski Tam Sayılı Çözüm	%Fark
1	104.454,73	104.668,61	0,20
2	110.534,78	110.649,77	0,10
3	209.550,59	209.550,59	0,00
4	212.329,43	212.329,43	0,00
5	438.475,02	438.475,02	0,00
6	434.248,01	434.248,01	0,00
7	253.698,08	253.698,08	0,00
8	213.522,82	213.522,82	0,00
9	505.452,73	505.452,73	0,00

Tablo 5.21 'de ikinci senaryo için, dal ve fiyat yönteminden elde edilen yeni yüzde boşluk değeri ve modelde yer alan yeni çevrim sayıları verilmektedir. Bu tabloda yer alan yüzde boşluk değerleri, tam sayılı çözüm ile alt sınır değerinin karşılaştırılmasıyla elde edilmiştir. Birinci senaryoda olduğu gibi, ilk iki örnek dışında, diğer örneklerin yüzde boşluk değerleri değişmemiştir. Çünkü sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde

edilen tam sayılı çözümlerde değişim olmamıştır. Dal ve fiyat yöntemi uygulandığında modelde yer alan çevirim sayı beklenildiği gibi artış göstermiştir. Ancak çevrim sayısının artış göstermesi tam sayılı çözümde iyileştirmeye sebep olmamıştır.

Tablo 5.21: İkinci Senaryodan Elde Edilen Sonuçlar

Örnek	**Yeni %Boşluk**	**Eski %Boşluk**	**Yeni Çev. Say.**	**Eski Çev. Say.**
1	1,47	1,68	2.838	2.641
2	1,42	1,53	3.299	3.040
3	2,49	2,49	10.701	10.531
4	1,74	1,74	11.661	11.446
5	2,86	2,86	42.281	42.172
6	2,37	2,37	44.890	44.393
7	2,56	2,56	11.986	11.813
8	5,44	5,44	12.305	12.016
9	2,98	2,98	44.355	44.162

Tablo 5.22 'de ikinci senaryo için, en iyi alt sınır değeri ile yeni tam sayılı çözüm arasındaki fark ve dal ve fiyat yönteminin durunucaya kadar ki çözüm süresi verilmektedir. Bu tablo incelendiğinde, birinci senaryo ile hemen hemen aynı sonuçların elde edildiği görülmektedir. Birinci senaryoda olduğu gibi yedi örnek için mevcut çözümde herhangi bir iyileşme söz konusu değildir. Bu örnekler için, dal ve fiyat yönteminin durması saatler sürmüştür. Buna rağmen herhangi bir iyileşme söz konusu olmamıştır. Bunun nedeni olarak, bu örnekler için optimal çözümün mevcut çözüm olması gösterilebilir. İkinci senaryoyu kullanmanın avantajlı olmadığı söylenebilir. Burada yeni tam sayılı çözüm ile en iyi alt sınır değerleri grafiksel olarak gösterilmemiştir. Çünkü birinci senaryo için geçerli grafik bu senaryo için de geçerlidir.

Tablo 5.22: İkinci Senaryo İçin En İyi Alt Sınır ile Yeni Tam Sayılı Çözümün Karşılaştırılması

Örnek	**En İyi Alt Sın.**	**Yeni Tam Say. Çöz.**	**%Boş.**	**Çöz. Sür. (Dk)**
1	103.206,19	103.954,19	0,72	69
2	109.167,91	110.534,78	1,25	79
3	204.718,94	209.550,59	2,36	229
4	208.864,90	212.329,43	1,66	347
5	426.677,94	438.475,02	2,76	1.641
6	424.484,22	434.248,01	2,30	2.344
7	247.886,70	253.698,08	2,34	1.107
8	202.987,80	213.522,82	5,19	1.198
9	491.595,20	505.452,73	2,82	2.449

Tablo 5.23 'de üçüncü senaryo için, en iyi alt sınır değeri ile yeni tam sayılı çözüm arasındaki fark gösterilmektedir. Hatırlarmak gerekirse, üçüncü senaryoda kullanılan

aktif düğümün seçimi kuralı diğer senaryolardan farklıdır. Bu senaryoda aktif düğüm seçilirken, *"Aktif Düğümler"* listesi içerisinde yer alan düğümlerin atalarının sahip olduğu amaç fonksiyonu değerlerine bakılır. Atalar arasından en düşük amaç fonksiyonu değerine sahip düğüm belirlenir. Daha sonra bu düğümün iki çocuğuna bakılır. Hangi düğümün sahip olduğu kesirli değer, tam sayılı değere yakınsa o düğüm aktif düğüm olarak seçilir.

Tablo 5.23 'e bakıldığında bütün örneklerde, mevcut çözümde herhangi bir iyileşme olmamıştır. İlk iki senaryoda, ilk iki örnek için iyileşme sağlanmışken; bu senaryoda herhangi bir iyileşme sağlanmamıştır.

Tablo 5.23: Üçüncü Senaryo İçin Yeni Tam Sayılı Çözüm ile Eski Tam Sayılı Çözümün Karşılaştırılması

Örnek	**Yeni Tam Sayılı Çözüm**	**Eski Tam Sayılı Çözüm**	**% Fark**
1	104.668,61	104.668,61	0,00
2	110.649,77	110.649,77	0,00
3	209.550,59	209.550,59	0,00
4	212.329,43	212.329,43	0,00
5	438.475,02	438.475,02	0,00
6	434.248,01	434.248,01	0,00
7	253.698,08	253.698,08	0,00
8	213.522,82	213.522,82	0,00
9	505.452,73	505.452,73	0,00

Tablo 5.24 'de üçüncü senaryo için, dal ve fiyat yönteminden elde edilen yeni yüzde boşluk değeri ve modelde yer alan yeni çevrim sayıları verilmektedir. Bu senaryodan elde edilen yeni tam sayılı çözümler alt sınırla kıyaslandığında boşluk değerlerinde bir değişim olmadığı görülmektedir. Çünkü sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen tam sayılı çözümlerde değişim olmamıştır. Dal ve fiyat yöntemi uygulandığında modelde yer alan çevirim sayı beklenildiği gibi artış göstermiştir. Ancak çevrim sayısının artış göstermesi tam sayılı çözümde iyileştirmeye sebep olmamıştır.

Tablo 5.24: Üçüncü Senaryodan Elde Edilen Sonuçlar

Örnek	Yeni %Boşluk	Eski %Boşluk	Yeni Çev. Say.	Eski Çev. Say.
1	1,68	1,68	2.770	2.641
2	1,53	1,53	3.299	3.040
3	2,49	2,49	10.555	10.531
4	1,74	1,74	11.549	11.446
5	2,86	2,86	42.192	42.172
6	2,37	2,37	44.408	44.393
7	2,56	2,56	11.835	11.813
8	5,44	5,44	12.074	12.016
9	2,98	2,98	44.177	44.162

Tablo 5.25 'de üçüncü senaryo için, en iyi alt sınır değeri ile yeni tam sayılı çözüm arasındaki fark ve dal ve fiyat yönteminin durunucaya kadar ki çözüm süresi verilmektedir. Bu tablo incelendiğinde, elde edilen sonuçların birinci ve ikinci senaryodan elde edilen sonuçlar aynı olduğu görülmektedir. Burada yeni tam sayılı çözüm ile en iyi alt sınır değerleri grafiksel olarak gösterilmemiştir. Çünkü birinci senaryo için geçerli grafik bu senaryo için de geçerlidir.

Tablo 5.25: Üçüncü Senaryo İçin En İyi Alt Sınır ile Yeni Tam Sayılı Çözümün Karşılaştırılması

Örnek	Alt Sınır	En İyi Alt Sınır	Yeni Tam Sayılı Çözüm	%Boşluk
1	102.939,96	103.233,83	104.668,61	1,39
2	108.986,27	109.167,91	110.649,77	1,36
3	204.455,21	204.720,73	209.550,59	2,36
4	208.700,23	208.864,61	212.329,43	1,66
5	426.301,61	426.673,36	438.475,02	2,77
6	424.211,97	424.484,82	434.248,01	2,30
7	247.374,91	247.896,65	253.698,08	2,34
8	202.514,05	202.996,22	213.522,82	5,19
9	490.816,74	491.599,94	505.452,73	2,82

Dördüncü ve son senaryo için çözümler elde etmek gerekli görülmemiştir. Çünkü, ikinci senaryondan elde edilen sonuçlar neticesinde; dördüncü senaryoda dal ve fiyat yönteminin durması oldukça zaman alacaktır ve aynı sonuçları verecektir. Bu üç senaryo bir arada değerlendirildiğinde, sütun türetme bazlı çözüm yönteminden elde edilen çözümlerin büyük olasılıkla optimal değerler olduğu söylenebilir.

Aktif düğümlerin seçiminde kullanılan iki kural karşılaştırıldığında, *"Aktif Düğümler"* listesine son eklenen düğümün seçilmesi kuralının daha etkin olduğu söylenebilir. Çünkü diğer kural uygulandığında, fiyatlandırma probleminden sıklıkla çözüm elde edilememektedir. Dal ve fiyat yöntemini durdurma koşulları karşılaştırıldığında, üç saatlik zaman kısıtının daha avantajlı olduğu söylenebilir. Çünkü diğer kuralla, dal ve fiyat yöntemi için harcanan zaman ciddi oranda artmasına rağmen sonuçlarda herhangi bir değişiklik olmamıştır.

6. DEĞERLENDİRME ve GELECEK ÇALIŞMALAR

Bu tez çalışmasında, tam kamyon yükü gönderici işbirliği konusu ele alınmıştır. Literatürde, işbirlikçilerin seçimi, işbirliğinin en düşük toplam maliyetinin belirlenmesi ve işbirliğinden elde edilen getirinin işbirlikçiler arasında paylaştırılması ayrı ayrı değerlendirilse de, bu üç problem bu tez kapsamında birlikte değerlendirilmiş ve Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi üzerine çalışılmıştır.

Yöneylem araştırmaları ve işbirlikçi oyun kuramı içerisinde yer alan; sütun türetme, karışık tam sayılı programlama, bireysel rasyonellik ve bütçe dengesi gibi birçok kavram üzerinde çalışılmıştır. Ayrıca, daha iyi maliyet dağıtımları elde etmek için dört matematiksel model geliştirilmiştir.

Geliştirilen bütün matematiksel modeller, sütun türetme bazlı çözüm yöntemi ve dal ve fiyat yöntemi, Java programlama diliyle kodlanarak; Cplex OPL 12.4 çözdürücüsüyle çözdürülmüştür. Geliştirilen modeller ve çözüm yöntemleri, belirli kurallara göre rasgele üretilen örneklerle test edilmiştir.

Geliştirilen sütun türetme bazlı çözüm yöntemiyle, bütün olurlu çevrimlerin üretilmesi yerine sınırlı sayıda çevrimler üretilerek makul sürelerde makul çözümler elde edilmiştir. Elde edilen bu çözümler, Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtılı Rota Kapsama Probleminin optimal çözümünün elde edilmesinin oldukça zor olması nedeniyle alt sınırla karşılaştırılmıştır. Bu alt sınırı elde etmek için bir atama problemi çözdürülmüştür. Bu atama problemi, toplam boş gitme maliyetini en küçükleyerek her rota ayrıtını bir rota ayrıtına atar.

Tam sayılı programlama modellerini çözmek için tek başına sütun türetme yöntemini kullanmak yeterli değildir. Bu nedenle, dal-sınır ve sütun türetme yaklaşımlarını bileştiren bir dal-fiyat yöntemi geliştirilmiştir. Bu dal-fiyat yöntemiyle, Maliyet Dağıtımlı Rota Kapsama Problemini optimal olarak çözmek amaçlanmıştır. Ancak makul sürelerde optimal sonuçlar elde edilemediği için, çözüm süresi üzerine çeşitli kısıtlar eklenmiştir. Bu kısıtlar eklenerek örnekler çözüldüğünde çoğu örnek için, sütun türetme yönteminden elde edilen çözümün değişmediği gözlenmiştir. Bu durum iki sebepten kaynaklanmış olabilir. Öncelikle, dal-fiyat yöntemi durdurmak için kullanılan üç saatlik zaman limitinin yeterli olmaması olabilir. İkinci olarak da, sütun türetme yönteminden elde edilen çözümün optimal değer olması olabilir.

Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemini çözerken dejenere çözümlere rastlanmıştır. Bu dejenere çözümleri azaltmak için "*Dengelenmiş Sütun Türetme*" yöntemi modele dâhil edilmiştir. Bu yöntem modele uygulandığında, dejenere çözümlerin ciddi oranda azaldığı tespit edilmiştir.

Maliyet Dağıtımlı Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemi geliştirilen çözüm yöntemleriyle çözüldükten sonra maliyet dağıtımları arasında dengesizlik olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle, daha iyi maliyet dağıtımı bulmak amaçıyla dört matematiksel model geliştirilmiştir. Daha iyi maliyet dağıtımı bulmak için geliştirilen matematiksel modellerin, başlangıçtaki maliyet dağıtımını daha dengeli hale getirdiği gözlemlenmiştir. Maliyetleri iyileştirmek için geliştirilen modeller kıyaslanırken, rota ayrıtlarının elde ettikleri yüzde tasarrufların standart sapmaları kullanılmıştır. Başlangıçta yüksek olan standart sapma, geliştirilen modellerle makul değerlere indirilmiştir.

Bu tez kapsamında yapılan çalışmalar, bir takım değişiklikler yapılarak genişletilebilir. Bu aşamadan sonra, çalışılan konular üzerinde ne gibi değişiklerin yapılabileceği ve bunun ne gibi sonuçlar gösterebileceği üzerine tartışılacaktır. Bu tez kapsamında çalışılan konular üzerinde yapılabilecek değişiklikler veya iyileştirmeler, gelecekte yapılabilecek çalışmalar olarak nitelendirilebilir.

İlk olarak, problemler üzerinde duyarlılık çalışmaları gerçekleştirilebilir. Problemlerin çözümünde kullanılan parametreler tek tek veya grup halinde değiştirilerek çözümlerin nasıl değiştiği analiz edilebilir. Elde edilen bu çözümler birbirleriyle veya mevcut çözümlerle karşılaştırılarak detaylı analizler yapılabilir.

Elde edilen çözümler kullanarak, rota ayrıtları üzerinde birtakım istatistiksel testler uygulanabilir. Bu istatistiksel testler sayesinde, rota ayrıtlarının neden seçildiği veya neden seçilmediği analiz edilebilir. İstatistiksel testler; rota ayrıtlarının uzunları, sahip oldukları firma sayıları, sahip oldukları başlangış ve bitiş düğümleri, olurlu bir çevrime eklemenin sağladığı fayda üzerinden yapılabilir. Bu analiz neticesinde, eğer hangi rota ayrıtının çözümde olmadığı tespit edilebilirse; örnekleri çözmeden bazı rota ayrıtları dışarda bırakarak üretilen çevrimlerin sayısı ve çözüm süresi azaltılabilir.

Yukarıda verilen genişletmelerin haricinde, sütun türetme bazlı çözüm yönteminin başlangıç adımda birtakım değişiklikler yapılabilir. Örneğin, mevcut durumda yalnızca bir ve iki boyutlu çevrimler üretilmektedir. Bunun dışında, diğer çevrimlerin üretilmesine izin verilmemektedir. Buna ek olarak, üç boyutlu çevrimlerin (üç rota ayrıtı içeren çevrim) üretilmesine de izin verilebilir. Ancak, üç boyutlu çevrimleri üretmek çevrim üretme aşamasında harcanan zamanı ciddi oranda arttırabilir. Diğer taraftan elde edilen çözümlerin kalitesini de arttırabilir. Üç boyulu çevrimlerin üretilmesine izin verilerek, bu çevrimlerin sonuçlara olan etkisi analiz edilebilir.

Dal ve fiyat yöntemi üzerinde de farklı düzenlemeler denenebilir. Dallandırılacak değişkenin ve aktif düğüm seçimi üzerine farklı kurallar denenebilir. Bu kurallar ve mevcut kurallar bir birleriyle karşılaştırılarak; hangi kuralın daha iyi olduğu belirlenebilir. Bunun haricinde, dal ve fiyat yönteminde kullanılan durdurma koşulları genişletilip; mevcut koşullarla karşılaştırılması yapılabilir. Böylelikle, hangi koşulun daha iyi sonuç verdiği tespit edilebilir.

Bunların dışında dallandırılacak değişkenin seçiminde kullanılan öncelik ilişkisi değiştirilebilir. (y_{ij}) değişkenlerini önce dallandırmak bazı çevrimleri dışarda bırakabilir; bazılarının ise seçilmesini sağlayabilir. Seçilecek çevrimlerin belirlenmesi durumunda seçilen rota ayrıtları da belirlenir. Dolayısıyla, öncelik sıralaması (y_{ij}), (u_l) ve (x_c) şeklinde yapılabilir. Yeni öncelik ilişkisiyle, mevcut öncelik ilişkisi karşılaştırılarak hangi kuralın daha iyi sonuç verdiği tespit edilebilir.

KAYNAKLAR

[1] Amor, H. B., Desrosiers, J., de Carvalho, J. M. V., Dual-Optimal Inequalities for Stabilized Column Generation, Operation Research, 54(3), 454-463, 2006.

[2] Anshelevich, E., Dasgupta, A., Kleinberg, J., Tardos, E., Wexler, T., Roughgarden, T., The Price of Stability for Network Design with Fair Cost Allocation, Proceeding of the 45th Annual IESS Symposium on Foundations of Computer Science, 295-304, 2004.

[3] Audy, J. F., Lehoux, N., D'Amours, S., Ronnqvist, M., A Framework for an Efficient Implementation of Logistics Collaborations, International Transactions in Operational Research, 1-25, 2010.

[4] Audy, J. F., D'Amours, S., Lehoux, N., Ronnqvist, M., Coordination in Collaborative Logistics, International Workshop on Supply Chain Models for Shared Resource Management, Brussels, 21-22 January 2010.

[5] Audy, J. F., D'Amours, S., Rousseau, L. M., Cost Allocation in the Establishment of a Collaborative Transportation Agreement-An Application in the Furniture Industry, Journal of the Operation Research Society, 62, 960-970, 2011.

[6] Audy, J. F., D'Amours, S., Ronnqvist, M., An Empirical Study on Coalition Formation and Cost/Saving Allocation, International Journal Production Economics, 136(1), 13-27, 2012.

[7] Aumann, R., Dreze, J. H., Cooperative Games With Coalition Structures, International Journal of Game Theory, 3(4), 217-237, 1974.

[8] Banchrach, Y., Elkind, E., Meir, R., Pasechnik, D., Zuckerman, M., Rothe, J., Rosenschein, J. S., The Cost of Stability in Coalitional Games, Springer-Verlag Berlin Heidelberg SAGT 2009, LNCS 5814, 122-134, 2009.

[9] Barnhart, C., Jhonson, E. L., Nemhauser G. L., Savelsbergh, M. W. P., Vance, P. H., Branch and Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs, Operation Research, 46(3), 316-329, 1998.

[10] Barnhart, C., Bertsimas, D., Caramanis C., Fearing, D., Equitable and Efficient Coordination in Traffic Flow Management, Transportation Science, 46(2), 262-280, 2012.

[11] Bertsimas, D., Lulli, G., Odoni, A., The Air Traffic Management Problem: An Integer Optimization Approach, IPCO'08 Proceedings of the 13th International Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization, 34-46, 2008.

[12] Bertsimas, D., Gupta, S., A Proposal for Network Air Traffic Flow Management Incorporating Fairness and Airline Collaboration, 2011.

[13] Bertsimas, D., Farias, V. F., Trichakis, N., The Price of Fairness, Operation Research, 59(1), 17-31, 2011.

[14] Bertsimas, D., Farias, V. F., Trichakis, N., On the Efficiency-Fairness Trade-off, Management Science, 58(12), 2234-2250, 2012.

[15] Bertsimas, D., Farias, V. F., Trichakis, N., Fairness, Efficiency and Flexibility in Organ Allocation for Kidney Transplantation, Operation Research, 61(1), 73-87, 2013.

[16] Bogomolnaia, A., Holzman, R., Moulin, H., Sharing the Cost of a Capacity Network, Mathematics of Operation Research, 35(1), 173-192, 2010.

[17] Chen, Y. J., Zhang, J., Design of Price Mechanisms for Network Resource Allocation via Price of Anarchy, Springer, 131, 333-364, 2012.

[18] Chen, B., Gürel, S., Efficiency Analysis of Load Balancing with and without Activation Costs, Journal of Scheduling, 15(2), 157-164, 2012.

[19] Chung, C., Christodoulou, G., Pyrga, E., Ligett, K., Stee R. V., On the Price of Stability for Undirected Network Design,Computer Science Faculty Publications.

[20] Cohen, S., Roussel, J., Strategic Supply Chain Management: The Five Disciplines for Top Performance, McGraw-Hill, Boston, MA, pp:139-167, 2005.

[21] Correa, J. R., Schulz, A. S., Stier-Moses, N. E., Fast, Fair and Efficient Flows in Networks, Operation Research, 55(2), 215-225, 2007.

[22] Cruijssen, F., Cools, M., Dullaert, W., Horizontal Cooperation in Logistic: Opportunities and Impediment, Transportation Research, 43(2), 129-142, 2007.

[23] Cruijssen, F., Dullaert, W., Joro, T., Freight Transportation Efficiency Through Horizontal Cooperation, International Journal of Logistics: Research and Applications, 13(3), 161-178, 2010.

[24] Cruijssen, F., Borm, P., Fleuren, H., Hamers, H., Supplier-Initiated Outsourcing: A Methodology to Exploit Synergy in Transportation, European Journal of Operational Research, 207(2), 763-774, 2010.

[25] Cui, T. H., Raju, J. S., Zhang, Z. J., Fairness and Channel Coordination, Management Science, 53(8), 1303-1314, 2007.

[26] Desrosiers, J., Gauthier, J. B., Lubbecke, M. E., Row-Reduced Column Generation for Degenerate Master Problems, European Journal of Operational Research, 2013.

[27] Du Merle, O., Villeneuve, D., Desrosiers, J., Hansen, P., Stabilized Column Generation, Discrete Mathematics, 194, 229-237, 1999.

[28] Ergun, O., Kuyzu, G., Savelsbergh, M., Shipper Collaboration, Computer and Operation Research, 34(6), 1551-1560, 2007.

[29] Ergun, O., Kuyzu, G., Savelsbergh, M., Reducing Truckload Transportation Costs Through Collaboration, Transportation Science, 41(2), 206-221, 2007.

[30] Ergun, O., Ozener, O. O., Allocating Cost in a Collaborative Transportation Costs Through Collaboration, Transportation Science, 42(2), 146-165, 2008.

[31] Feldman, M., Tamir, T., Conflicting Congestion Effects in Resource Allocation Games, Operation Research, 60(3), 529-540, 2012.

[32] Frisk, M., Gothe-Lundgren, M., Jörnsten, K., Rönnqvist, M., Cost Allocation in Collaborative Forest Transportation, European Journal of Operational Research, 205, 448-458, 2010.

[33] Johari, R., Mannor, S., Tsitsiklis, J. N., A Contract-Based Model for Directed Network Formation, Games and Economics Behavior, 56, 201-224, 2006.

[34] le Blanc, H. M., Cruijssen, F., Fleuren H. A., de Koster H. B. M., Factory Gate Pricing: An Analysis of the Dutch Retail Distribution, European Journal of Operational Research, 174, 1950-1967, 2006.

[35] Leus, R., Herroelen, W., Stability and Resource Allocation in Project Planning, IIE Transactions, 36, 667-682, 2004.

[36] Lubbecke, M. E., Desrosiers, J., Selected Topics in Column Generation, Operation Research, 53(6), 1007-1023, 2005.

[37] Muter, I., Birbil, Ş. I., Bulbul, K., Simultaneous Column and Row Generation for Large-Scale Linear Programs with Column-Dependent-Rows, Springer and Mathematical Optimization Society, 2012.

[38] Resnick, E., Banchrach, Y., Meir, R., Rosenschein, J. S., The Cost of Stability in Network Flow Games, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009, MFCS 2009, LNCS 5734, 636-650, 2009.

[39] Oukil, A., Amor, H. B., Desrosiers, J., Gueddari, H. E., Stabilized Column Generation for Highly Degenerate Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problems, Computers and Operations Research, 34, 817-834, 2007.

[40] Xu, H., Chen, Z. L., Rajagopal, S., Arunapuram, S., Solving a Practical Pickup and Delivery Problem, Transportation Science, 37(3), 347-364, 2003.

[41] Young, H. P., Monotonic Solutions of Cooperative Games, International Journal of Game Theory, 14(2), 65-72, 1985.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı	: ÖNER, Nihat
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 01.01.1990 - Ankara
Medeni hali	: Bekar
Telefon	: 0533 608 7969
e-mail	: nihatoner10@gmail.com

Eğitim

Derece	**Eğitim Birimi**	**Mezuniyet Tarihi**
Y. Lisans	TOBB ETÜ Endüstri Mühendisliği	2014
Lisans	TOBB ETÜ Endüstri Mühendisliği	2012

İş Deneyimi

Yıl	**Yer**	**Görev**
2012-2014	TOBB ETÜ	Burslu Yüksek Lisans Öğrencisi
Mayıs - Ağustos 2012	Gıpta A.Ş.	Stajer
Eylül - Aralık 2010	Yiğit Akü Malzemeleri A.Ş.	Stajer
Ocak - Nisan 2010	Gıpta A.Ş.	Stajer

Yabancı Dil

İngilizce (İyi)
Rusça (Başlangıç)

Yayınlar

[1] Kuyzu, G., Öner, N., Optimization of Route Planning and Cost Allocation in Truckload Shipper Collaboration, 20th Conference of the International Federation of Operational Research Societies (IFORS 2014), 13-18 July 2014.

[2] Kuyzu, G., Öner, N., Optimization of Route Planning and Cost Allocation in Truckload Shipper Collaboration, 34th National Conference for Operations Research and Industrial Engineering (YAEM 2014), 25-27 June 2014.